

## 제어봉구동장치의 고유진동수에 대한 민감도 해석

김민규, 김인용, 우호길\*

한국전력기술(주)

대전광역시 유성구 덕진동 150

### 요 약

제어봉구동장치는 원자력발전소에서 사용되는 기기로서, 가늘고 긴 수직 외팔보의 형상을 하고 있어 지진과 같은 동적하중에 취약한 구조를 갖고 있다. 따라서 발전소가 건설되는 지반의 다양한 지진하중에 대한 동적해석이 중요한 설계요건으로 되어 있다. 본 논문에서는 제어봉구동장치의 고유진동수를 제어하기 위한 기초연구로써 제어봉구동장치의 설계변경이 동적특성에 미치는 영향, 즉 고유진동수에 대한 설계 민감도 해석을 수행하였다. 해석 방법으로는 유한요소 프로그램의 구조 해석 결과에 변분법을 이용한 설계 민감도법을 사용하였다. 해석 결과는 유한차분에 의한 결과와 일치함을 보였고, 제어봉구동장치의 초기설계 단계에서 유용한 정보로 활용할 수 있음을 확인하였다. 또한 이러한 결과는 최적설계 프로그램등과 연계되어 구조물의 설계 개선에 많은 도움을 줄 것으로 판단된다.

### 1. 서 론

제어봉구동장치는 그림 1에서와 같이 원자로를 제어하기 위하여 원자로 상부에 설치되어 있으며, 지진과 같은 동적하중에 취약한 구조를 갖고 있다. 따라서 형상의 변경[1] 또는 원자로와 제어봉구동장치와의 상호 동적효과에 대한 해석[2]등을 통하여 발전소 지반의 다양한 지진 하중에 대하여 안전한 설계가 이루어지도록 하고 있다. 구조물의 설계시 설계자는 두께나 재질 등을 바꾸거나 전체 형상을 변경 하면서 주어진 설계요건(변위, 응력등)을 만족시키는 최적설계 기법을 사용할 수 있다[3]. 최적설계는 공진현상에 따른 구조물의 파괴를 피하기 위한 진동 제어의

\* 충남대학교 기계공학과, 교수

문제에도 적용되고 있다. 일반적으로 구조물의 진동은 구조물의 파괴 및 심한 소음을 발생시키기 때문에 구조설계 초기단계에서 진동특성을 파악하여 질량이나 강성도 및 형상 변화 등의 적합한 설계방향을 설정할 필요가 있는데, 이때 설계 민감도(design sensitivity) 개념을 적용하면 효율적으로 설계개선을 이룰 수 있다. 설계 민감도란 설계변수의 변화에 대한 구조물의 응답의 변화율을 의미한다. 일반적으로 민감도해석 방법에는 목적함수를 설계변수에 대해 직접 미분하는 방법과 유한요소 강성행렬과는 무관하게 지배방정식의 변분식으로부터 민감도를 계산하는 방법이 있다. 본 연구에서는 후자의 방법에 따라 탄성보의 치수 변경에 따른 고유진동수의 영향, 즉 고유진동수에 대한 민감도를 변분법(variational method)을 이용하여 해석적으로 구하는 방법을 제시하였고 이 방법에 의한 제어붕구동장치의 설계 민감도 해석 결과를 유한차분에 의한 결과와 비교함으로써 제시된 방법의 타당성을 보였다.

## 2. 민감도 해석

탄성계에서 보의 진동(vibration)에 대한 고유치 문제는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다[4].

$$[EI(x)y(x)_{xx}]_{xx} = \zeta \rho A(x)y \quad (1)$$

여기서  $E$  = 탄성계수,  $\rho$  = 밀도,  $A(x)$  = 단면적,  $\zeta$  = 고유치( $\omega^2$ ),  $y(x)$  = 고유함수,  $y(x)_{xx} = y(x)$ 의 2차 미분이다. 식(1)의 변분을 구하면 다음식과 같다.

