

# 혼합모드하중하의 탄소성 파괴에 대한 2 매개변수법 : 소규모 항복해석

## Two Parameter Approach for Elastic-Plastic Fracture Mixed Mode Loading : Small Scale Yielding

김도형(전남대학교 대학원), 강기주(전남대학교 기계공학과)

### 1. 서론

용접 구조물의 파괴는 용접부의 결합에서 발생된 균열에 기인하는 경우가 많다. 외부 하중이 용접면에 경사지게 작용하고 균열이 취약부인 용접선을 따라 진전한다면 혼합모드 상태가 된다. 용접부의 파괴 해석들은 모드 I에 대해서만 수행하는 것이 일반적이나 위와 같은 경우에는 부적당한 파인 설계를 낳게 되어 혼합모드 파괴 해석이 필요하다. 기존의 연구는 주로 선형탄성파괴역학(LEFM)을 이용한 해석적인 연구 결과를 바탕으로 파괴인성( $K_{IC}$  또는  $G_c$ )의 측정 및 균열 진전 방향의 예측등의 측면에서 이루어져 왔다.

모드 I의 탄소성 파괴의 경우 소규모 항복상태에서 균열선단 응력분포는 J-적분을 매개변수로 한 HRR응력장으로 표현된다. T-응력이 가해지거나 구속감소(Low constraint)로 인한 대규모 항복 상태에서는 J-적분과 함께 Q 또는  $A_2$  등을 사용하여 균열선단 근처 응력을 표현하고자 하는 2 매개변수법(two parameter approach)이 제안되어 있다.

1974년 Shih[1]는 혼합모드 하중에 대해서도 HRR응력장이 존재하며 모드혼합도의 영향을 분리될 수 있음을 보였으나 최근까지도 혼합모드 탄소성 파괴에 대한 연구는 활발하게 이루어지지 못하였다. 평면 혼합모드 하중(모드 I+모드 II)하에서 균열선단 근처의 소성변형은 모드 II성분에 매우 민감하다고 알려져 있다. 연성 파괴의 경우 재료의 주된 저항(resistance)이 소성변형에 의한 에너지 흡수(plastic dissipation)라는 점을 감안하면 결과적으로 모드 II 성분은 파괴인성을 증가시키는 경향이 있다. 반면에 순수 전단 하중하에서 재료는 전단 띠 기구에 의해서 균열

이 진전할 수 있다. 한편 모드 I 파괴시에는 T-응력이 균열선단의 소성변형에 큰 영향을 미친다고 알려져 있다. 혼합모드하의 탄소성 파괴 거동도 모드혼합도뿐 아니라 T-응력의 영향을 받을 것으로 보인다. 최근 Du, Betegon과 Hancock[2]은 전 변형용이론(deformation theory of plasticity)를 이용하여 T-응력과 모드혼합도가 균열선단 소성영역의 크기 및 응력 분포에 미치는 영향을 보고한 바 있다. 본 연구에서는 증분 변형 소성이론(Incremental theory of plasticity)에 입각한 FEA를 수행하여 소규모 항복조건하의 균열선단 근처 응력분포에 미치는 T-응력과 모드혼합도의 영향을 조사하고 이것을 모드 I에 대하여 적용되어지는 2 매개변수 이론으로 설명할 수 있는지를 알아보려 하였다.

### 2. 기존이론

Williams[3]는 균열이 존재하는 무한평판에서 응력분포는 식(1)과 같다고 하였다.

$$\sigma_{ij} = A_{ij}(\theta)r^{-\frac{1}{2}} + B_{ij}(\theta) + C_{ij}r^{\frac{1}{2}} \dots \dots (1)$$

선형탄성파괴역학(LEFM)은  $r$ 이 0에 접근함에 따라 응력값이  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 의 특이성을 가지게 되어 응력 분포는 식(1)의 첫 번째 항에 의해서만 지배된다는 전제하에 균열 선단의 응력 분포를 식(2)와 같이 표현하였다.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (2)$$

