

# FFT를 이용한 열차 정보 추출 방법

## The Extraction of Train information using FFT

임관수\* 김기승\*\* 박상진\*\*\* 조용기\*\*\*\*

Lim, Kwan-Soo Kim, Gi-Seung Park, Sang-Jin, Cho, Yong-Gee

### Abstract

The information for operating the train should be transmitted to train, with extreme security. In our system, The information, such that the allowable velocity of the train, train existence in current area, and other data necessary for operating train, is transmitted in the form of FM signal. Received by the receiver located on train, the signal is filtered, demodulated, and analyzed for extracting the original information. The analysis of the demodulated signal is done through FFT algorithm using sliding slot. The simulation results shows the validity of the algorithm.

### 1. 서론

열차운행에 관계되는 정보는 매우 높은 신뢰도를 가지고 지상 통제 장치로부터 운행 중인 열차에 전달되어 져야 한다. 보통 전송되는 정보로는 열차의 허용최대 속도, 열차 점유 정보, 레일의 경사도 등 열차 운행에 필요한 정보에 관한 것이며 이러한 정보는 지상 통제 장치로부터 신호 송신 장치로 전달이 된다. 신호 송신 장치는 이 정보가 도달하면 이 정보의 내용에 따라 수 Hz의 매우 낮은 주파수(Very Low Frequency; VLF)의 신호를 합성한다. 이 합성신호는 캐리어 발생기로부터 발생된 수 kHz의 캐리어 신호에 의해 주파수 변조가 되고, 전송 과정에서의 감쇠를 고려하여 전력증폭기에 의해 증폭이 된 후 현장에 전송이 된다. 이렇게 전송이 된 신호는 운행 중인 열차내의 수신 장치에 의해 수신이 되고, 밴드패스필터, 복조기 및 로우패스필터를 거친 후 원래 정보를 복원하기 위하여 분석되어 진다. 이러한 일련의 처리는 수신 신호를 이산적으로 샘플링 하여 그 값을 읽어 들인 후 소프트웨어를 사용하여 디지털 신호 처리를 한다. 필터 및 복조기를 거쳐 나온 신호는 VLF 합성신호에 노이즈가 섞여 있는 신호로서 이 신호로부터 최종 열차 운행 정보를 뽑아 내기 위해서 신호의 스펙트럼을 해석한다. 이러한 신호의 스펙트럼 분석은 화이트 가우시안(White Gaussian) 노이즈에 대해 우수한 특성을 나타내는 푸리에 변환의 고속 디지털 알고리즘인 FFT 알고리즘을

---

\* LG 산전 도시시스템 연구실 책임연구원

\*\* LG 산전 도시시스템 연구실 주임연구원

\*\*\* LG 산전 플랜트연구소 연구소장

\*\*\*\* LG 산전 도시시스템 연구실 연구실장

사용하여 행하며, 실제적인 FFT 연산은 'sliding slot'을 사용하여 그 창 내의 데이터를 사용하여 행한다. 'sliding slot'의 크기와 형태는 분석하고자 하는 신호의 주파수 분해능 및 스펙트럼 형태와 밀접한 관계가 있고, 이러한 점을 시뮬레이션을 통해 알아 본다.

## 2. 정보전송과 변조방식

### 2.1 정보 전송

운행중인 차량에는 열차의 허용최대속도, 목표까지의 거리 등, 운행에 필요한 다양한 정보가 요구된다. 이러한 정보는 적당한 형태로 인코드되고 또한 변조되어져서 차량에 전송된다. 한 예로 아래 그림 1-1 과 같이 전송하고자 하는 메시지를 n비트로 제한하고, 그 n 비트내에서 각 전송정보의 위치 및 크기, 즉 할당 비트 수를 미리 설정한다.

이 때 각 비트는 수 Hz 대의 매우 낮은 서로 다른 주파수의 신호로 대응이 되어 있어서 해당 비트 값이 1 또는 0 에 따라 대응이 되어진 해당 신호를 전송신호에 추가 또는 삭제한다. 신호합성의 과정을 보면 전송할 매우 낮은 주파수의 합성신호를  $s(t)$ 라 하면

$$s(t) = \sum_{i=0}^{i=n-1} 2\pi \cdot b_i \cdot A_i \cdot \sin(2\pi \cdot f_i \cdot t + \phi_i) \text{-----}(1)$$

여기서  $b_i$ 는 메시지의 각 해당 비트 값을 나타내며,  $F_i$ ,  $\phi_i$ ,  $A_i$ 는  $b_i$ 에 미리 할당된 신호의 주파수 및 초기 위상, 그리고 진폭을 말한다.