$$\int_0^l EI(x)y(x)_{xx}\hat{y}(x)_{xx}dx - \zeta \int_0^l \rho A(x)y(x)\hat{y}(x)dx \quad (2)$$

$$= [EI(x)y(x)_{xx}\hat{y}(x)_x - (EI(x)y(x)_{xx})_x\hat{y}(x)] \Big|_0^l$$

여기서  $\hat{y}(x)$ 는 가중함수(weight function)이다. 외팔보(cantilever beam)일 경우 경계조건은

$$y(0) = y_x(0) = y_{xx}(l) = [EI(l)y_{xx}(l)]_x = 0 \quad (3)$$

이고, 식(2)에 경계조건인 식(3)을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$a(y, \hat{y}) = \zeta d(y, \hat{y}) \text{ for all } \hat{y} \in Z \quad (4)$$

여기서  $a(y, \hat{y}) = \int_0^l EI(x)y(x)_{xx}\hat{y}(x)_{xx} dx$ ,  $d(y, \hat{y}) = \int_0^l \rho A(x)y(x)\hat{y}(x) dx$

$Z$ 는 운동학적 가용변위장(the space of kinematically admissible displacements)이다. 식(4)의 양변에 다음과 같이 변분을 취한다.

$$a'_{\delta u}(y, \hat{y}) = \frac{d}{d\tau} a_{u+\tau \delta u}(y, \hat{y}) \Big|_{\tau=0} \quad (5)$$

$$d'_{\delta u}(y, \hat{y}) = \frac{d}{d\tau} d_{u+\tau \delta u}(y, \hat{y}) \Big|_{\tau=0}$$

고유치와 고유함수에 대한 변분은,

$$\zeta' = \zeta'(u, \delta u) = \frac{d}{d\tau} [\zeta(u + \tau \delta u)] \Big|_{\tau=0} \quad (6)$$

$$y' = y'(x; u, \delta u) = \frac{d}{d\tau} [y(x; u + \tau \delta u)] \Big|_{\tau=0}$$

식(5)와 (6)으로 부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$a_u(y', \hat{y}) + a'_{\delta u}(y, \hat{y}) = \zeta' d_u(y, \hat{y}) + \zeta d_u(y', \hat{y}) + \zeta d'_{\delta u}(y, \hat{y}) \quad (7)$$

$\hat{y} \in Z$  이므로,  $\hat{y} = y$  라하고, 에너지 쌍일차식의 대칭성을 이용하고 정규화 조건을 이용하면 설계민감도  $\zeta'$ 를 다음과 같이 구할 수 있다[5].

$$\zeta' = a'_{\delta u}(y, y) - \zeta d'_{\delta u}(y, y) \quad (8)$$

### 3. 복합구조물 민감도 해석

일반적인 선형 복합구조물은 각각의 경계조건을 가지고 있는 선형 구조물들의 복합체로 되어 있다. 복합구조물을 이루는 각 구조물들의 변위장의 복합 벡터를  $y$ 라 하면,

$$y = [y^1, y^2, \dots, y^n] \quad (9)$$

여기서  $y^n \in Z$  은  $n$ 번째 구조물의 운동학적 가용변위장이고,  $n$ 은 복합구조물을 이루는 구조물의 개수이다. 복합구조물의 에너지 쌍일차식과 하중 일차식은 각 구조물들의 합으로 표현된다[6]. 따라서 식(4)와 유사한 형태로 표현할 수 있다.

$$a_u(y, \hat{y}) = \zeta d_u(y, \hat{y}) \text{ for all } \hat{y} \in Z \quad (10)$$

여기서  $a_u(y, \hat{y}) = \sum_n a_u^n(y^n, \hat{y}^n)$ ,  $d_u(y, \hat{y}) = \sum_n d_u^n(y^n, \hat{y}^n)$  이다. 단일 구조물에서와 마찬가지로 변분식을 구하면,

$$a'_{\delta u}(y, \hat{y}) = \sum_n \frac{d}{d\tau} a_{u+\tau \delta u}^n(y^n, \hat{y}^n) \Big|_{\tau=0} \quad (11)$$

$$d'_{\delta u}(y, \hat{y}) = \sum_n \frac{d}{d\tau} d_{u+\tau \delta u}^n(y^n, \hat{y}^n) \Big|_{\tau=0} \quad \text{이고,}$$

$$\zeta' = \sum_n \zeta'^n(u^n, \delta u^n) = \sum_n \frac{d}{d\tau} [\zeta^n(u^n + \tau \delta u^n)] \Big|_{\tau=0} \quad (12)$$

$$y' = \sum_n y'^n(x^n; u^n, \delta u^n) = \sum_n \frac{d}{d\tau} [y^n(x^n; u^n + \tau \delta u^n)] \Big|_{\tau=0}$$

