

파괴역학을 이용한 차륜과 레일의 마모에 관한 연구

A Study on the Wear of Rail by Fracture Mechanics

구병춘
Goo, Byeong-Choon*

ABSTRACT

A two dimensional elasto-plastic finite element program taking into account contact between crack surfaces is developed in order to analyze subsurface cracking in rolling contact. But the friction between upper and lower surface of the crack is not considered. Under the assumptions of small deformation and small displacement, the incremental theory of plasticity is used to describe plastic deformation. J-integral is computed as the applied Hertzian load slides over the surface with friction. J-integral is correlated with wear rate of the rail. The propagation rate of the right tip of the subsurface crack is fast by 45 % than that of the left side.

1. 서론

기계나 구조물에는 접촉하는 부분이 많고 이들 접촉부의 상대운동은 접촉부에 마모를 일으켜 기계나 구조물의 성능을 저하시키거나 고장 및 파손의 원인을 제공한다. 국내에서 마모현상에 대한 연구가 활발한 관심을 갖게 된 것은 최근의 일이다. 철도차량분야에서 대표적인 마모문제의 하나가 휠과 레일 사이에 일어나는 구름접촉에 의한 마모이다. 특히 레일은 표면근처에서 발생하는 여러 종류의 균열이 성장하여 파손되는 사례가 많다. 균열의 생성과 성장은 파괴역학의 한 관심 분야로 이미 많은 연구결과가 알려져 있다. 1970년대 초반 Suh[1]는 파괴역학에 근거한 새로운 마모기구인 층분리마모이론(delamination theory of wear)을 제안하였다. 그에 의하면 마모는 표면에 아주 가까운 곳에 균열이 생기고 이 균열이 진전하여 마모입자를 만들어 일어난다고 한다. 많은 재료에서 균열의 생성에 필요한 시간은 균열이 진전하여 마모입자를 만드는 시간에 비하여 매우 작은 것으로 알려져 있다. 따라서 위와 같은 마모기구에서는 균열의 진전에 관한 지식이 마모를 이해하는데 큰 도움을 줄 수 있는 것이다.

지금까지의 연구들은 표면아래 놓여있는 균열의 응력세기계수(stress intensity factor)를 구하여 균열진전이 가능한지를 조사하거나 균열진전에 관한 가설로부터 균열진전의 방향을 예측하였다. 실제로 관찰된 균열은 많은 경우 표면에 거의 평행하게 진전하다가 표면으로 방향을 바꾸어 마모입자를 만드므로 이들 연구에서도 반무한판의 표면근처에 나란히 놓여 있는 균열을 대상으로 응력세기계수를 구하거나 균열진전방향을 예측하였다. Fleming과 Suh의 연구[2]를 시작으로 Hills과 Ashelby[3], Rosenfield[4]는 표면에 평행하게 놓여 있는 균열이 집중하중이나 분포하중을 받는 경우에 모드 I과 모드 II의 응력세기계수 K_I , K_{II} 를 구하거나 Flamant의 해를 이용하여

* 한국철도기술연구원 차량연구부 선임연구원, 정회원

균열면의 마찰, 균열길이, 균열깊이의 영향 등을 살펴보았다. 그러나 이들 결과의 응력세기계수는 균열을 진전시키기에는 너무 작고 균열진전방향을 설명하기도 어려웠다. 응력세기계수 K_I , K_{II} 는 균열이 표면에서 얼마만큼의 깊이에 있을 때 최대였는데 이는 충분리마모의 가능성을 보여준다. 하중이력과 균열면의 마찰을 고려한 Hearle과 Johnson의 결과는[5] 하중이 늦게 지나가는 균열 선단의 K_{II} 의 변화량 즉 ΔK_{II} 가 반대쪽 균열선단에서의 변동폭보다 30% 정도 커 Yoshimura 등의 실험결과와[6] 유사함을 보여 주었다. 한편 Sheppard 등은[7] 특이적분방정식 (singular integral equation)을 이용하여 K_I , K_{II} 를 구하여 Hearle과 Johnson의 근사해와[5] 유사한 결과를 얻었다.