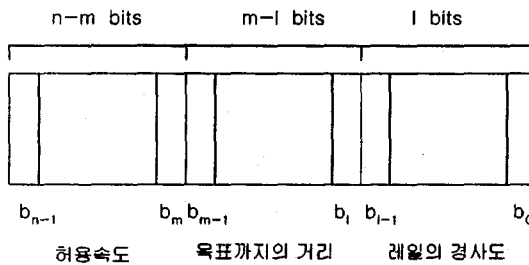


그림 1. 메시지 구성

### 2.2 신호변조

위의 신호  $s(t)$ 는 수 kHz 대의 캐리어신호  $c(t)$ 를 사용하여 FM 변조된다. FM 변조된 신호를  $v(t)$ 라 하면

$$v(t) = A_o \cdot \sin(2\pi \cdot f_o \cdot t + \int s(t)) \text{-----}(2)$$

따라서

$$v(t) = A_o \cdot \sin(2\pi \cdot f_o \cdot t - \sum_{i=0}^{i=n-1} \frac{2\pi \cdot b_i \cdot A_i}{F_i} \cdot \cos(2\pi \cdot f_i \cdot t + \phi_i)) \text{-----}(3)$$

여기서  $A_o$  와  $f_o$ 는 캐리어신호의 진폭 및 주파수를 말하고  $A_i/F_i$ 는 모듈레이션 인덱스에 해당된다.

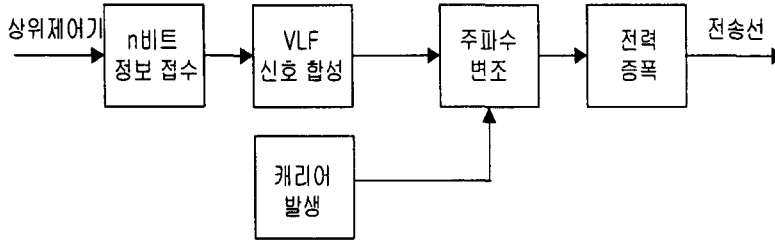


그림 2. 신호 전송부

### 3. 정보 분석

차상에 수신된 변조신호는 전복조(pre-demodulation)밴드패스필터, 복조기(demodulator), 후복조(post-demodulation)저역통과 필터를 통해 복조된다. 최적의 복조를 위해서는 복조기를 거치기 전에 DC 성분 제거가 선행되어야 한다. 이렇게 VLF를 뽑아 낸 후 그 신호의 스펙트럼을 FFT를 사용하여 분석함으로써 본래의 메시지를 알아 내게 된다. 종래에는 하드웨어를 사용하여 이 과정을 수행했으나 최근에는 고속의 DSP(Digital Signal Processor)의 발달로 인해 소프트웨어로 처리하는 경우가 많이 있다. 여기서는 소프트웨어로 디지털 필터 및 복조기를 구성하고 복조기를 거친 신호를 FFT를 사용하여 신호를 분석한다.

#### 3.1 디지털 필터

사용되는 필터는 IIR(Infinite-Impulse Response)필터로서, 여기서는 주로 다른 타입에 비해 주파수 선별성이 좋은 타원(elliptic) 타입을 사용하고, 캐리어 필터용으로는 버터워스(Butterworth) 타입을 사용한다. 각 필터는 가장 기본 구성인 다음과 같은 2차 셀을 직렬로 연결하여 얻어진다. 2차 셀은 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$y(n) = -a_1y(n-1) - a_2y(n-2) + b_0x(n) + b_1x(n-1) + b_2x(n-2) \text{-----(4)}$$

여기서  $y(k)$ 는  $k$ 순간에서 출력 값이다.  $X(k)$ 는  $y(k)$ 의 입력이다. 이 방정식을 Z 변환하여 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$H(Z) = \frac{b_0 + b_1Z^{-1} + b_2Z^{-2}}{1 + a_1Z^{-1} + a_2Z^{-2}} \text{-----(5)}$$

이 전달 함수를 직렬로 연결하게 되면 다음과 같은 식이 된다.