Larsson과 Carlsson[4]은 식(1)의 두 번째 항이 소성 영역의 크기나 모양에 크게 영향을 미친다고 하였으며 Rice[5]는 두 번째 항을 고려하여 균열 선단의 응력 분포를 다음과 같이 표현하였다.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + T \delta_{ij} \delta_{ij} \quad (3)$$

Hutchinson[6] 과 Rice & Rosengren[7]은 모드 I에서 응력과 변형을 관계가 식(4)와 같은 Ramberg Osgood 의 관계식으로 표현될 때 소규모 항복 상태에서 균열 선단의 응력 분포는 식(5)와 같다고 하였다.

$$E\varepsilon = \sigma + \alpha\sigma\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{n-1} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_0\left(\frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_{n,r}}\right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}(\theta, n) \quad (5)$$

Hancock등[8,9,10]은 탄소성 재료의 균열 선단의 응력 분포를 조사하기 위해 모드 I에서 식(3)을 경계 조건으로 하는 FEA모델을 통해 Fig. 1과 같이 T가 0이나 양의 응력값을 가질 경우 균열 선단의 응력 분포는 HRR응력장에 접근하고 T가 음의 응력값을 가질 경우 HRR에서 점차 아래로 떨어짐을 보여주었다. 그리고 인장이나 굽힘형상의 시험편에 대해서 균열 길이를 달리하면서 해석한 결과 Fig. 1과 유사한 결과를 얻었다.

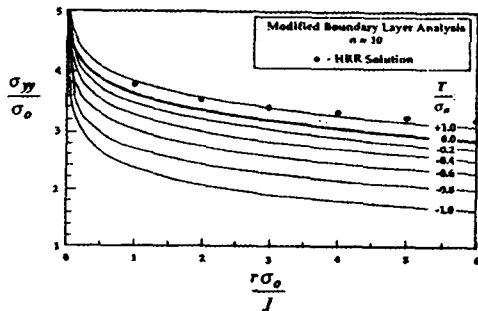


Fig. 1 the tangential stress obtained from modified boundary layer formulation

한편 O'Dowd 와 Shih[11]는 균열 선단에서 둔화 현상에 의한 대변형을 고려하기 위해 균열 선단에 초기 노치를 주고 K와 T에 의해 수정된 경계 조건을 가진 모델과 3점 굽힘 형상에 대해서 유한요소해석을 하여 Fig. 2와 같은 결과를 얻었으며 균열 전방 구역(forward sector)에서 응력 분포를 식(6)과 같이 표현할 수 있다고 하였다.

$$\sigma_{ij} = \sigma_0\left(\frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_{n,r}}\right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}(\theta, n) + Q\delta_{ij} \quad (6)$$

Q는 정수압적 응력 상태의 크기를 나타내는 매개변수다.

Shih[11]는 혼합모드 상태에서 소규모 항복상

태를 만족하는 경우 식(7)과 같이 응력 특이성은 모드 I과 유사하게 J-적분을 매개 변수로한 HRR응력장으로 표현되며 모드혼합도의 영향은 분리될 수 있음을 보였다.

$$\sigma_{ij} = \sigma_0\left(\frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_{n,r}}\right)^{\frac{1}{n+1}} \sigma_{ij}(\theta, n, M^p) \quad (7)$$

$$M^p = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma_{\theta\theta}(r, \theta=0)}{\sigma_{r\theta}(r, \theta=0)} \right|$$