따라서 민감도식은 다음식과 같이 식(8)과 같은 형태로 표현된다[6].

$$\zeta' = a'_{\delta u}(y, y) - \zeta d'_{\delta u}(y, y) \quad (13)$$

#### 4. 제어봉구동장치 민감도 해석

제어봉구동장치는 원자력발전소에서 사용되는 기기로서 원자로를 제어하기 위하여, 원자로 상부에 설치되어 있다. 본 논문에서는 제어봉구동장치의 압력하우징 부분의 설계변경이 고유진동수에 미치는 영향을 분석하기 위해 복합구조물에 대한 해석의 기본식을 적용하여, 1차 및 2차 모드의 고유진동수에 대한 설계민감도를 구해보았다. 유한요소 해석에는 범용 유한해석코드인 ANSYS[7]를 사용하였으며, 그림 2에서와 같이 2차원 보요소 61개를 사용하였다. 식(13)을 이용하면 제어봉구동장치의 민감도식은 다음과 같다.

$$\zeta' = [a'_{\delta u(y,y)} - \zeta d'_{\delta u(y,y)}]_{1-17 \text{ element}} + [a'_{\delta u(y,y)} - \zeta d'_{\delta u(y,y)}]_{18-39 \text{ element}} + [a'_{\delta u(y,y)} - \zeta d'_{\delta u(y,y)}]_{40-61 \text{ element}} \quad (14)$$

제어봉구동장치의 1, 2차 모드 고유진동수는 2.779 Hz, 11.255 Hz이다. 고유진동수에 대한 민감도 값은 압력하우징에 대해서 현실적으로 설계변경이 용이한 부분인 20번 요소 부터 38번 요소에 대해 구해보았다. 원자로 상부에서 부터 제어봉구동장치 끝단까지의 길이는 약 6.7 m이며, 압력하우징의 물리적 특성은 다음과 같다.

외경	: 2.375 inch,	내경	: 1.875 inch
탄성계수(E)	: $2.77 \times 10^7$ psi,	밀도( $\rho$ )	: $1.348 \times 10^{-3}$ lb-sec <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

압력하우징의 외경만을 각각 1%, 5% 증가시킨 경우, 1차 및 2차 모드의 민감도가 그림 3 - 6에 각각 나타나 있다. 여기서  $\zeta'$ 는 식(14)를 이용하여 구한 해석치이며  $\Delta\zeta$ 는 설계변경전의 고유치와 설계변경후의 고유치의 차이 즉, 유한차분으로 구한 값을 의미한다. 1차 모드의 경우 유한차분에 의한 결과와 해석에 의한 결과에 대한 오차가 0.5 % 내에서 근접하고 있으며, 2차 모드의 경우 오차가 9.5 % 내에서 근접하고 있다. 2차 모드의 경우 1차 모드보다 정확도가 떨어지는 경향을 보였다. 그 이유는 모드의 차수가 높을수록 모드의 형상의 변화가 많고, 이를 표현하는 고유치 함수의 오차가 증가하기 때문이다. 따라서 모드의 차수가 낮을수록 정확한 민감도 값을 구할 수 있다. 하지만 1, 2차 모드의 오차는 설계변경이 적을수록 작아지는 경향을 보이고 있다. 따라서 복합구조물에 대해 제시된 기본식의 적용이 가능함을 알 수 있다[8].

#### 5. 결 론

상기 결과는 제어봉구동장치의 초기설계 단계에서 고유진동수에 대한 설계 민감도 정보를 얻음으로서 설계 개선에 유용한 정보로 활용할 수 있음을 확인시켜 주었다. 또한 설계 민감도 정보는 향후 최적설계 프로그램등과 연계되어 구조물의 성능 향상에 많은 도움을 줄 것으로 판단되는데 이를 위해 연계프로그램의 알고리즘에 대한 연구도 필요할 것으로 예상된다.