$$H(Z) = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{b_{i0} + b_{i1}Z^{-1} + b_{i2}Z^{-2}}{1 + a_{i1}Z^{-1} + a_{i2}Z^{-2}} \text{-----(6)}$$

여기서  $n$ 은 필터의 차수;  $n/2$ 는 필터 셀의 수, 그러므로  $i$ 는 셀의 인덱스

계산을 수월하게 행하기 위하여 수식을 이항된 형태로 바꾸면 다음과 같게 된다. 각 구간  $i$ 에 대하여 연산이 다음과 같이 수행이 된다.

$$\begin{aligned}
 y_i(n) &= b_{i0}y_{i-1}(n) + w_{i1}(n-1) \\
 w_{i1}(n) &= b_{i1}y_{i-1}(n) - a_{i1}y_i(n) + w_{i2}(n-1) \\
 w_{i2}(n) &= b_{i2}y_{i-1}(n) - a_{i2}y_i(n)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$y_{i-1}(n)$ 은 이어지는 구간의 출력이다.

위 식으로부터 원하는 특성에 맞는 필터계수를 적절히 선정함으로써 원하는 특성을 얻을 수 있다. 디지털 필터의 계수는 MATLAB, 또는 기타 상용의 소프트웨어 패키지를 사용해 최적의 값을 구할 수 있다.

### 3.2. 복조기

주파수 변조된 신호  $v(t)$ 는 식 (2)와 같고 따라서 신호  $v(t)$ 의 순시주파수는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt}, \quad \text{즉 } f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \cdot s(t) \quad (\text{단 } \Phi(t) = 2\pi \cdot f_0 \cdot t + \int s(t)) \tag{8}$$

여기서 사용하는 디지털 복조기의 원리는 캐리어신호가 영점을 지나는 순간을 검출하여 그 시간 값으로부터 순간 주기를 구하고 그렇게 하여 구해진 주기와 이미 알고 있는 캐리어 주파수 값을 사용하여 식(8)식으로부터 피변조신호를 추출하는 방법이다. 만약 샘플링에 의해 정확한 영점 교차 순간을 구하기 힘든 경우는 샘플링된 값을 사용하여 보간을 행한 후 그 값을 사용한다. 신호  $v(t)$ 가 음에서부터 양의 방향으로 영점을 지나는 순간을  $t_1$ 이라 하고 같은 형태로 다음의 영점을 지나는 순간을  $t_2$ 라 하면 다음 식의  $T(t)$ 는 “순간적인” 주기를 나타낸다.

$$T(t) = t_2 - t_1 \tag{9}$$

여기서  $t_1$ 은 다음을 만족하고

$$2\pi f_0 t_1 + \int_0^{t_1} s(u) du = 2k\pi \tag{10}$$

는 다음을 만족하므로,

$$2\pi f_0 t_2 + \int_0^{t_2} s(u) du = 2(k+1)\pi \tag{11}$$

식(10)에서 식(9)을 빼고  $2\pi$ 로 양변을 나뉘 주면

$$f_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2\pi} \int_{t_1}^{t_2} s(u) du = 1 \tag{12}$$

따라서:

$$1/(t_2 - t_1) = f_0 + k \cdot \overline{s_{t_1 t_2}} \tag{13}$$

여기서  $k = \frac{1}{2\pi(t_2 - t_1)}$  이고,  $\overline{s_{t_1 t_2}}$ 는 시간 간격  $[t_1, t_2]$ 에서  $s(t)$ 의 평균값을 나타낸

다. 그런데 위 식에 의해 매 순시주기마다  $s(t)$ 를 구하는 것이 아니고, 신호에서의 노이즈등을 고려해 일정 시간 구간 동안의 주기(또는 주파수)를 평균하여 그 평균값을 사용해 복조를 행한다. 만약 미리 설정된 일정 시간 구간 동안, 주기가  $T$ 인 반송파의 주기의 수가  $L$ 이

라 하고 이 시간 구간 내에서의 평균주파수를  $F(n)$ 이라 하면

$$F(n) = \sum_{i=n-L+1}^n f(i) \text{-----}(14)$$

이것은 상수 계수를 갖는 FIR 필터의 식이다. 이 식의 전달함수를 구하면

$$H(j\omega) = e^{-j\omega(L-1)/2} \frac{\sin(L\omega/2)}{\sin(\omega/2)} \text{-----}(15)$$

여기서:  $\omega = 2\pi f / f_0$  즉 이 함수는 주파수  $f = k \cdot f_0 / L = k \cdot f_e / M$   $k=1, 2, \dots$ 에서 전송 영점을 갖는 저역 통과 필터이다. 따라서, 이러한 방법의 복조기는 근본적으로 저역 통과 필터란 것을 알 수 있고 이것의 특성은 시간구간  $LT$  또는  $L$  값에 의존한다. 이 필터의 장점으로서는 반송파 내에 실려 있는 노이즈나 반송파 신호의 갑작스런 결상등의 영향을 제거할 수 있다는 점이다.