$M^p$ 는 모드혼합도를 나타낸다

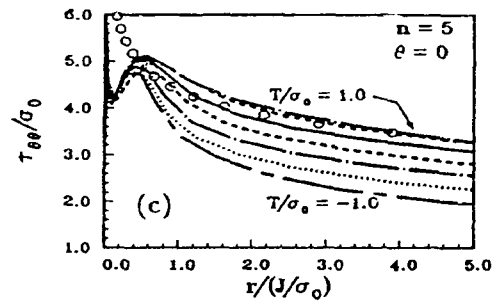


Fig. 2 the tangential stress obtained from modified boundary layer formulation

### 3. FEA 모델링

혼합모드 하중 하에서 T응력이 균열선단의 응력 분포에 어떻게 영향을 미치는가를 조사하기 위해 식(8)과 같이 K와 T에 의해 수정된 경계 조건을 가진 FEA모델(Fig. 3)을 구성하였다.

$$u_x = \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{2\mu} [K_I \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)(x-1+2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)) + K_{II} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)(x+1+2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right))] + \frac{(1-\nu^2)Tr}{E} \cos \theta \quad (8)$$

$$u_y = \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{2\mu} [K_I \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)(x+1-2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)) - K_{II} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)(x-1-2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right))] - \frac{\nu(1+\nu)Tr}{E} \sin \theta$$

$$x = 3 - 4\nu, \quad \nu = \text{poisson's ratio}$$

균열 선단의 둔화 현상을 고려하기 위해 Fig.

4차원 초기 노치를 주었으며 초기노치 반경 대 균열길이의 비( $r/R_0$ )는 1/50,000의 크기로 주었으며 사용된 요소는 평면 변형을 8절점 감차 요소이며 절점 수는 4683개이고 요소 수는 1510개다. 재료의 응력-변형률의 관계는 식(9)과 같다.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma < \sigma_0 \quad (9)$$

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \quad \sigma \geq \sigma_0$$

이때 탄성계수 E는 200Gpa이고 항복응력  $\sigma_0$ 는 400Mpa이고 소성경화지수 n은 13이다. 모드혼합도는 식(10)와 같이 정의하였으며

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{K_{II}}{K_I}\right) \quad (10)$$

네가지 모드혼합도( $\phi=0^\circ, 27^\circ, 63^\circ, 90^\circ$ )에 대해서 상용 유한요소 패키지인 ABAQUS를 이용하여 해석을 하였다.

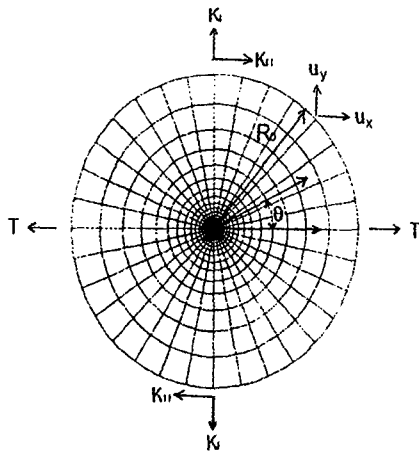


Fig. 3 the mesh of the two parameter boundary layer formulation

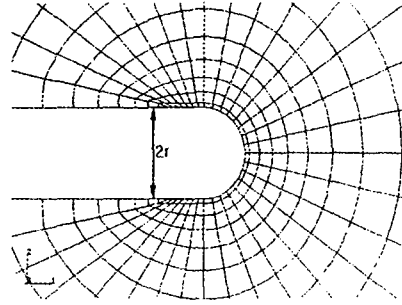


Fig. 4 the mesh of the crack tip

#### 4. 해석 결과

Fig. 5~8는  $\theta=0$ 도 일 때 균열 선단으로부터의 거리에 따른  $\sigma_{\theta\theta}$ 을 보여주고 있다. 응력은 항복응력에 의해 무차원화 되고 거리 r은  $J/\sigma_0$ 에 의해 무차원화 되었다. 응력값의 비교는 균열 선단에서 둔화 현상에 의한 대변형을 무시할 수 있는  $r/(J/\sigma_0)=2$ 인 거리에서의 응력값을 비교하였다.