Shieh의 압축전단균열 생성 및 진전에 관한 실험[8]이나 Bill 과 Wisander의 마모시편 관찰에 [9] 의하면 마모현상은 표면근처의 심한 소성변형을 수반하므로 이에 대한 고려가 필요함을 알 수 있다. 소성변형을 고려한 연구로는 Rosenfield가[10] 표면근처의 응력, 변형률에 관한 실험자료로부터 소성변형을 고려한 마모율의 식을 제안하였고, Bilby-Cottrel-Swinden 모델을 이용하여 소성변형을 고려한 균열선단의 상대적 미끄러짐변위를 구하여 마모와 관련지우기도 하였다[11].

본 연구에서는 균열면의 접촉을 고려한 2차원 탄소성유한요소 프로그램을 개발하고 레일의 마모율을 파괴역학에서 사용하는 매개변수로 탄소성영역에서도 사용가능한 J-integral를 통하여 예측하였다.

2. 유한요소법에 의한 탄소성 접촉문제 해석

2.1 지배방정식

문제의 해석영역은 Ω 이고 경계는 $\Gamma = \Gamma_d + \Gamma_f$ 이다(Fig. 1).

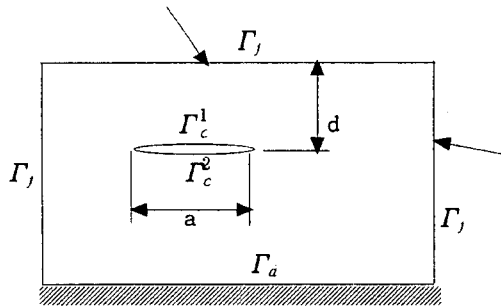


Fig. 1 Analysis domain including subsurface cracks

Γ_d 에서는 변위가 Γ_f 에서는 외력이 주어진다. 접촉가능영역인 균열의 윗면을 Γ_c^1 , 아랫면을 Γ_c^2 로 표시하고 Γ_c^k ($k=1, 2$)에서 접촉압력과 접선력을 각각 S_n^k , S_t^k 표시하면 아래의 관계가 있다 :

$$S_n^k = -\sigma_{ij}^k n_i^k n_j^k \quad (1)$$

$$S_t^k = -\sigma_{ij}^k n_i^k t_j^k \quad (2)$$

여기서 n_i^k 는 k면에서 단위외향법선벡터의 i축방향의 성분이고, t_j^k 는 k면에서 단위접선벡터의 j축방향의 성분이다. 접촉점에서 압력이 양이 되도록 부호약속을 하였고 접선방향은 경계를 따라 이동할 때 해석대상인 물체가 오른쪽에 있으면 양으로 하였다. 따라서 균열접촉면의 마찰을 무시

하면 모든 접촉점에서 $S_n^1 = S_n^2 = S_n$, $S_i^1 = S_i^2 = 0$ 이 된다. 탄소성해는 하중의 경로에 의존하므로 각 하중증분에 대해 다음 식들을 만족하여야 한다.

정적 문제에 대해 평행방정식은 아래와 같다 :

$$d\sigma_{ij,k} = 0 \quad (3)$$

변형률 ε_{ij} 과 변위 u_i 의 관계는 아래와 같다 :

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(du_{i,j} + du_{j,i}) \quad (4)$$

여기서 $u_{i,j}$ 는 변위 u_i 의 좌표 j 에 대한 미분을 나타낸다.

응력과 변형률의 관계는 다음식으로 주어진다 :

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl} \quad (5)$$

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^p d\varepsilon_{kl} \quad (6)$$

여기서 C_{ijkl}^e 는 탄성변형에서의 계수이고 C_{ijkl}^p 는 탄소성변형에서의 계수이다. 이하 재료는 등방체라 가정한다.

경계조건으로는 Γ_a , Γ_f 에서 아래와 같은 관계가 주어진다 :

$$d\sigma_{ij} n_j = dF_i \text{ on } \Gamma_f \quad (7)$$

$$du_i = du_{0i} \text{ on } \Gamma_a \quad (8)$$

여기서 F_i 와 u_{0i} 는 i 점에서 주어진 하중과 변위이다.