### 3.3 FFT (Fast Fourier Transform)

일반적으로, 신호검출을 위해 어떤 방법을 사용하는가는 시스템에 들어오는 노이즈의 타입에 따라 결정된다. 차상수신기의 경우 수신신호에 실리는 노이즈는 화이트 노이즈라 할 수 있고 따라서 화이트 가우시안 노이즈의 경우에 최적의 특성을 나타내는 푸리에 변환을 사용하여 신호검출을 하도록 하였다.  $N$  차 이산 푸리에 변환(Discrete Fourier Transform; DFT)은 다음과 같이 정의된다:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi \cdot n \cdot k / N} \text{-----}(16)$$

$x(n)$ 은 연속신호  $x(t)$ 의 샘플링한 값이고  $X(k)$ 는 주파수  $f = k \cdot f_e / N$ 에서의 주파수 성분이다. 여기서  $f_e$ 는 샘플링주파수이다.

식(16)을 보면 DFT의 계산에는 많은 적화(sum of product) 계산이 필요하다. 하나의  $k$ 에 대해  $N$  회의 적화를 계산하고 이것을  $N$  회 반복하는 것이므로 전체적으로  $N^2$  회의 적화 계산이 필요하게 된다. FFT(Fast Fourier Transform)는 식(16)식의 DFT 계산에 사용되는 회전자 또는 트위들 인자(twiddle factor)라고 불리는  $W_N = e^{-j2\pi / N}$ 의 주기성과 분해성을 이용해 그 계산을 대폭 감소시키는 알고리즘을 말한다.

FFT에 의해 복조된 신호의 스펙트럼을 실시간으로 분석하는데에 있어서는 신호의 일부만을 사용하여야 한다. 무한으로 계속되는 신호의 일부를 시간에 따라 움직이는 창을 통해 관측하는 것으로 볼 수 있다. 따라서 FFT를 계산한다는 것은 무한으로 계속되는 신호에 유한한 폭을 가진 창함수를 곱한 것의 푸리에 변환에 상당한다. 즉 이 유한한 창의 크기를 1 주기로 하고, 그것이 과거부터 미래에 걸쳐 무한으로 계속되는 주기함수의 푸리에 변환을 하고 있는 것에 해당한다. 따라서 이 관측창을 "움직이는 창(sliding window or sliding slot)"이라고도 한다. 따라서 DFT에 의해 얻어지는 스펙트럼은 당연히 신호의 진정한 스펙트럼과는 다르게 된다. 즉 창에 의한 스펙트럼은 신호의 참 스펙트럼과 창의 푸리에 변환값을 주파수 영역에서 컨벌루션(convolution)을 실시한 것이 된다. 만약 sliding slot의 크기를  $L$ 이라 하면

$$y_k(n) = \sum_{i=n-L+1}^n x(i) \cdot e^{-j2\pi i k / N} \quad \text{-----(17)}$$

대표적으로 사용되는 창함수는 다음과 같다.

(1) 방형(rectangular) 창

$$w[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{-----(18)}$$

(2) 해닝(Hanning) 창

$$w[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos(2\pi \cdot n / N) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{-----(19)}$$

(3) 해밍(Hamming) 창

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos(2\pi \cdot n / N) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{-----(20)}$$

(4) 블랙맨(Blackman) 창

$$w[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos(2\pi \cdot n / N) + 0.08 \cos(4\pi \cdot n / N) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{-----(21)}$$

방형창을 사용하여 FFT를 하는 경우 신호의 주파수 분해능을  $\Delta f$ , 창 의 크기를 L 이라 하면 다음과 같은 관계가 있다.

$$L \geq \frac{f_e}{\Delta f} = \frac{1}{\Delta f \cdot T} \quad \text{-----(22)}$$

L 값이 크면 클수록 신호분석도 정확하고 노이즈에 대해 면역도 좋지만, 응답시간이 길어지는 단점이 있다. 이런 단점을 극복하기 위해 더블 슬라이딩 슬롯 알고리즘이 있다. 이 방법은 슬라이딩 슬롯을 2 개를 사용하고, 그 중 짧은 것은 과도상태 조건을 위해서 사용되고, 긴 것은 안정된 동작을 하기 위해 사용된다.