Fig. 5~8에서 보는 바와 같이 점차 모드혼합도가 증가함에 따라 균열선단 근처의 응력값이 떨어짐을 알 수 있다. 또한 혼합모드 상태에서도 모드 I과 같이 T값이 음의 값으로 감소함에 따라 응력값이 HRR값에서 점차 아래로 떨어지고 모드혼합도가 증가함에 따라 T응력에 의한  $\sigma_{\theta\theta}$ 값과 HRR과의 차이는 줄어든다. 반면 양의 T값을 가지는 경우 혼합모드 상태일 때는 HRR보다 상당히 큰 응력분포를 보이고 있다. 이것으로 보아 양의 T값이 작용하는 시험편의 형상에서는 다른 시험편의 형상에 비해 쉽게 파괴가 이루어 질 수 있다. 따라서 시험편의 형상에 대한 영향을 고려해야 한다.

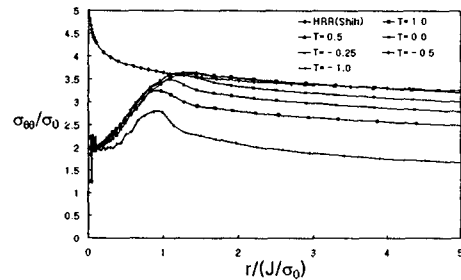


Fig. 5 The tangential stress directly ahead of the crack,  $\phi=0^\circ$

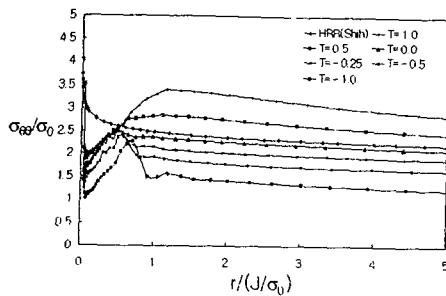


Fig. 6 The tangential stress directly ahead of the crack,  $\phi = 27^\circ$

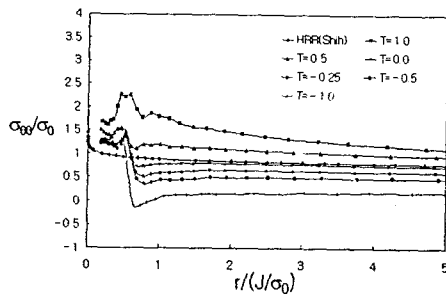


Fig. 7 The tangential stress directly ahead of the crack,  $\phi = 63^\circ$

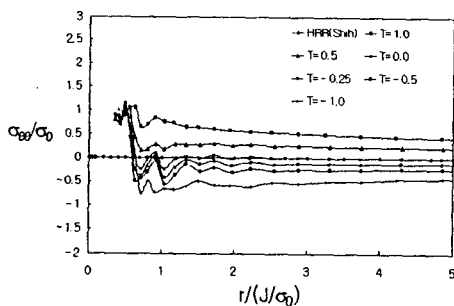


Fig. 8 The tangential stress directly ahead of the crack,  $\phi = 90^\circ$

of Solids, Vol. 21, pp. 263-277, 1973

5. Rice, J. R., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 22, 1974, pp. 17-26

6. Hutchinson, J. W., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 13-31, 1968

7. Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1-12, 1968

8. Al-Ani, A. M. and Hancock, J. W., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 23-43, 1991

9. Du, Z.-Z. and Hancock, J. W., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 555-567, 1991

10. Betegon, C. and Hancock, J. W., *Transactions of the ASTM*, Vol. 58, 1991

11. O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 40, pp. 898-1015, 1992

#### 참고문헌

1. Shih, C. F., *Fracture Analysis, ASTM STP 560*, pp.187-210., 1974
2. Du, Z. Z., Betegon, C. and Hancock, J. W., *Int. J. Fracture*, 52, pp. 191-206, 1990
3. Williams, M. L., *Journal of applied mechanics*, 24, pp 109-114, 1957
4. Larsson, S. G. and Carlsson, A. J. *Journal of the Mechanics and Physics*