기준상태에서 접촉가능영역에 있는 대응점 사이의 간격을 β 라 하면 변형후의 간격 D_n 는 아래와 같이 표현된다 :

$$D_n = \beta - (du_i^1 n_i^1 + du_i^2 n_i^2) \quad (9)$$

Γ_c^* 의 모든 점에서 접촉압력이나 간격 중 하나는 0이므로 다음의 관계가 있다 :

$$D_n(S_{n-1} + dS_n) = 0 \quad (10)$$

여기서 dS_{n-1} 은 앞단계에서의 접촉압력이고, dS_n 은 하중의 증분에 대한 접촉압력의 증분이다.

2.2. J-적분

보존적분의 하나인 J-적분은 식 (11)과 같이 정의된다[12] :

$$J = \int_{\Gamma} W dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \quad (11)$$

여기서 W 는 변형률에너지 밀도, t_i 는 적분경로 Γ 상에서 트랙션의 i 축방향 성분을, u_i 는 i 축방향의 변위를, ds 는 적분경로 Γ 를 따르는 미소길이를, Γ 는 균열의 아랫면에서 시작하여 윗면에 이르는 적분경로를 나타낸다.

x 축에 평행하게 놓여 있는 균열면에서 마찰이 없고 적분경로의 시작점과 끝점이 균열의 상하면에서 일치하면 균열이 닫히는 경우에도 J -적분의 경로독립이 성립한다[12]. J -적분의 경로독립은 비선형탄성체에서 유도된 것이다. 변형소성론의 해는 하중경로에 무관하고 최종상태에만 의존하나 증분소성론의 해는 하중경로에 의존하는데 이 경우 J -적분의 경로독립성을 이론적으로 증명할 수는 없으나 수치해석 결과에 의하면 적분경로가 균열선단에 매우 가깝지 않으면 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는다. 식 (11)을 수치적분에 적절한 형태로 바꾸면 다음과 같다.

$$W = W_e + W_p \quad (12)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^e \quad (13)$$

$$W_p = \int_0^{\bar{\varepsilon}_p} \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}_p \quad (14)$$

여기서 첨자 e 는 탄성성분을, p 는 소성성분을 나타내고 $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}_p$ 는 각각 등가응력과 등가소성변형률이다.

3. 마모율의 예측

휠과 레일의 구름접촉을 휠이 고정된 휠의 중심을 기준으로 회전하고 충분히 큰 판으로 가정된 레일이 휠에 접촉하는 것으로 모델링 한다(Fig.2). 휠과 레일의 접촉은 마찰이 있는(마찰계수 μ) hertz 압력으로 가정된다. 길이 a , 깊이 d 인 균열이 표면에 평행하게 놓여 있다. 균열 상하면에서의 마찰은 무시한다. 하중이 왼쪽에서 오른쪽으로 반복적으로 움직일 때, i 번째 사이클에서의 균열진전을 Δa_i 라 하면 Δa_i 는 μ , d , a , 작용하중 그리고 재료특성의 함수로 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta a_i = f(\mu, d, a, \text{applied load, material properties}) \quad (15)$$

접촉점(asperity)의 수를 N , 균열의 폭을 W 라 하면 하나의 균열의 진전에 의한 마모된 부피 V_1 은 식 (16)과 같이 표현된다 :

$$V_1 = wd \sum_{i=1}^N (\Delta a_i + \Delta a_n) \quad (16)$$

여기서 l 는 균열의 왼쪽을 r 은 균열의 오른쪽을 나타낸다. 따라서 한층의 마모판이 떨어져 나갈 때의 마모된 부피 V 는 다음 식으로 표시할 수 있다 :

$$V = N_c N_u w d \sum_{i=1}^N (\Delta a_{li} + \Delta a_{ri}) \quad (17)$$

여기서 N_c 는 미끄럼방향을 따라 놓여 있는 균열의 수이고, N_u 는 깊이방향으로 놓여 있는 균열의 수이다. $N_u w$ 는 접촉폭의 크기 L_u 정도이므로 식 (17)은 다음과 같이 표현된다 :

$$V = N_c L_u d \sum_{i=1}^N (\Delta a_{li} + \Delta a_{ri}) \quad (18)$$

휠과 레일의 접촉에서 접촉점의 간격을 λ , 균열의 간격을 l_c , 접촉길이를 L , 한층이 떨어져 나가는데 필요한 미끄럼거리를 S 라 하면, 접촉점의 수 N 는 :

$$N = S / \lambda \quad (19)$$

미끄럼방향을 따라 놓여 있는 균열의 수 N_c 는

$$N_c = L / l_c \quad (20)$$

이다. $L_u = L$ 의 가정하에 식 (19), (20)을 식 (18)에 대입하면 레일의 마모율 V/S 는 다음식으로 주어진다 :

$$\frac{V}{S} = \frac{L^2 d (\overline{\Delta a_l} + \overline{\Delta a_r})}{\lambda l_c} \quad (21)$$