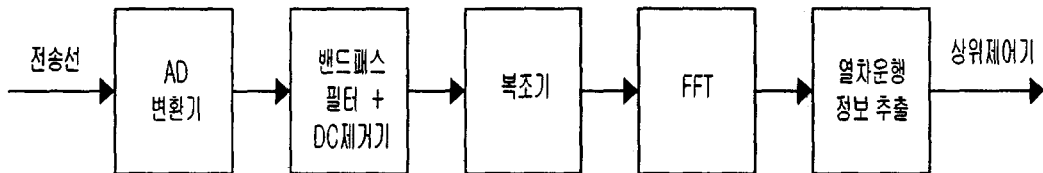


그림 3. 정보분석부

#### 4. 시뮬레이션 및 결과

크기가 같고 주파수가 각각  $f_1=20\text{Hz}$ ,  $f_2=25\text{Hz}$ ,  $f_3=30\text{Hz}$  인 세 개의 신호가 합성된 신호를 방형창 및 해밍창을 사용하여 FFT 연산을 하고 그 출력을 비교하였다. 샘플링 주파수는 100Hz로 하고 창 의 길이 L 은 10,20,40,100 샘플수로 하였다. 그림 5 는 그 결과를 보여 준다.

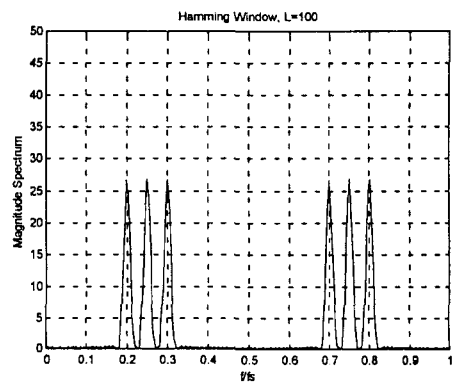
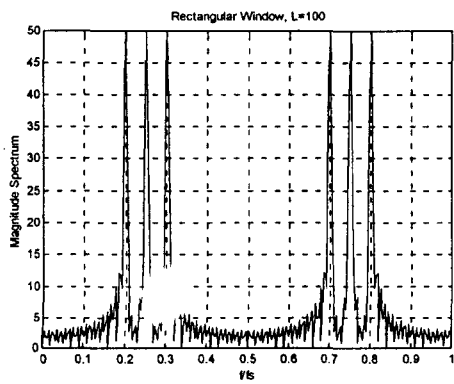
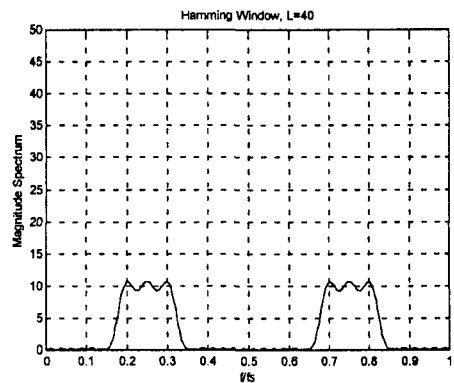
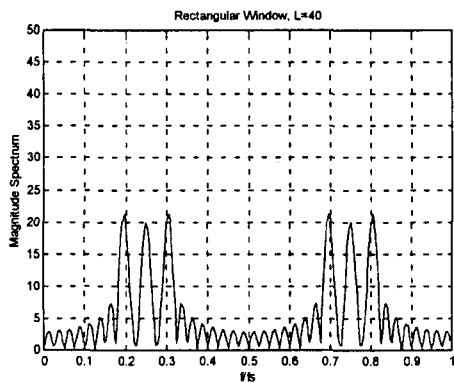
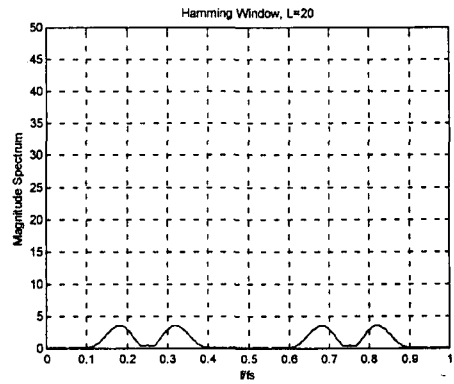
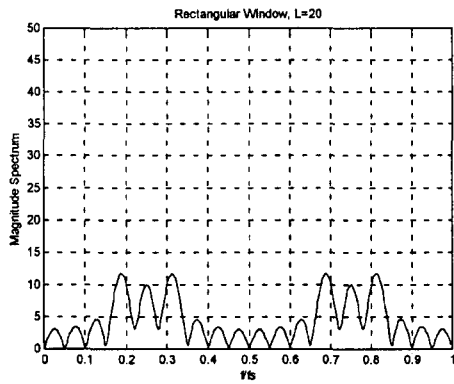
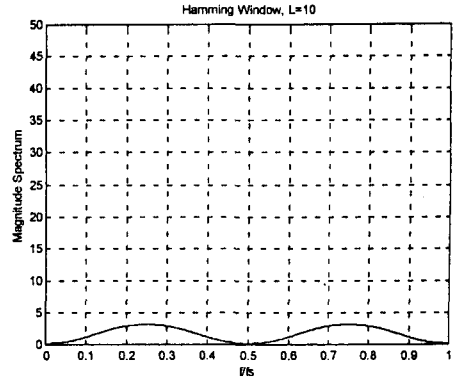
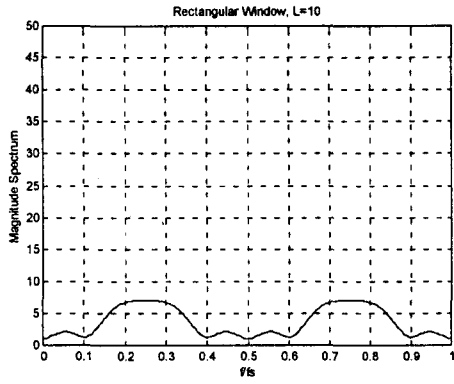


그림 4. 방형창과 해밍창에 의한 스펙트럼 분석

## 5. 결론

운행 정보 내용이 VLF 신호의 합성으로 엔코드 되어지고 또 FM 변조되어된 신호로부터 정보 내용을 추출하는 과정을 검토해 봤다. 수신된 신호의 필터와 복조 과정을 디지털로 처리하는 방법을 제시하였다. 또한 복조된 신호의 주파수 분석을 위해 FFT 알고리즘을 사용하였다. 실제적인 FFT 연산을 위해 'sliding slot'을 사용하고 시뮬레이션을 통하여 그 크기 및 종류가 스펙트럼 분석 결과에 미치는 영향을 살펴 보았다. 결과, 방형과 원도우는 분해능은 좋으나 오버슈트가 있고, 해밍코드로는 분해능이 떨어 지나 오버슈트가 없었다. 따라서 신호의 형태나 또한 시스템의 종류, 그리고 신호처리부의 처리 속도 등을 고려하여 최적의 창 및 크기를 선정하여야 할 것이다.

이와 같이 소프트웨어적으로 신호 처리를 함으로써 하드웨어의 사용을 감소시키고 추가적인 업그레이드가 수월하게 된다.

향후의 과제는 열차 정보 분석에 관한 신뢰도를 높이기 위하여 알고리즘을 보완하여야 한다. 즉, 복조 이후에 필터를 한번 더 사용하여 FFT를 수월하게 하도록 하는 방법과 FFT 이후에 오류 검지를 할 수 있는 알고리즘의 추가가 필요하다고 생각된다. 또한 신호 처리에 있어서 노이즈에 대한 영향도 더 고려되어야 할 것이다.

## 참고문헌

1. Sophocles J.Orfanidis (1996), "Introduction to signal processing", Prentice-Hall
2. Texas Instrument(1990), "Digital signal processing applications with TMS320Family
3. Vinay K.Ingle John G.Proakis(1997),"Digital Signal Processing Using MATLAB",
4. CSE "Principles of continuous transmission
5. LG 산전(1997),"자동열차제어장치 기술개발에 관한 연구