여기서 $\overline{\Delta a_l}$, $\overline{\Delta a_r}$ 은 N 사이클에 대한 한 사이클의 평균균열진전량이다.

재료의 물성들이 $\overline{\Delta a_l}$, $\overline{\Delta a_r}$, l_c 등의 변수에 영향을 미치게 되어 각 재료의 마모율은 다르게 나타난다. 접착마모(adhesive wear)에서 마모율은 온도, 습도, 접촉면의 윤활, 산화막의 두께, 미끄럼속도 등의 많은 인자들에 영향을 받으나 주어진 조건하에서는 경도 H , 작용하중 \mathbb{W} 그리고 마모계수 K 의 함수로 알려져 있다. 마모계수 K 는 아래와 같이 정의된다[13] :

$$K = \frac{3VH}{WS} \quad (22)$$

식 (21)을 (22)에 대입하면 마모계수 K 는 다음과 같이 주어진다 :

$$K = \frac{3HL^2 d (\overline{\Delta a_l} + \overline{\Delta a_r})}{W \lambda l_c} \quad (23)$$

균열의 평균전파율 $\overline{\Delta a_l}$, $\overline{\Delta a_r}$ 은 탄성변형인 경우 Paris의 법칙으로 표현될 수 있다[14] :

$$\frac{da}{dN} = \beta (\Delta K)^m \quad (24)$$

미소균열의 크기가 그레인 크기의 몇 배 이상이면 파괴역학의 적용이 가능하고 J-적분이 적절한 파괴변수의 역할을 한다. 레일의 마모도 상당한 소성변형을 수반하므로 균열전파의 매개변수로 J-적분을 이용하면 식 (24)는 다음과 같이 표현된다 :

$$\frac{da}{dN} = \gamma(\Delta J)^n \quad (25)$$

식 (25)를 이용하면 마모율과 마모계수는 다음과 같이 주어진다 :

$$\frac{V}{S} = \frac{L^2 a [\gamma(\Delta \bar{J}_D)^n + \gamma(\Delta \bar{J}_R)^n]}{\lambda l_c} \quad (26)$$

$$K = \frac{3HL^2 a [\gamma(\Delta \bar{J}_D)^n + \gamma(\Delta \bar{J}_R)^n]}{W \lambda l_c} \quad (27)$$

여기서 $\Delta \bar{J}_D$, $\Delta \bar{J}_R$ 은 진전하는 균열에 대한 한 사이클의 평균값이다.

4. 유한요소 해석결과

해석모델은 Fig. 2와 같이 폭은 110 μm , 높이는 75 μm 이다. 균열의 길이 a는 5 μm 이고 표면으로부터 20 μm 의 깊이에 표면과 평행하게 놓여 있다. 경계조건은 물체의 밑면은 고정시키고 양 측면은 길이방향으로만 고정시켰다.

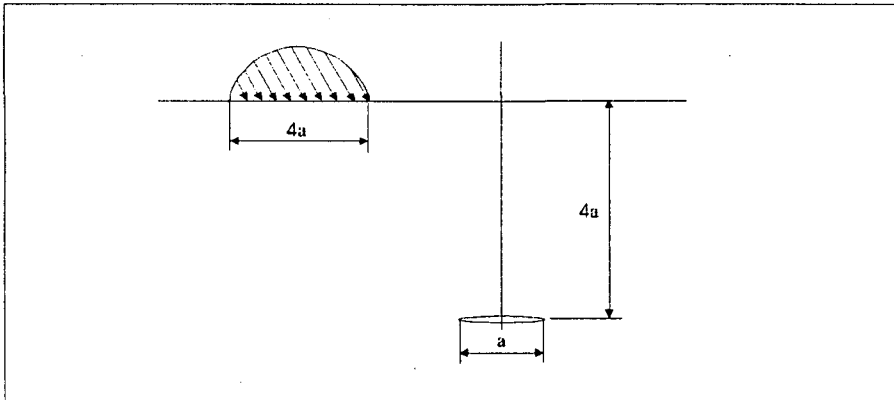


Fig. 2 Subsurface crack under a moving asperity load on rail

Von Mises 항복조건과 소성역에서 일경화(work hardening)는 없는 것으로 가정하였다. 마찰계수는 0.2, Hertz 압력분포로 압력의 최대값 $P_0=1114.6$ MPa, 레일의 항복응력은 482.6 MPa, 탄성계수 20 GPa로 하였다. 하중의 증분은 26단계로 하였다. 소성변형이 커지면 각 증분에 대해 몇번의 반복을 하여야 수렴하였다. 소성역은 작용하중의 근처에서 크게 생기나 균열선단 주위에서는 크지 않다. 하중이 왼쪽에서 오른쪽으로 움직일 때 4가지 위치에서의 J-적분을 계산하고 소성변형영역을 도시하였다(Fig. 3-6). J-적분은 균열의 왼쪽, 오른쪽 선단에서 각각 6가지 경로에 대해 구하였는데 J-적분의 경로독립성을 확인할 수 있었다(Table 1).

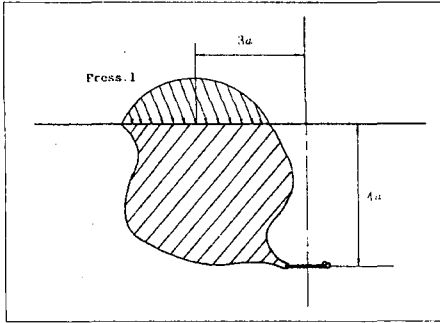


Fig. 3 Plastic zone for load case 1

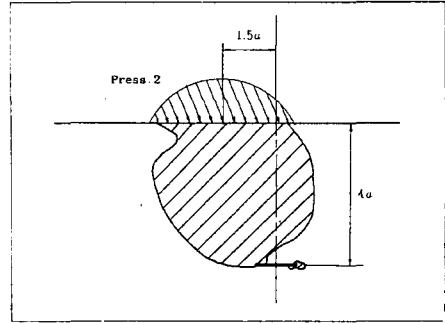


Fig. 4 Plastic zone for load case 2

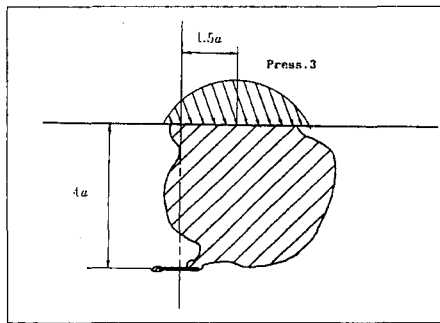


Fig. 5 Plastic zone for load case 3

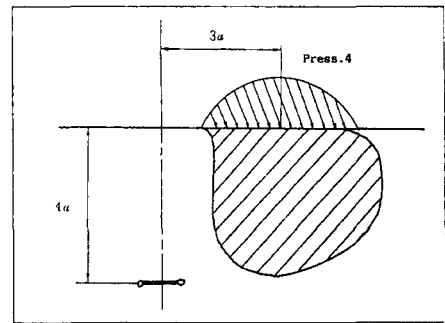


Fig. 6 Plastic zone for load case 4

Table 1 J-integral for a Hertzian load with friction coefficient 0.2. The paths 1-6 are for the left tips of the cracks and the paths 7-12 for the right tips.

Load case Path	Press. 1	Press. 2	Press. 3	Press. 4
1	1.248	1.184	0.4663	0.9074
2	1.247	1.189	0.4476	0.8996
3	1.213	1.172	0.4436	0.9134
4	1.219	1.176	0.4360	0.8931
5	1.203	1.157	0.5015	0.9269
6	1.202	1.152	0.4281	0.8928
평균	1.222	1.171	0.4538	0.9055
7	1.327	0.8264	0.7535	0.7618
8	1.325	0.7867	0.7590	0.7663
9	1.346	0.7441	0.7154	0.7421
10	1.331	0.7838	0.7270	0.7446
11	1.354	0.8371	0.7008	0.7359
12	1.332	0.7666	0.7138	0.7417
평균	1.335	0.7907	0.7282	0.7487

ΔJ 를 식 (26), (27)에 대입하면 마모율이나 마모계수에 대한 정보를 구할 수 있다. Table 1에서 $\Delta J=0.7682$ N/m이고 $\Delta J=0.6068$ N/m이다. 오른쪽 선단에서의 ΔJ 값이 왼쪽선단에서의 값보다

26% 크다. 균열진전이 식 (25)를 따르고 $n=1.6$ 정도라면 오른쪽 균열선단에서의 균열진전이 45 % 정도 빠르다.

5. 결 론

레일의 마모를 파괴역학적 접근으로 해석하기 위해서 표면아래 있는 균열의 성장을 예측할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 균열면의 마찰은 고려하지 않았다. 철에 의해 반복하중이 작용하는 레일의 마모율과 마모계수를 파괴역학의 보존적분의 하나인 J-적분으로 수식화 하였다. Hertz압력과 마찰력이(마찰계수 0.2) 왼쪽에서 오른쪽으로 이동할 때, 표면과 나란히 놓여있는 균열의 진전을 J-적분으로 예측한 결과 오른쪽 균열선단이 왼쪽 선단보다 45%정도 빨리 진전하였다. 실제 마모현상에 더욱 근접하기 위해서는 균열면에서의 마찰을 고려하여야 할 것이다. 그러나 균열면의 마찰을 고려하면 J-적분의 경로독립성을 잃게 되어 보존적분으로 사용할 수 없으므로 적절한 수정이 필요하다. 소성변형과 균열면의 마찰을 고려한 적절한 파괴변수에 대한 연구와 실제 레일의 마모와 J-적분의 관계에 대한 실험적 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. N.P. Suh (1973), "The delamination theory of wear," *Wear*, Vol.25, pp.111-124.
2. N.P. Suh and coworkers (1977), "The delamination theory of wear," Elsevier Sequoia S.A., Lausanne.
3. D.A. Hills and D.W. Ashelby (1980), "On the determination of stress intensity factors for a wearing half-surface," *Eng. Fracture Mechanics*, Vol.13, pp.69-78.
4. A.W. Rosenfield (1981), "Wear and Fracture Mechanics," in *fundamentals of friction and wear of materials*, American Society for Metals, Metals Park, pp.221-234.
5. A.D. Hearle and K.L. Johnson (1985), "Mode II stress intensity factor for a crack parallel to the surface of an elastic half-space subjected to a moving point load," *J. Mech. Phys. Solid*, Vol.33, No.1, pp.61-81.
6. H. Yoshimura, C.A. Rubin and G.T. Hahn (1984), "A technique for studying crack growth under repeated rolling contact," *Wear*, Vol.95, pp.29-34.
7. S.D. Sheppard, J.R. Barber and M. Comninou (1987), "Subsurface cracks under condition of slip, stick and separation caused by a moving compressive load," *J. Applied Mechanics*, Vol.54, pp.393-398.
8. W.T. Shieh (1978), "The formation of fine relaxation cracks along the compressive maximum shear crack," *Int. J. of Fracture*, Vol.14, No.6, pp.633-638.
9. R.C. Bill and D. Winsander (1977), "Recrystallization as a controlling process in the wear of F.C.C. metals," *Wear*, Vol.41, pp.351-363.
10. A. Rosenfield (1981), "Elastic-plastic fracture mechanics and wear," *Wear*, Vol.72, pp.245-254.
11. A. Rosenfield (1981), "A dislocation theory approach to wear," *Wear*, Vol.71, pp.97-103
12. J.H. Park and Y.Y. Earmme (1986), "Application of conservation integral to interfacial crack problems," *Mechanics of materials* 5, pp.261-276.
13. Rabinowicz (1965) "Friction and Wear of Materials," John Wiley & Sons, Inc.
14. P.C. Paris (1975), "The stress intensity factors for cyclic reversed bending of a single edge cracked strip including crack surface interface," *Int. J. of Fracture*, Vol.11, 1975, pp.1070-1072.