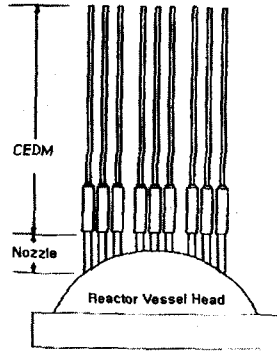


그림1. 제어봉구동장치

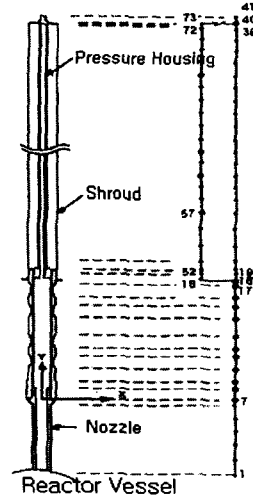


그림2. 제어봉구동장치 유한요소 모델

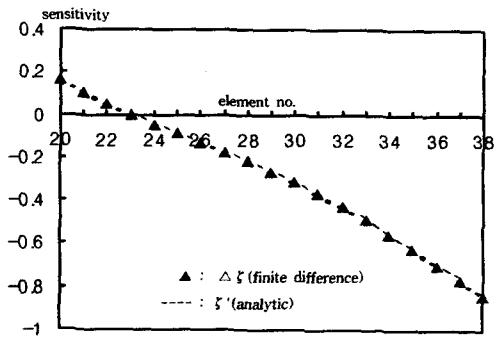


그림3. 외경변경(1%)에 따른 1차모드 고유진동수 민감도

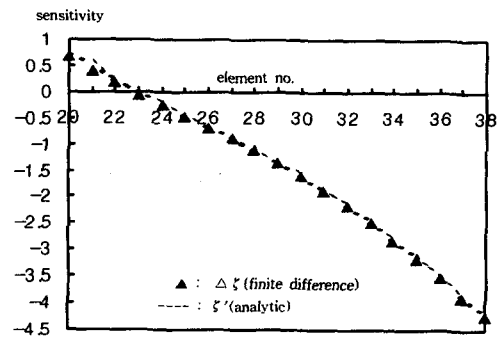


그림4. 외경변경(5%)에 따른 1차모드 고유진동수 민감도

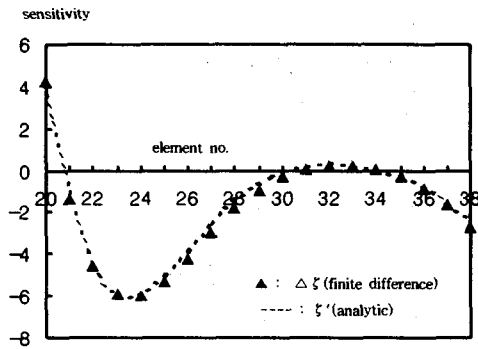


그림5. 외경변경(1%)에 따른 2차모드 고유진동수 민감도

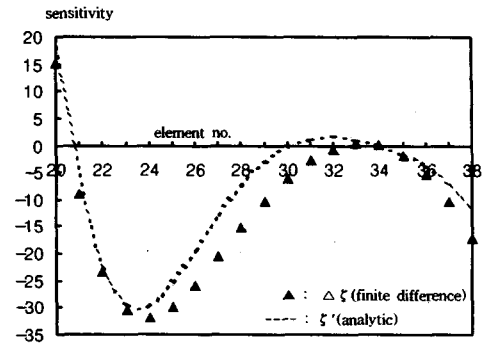


그림6. 외경변경(5%)에 따른 2차모드 고유진동수 민감도

### 참고자료

- [1] 김인용, 진춘언, "제어봉 구동장치의 동적특성을 고려한 최적설계," 한국전산구조공학회 논문집 제10권 제3호, 1997
- [2] C. E. Jin, I. Y. Kim, T. M. Shin, T. S. Choi, "Dynamic Interaction Effects Between Reactor Vessel and CEDM," 14th SMiRT, 1997
- [3] J. S. Arora, Introduction to Optimum design, Mcgraw Hill, New York, 1989
- [4] D. J. Inman, Engineering vibration, Prentice Hall, New Jersey, 1996
- [5] E. J. Haug, K. K. Choi, V. Komkov, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, New York, 1986.
- [6] S. L. Twu, K. K. Choi, "Configuration Design Sensitivity Analysis of Built-Up Structures Part I:Theory," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.35, 1992
- [7] ANSYS user's manual for revision 5.1, Swanson Analysis Systems Inc., 1994
- [8] 김민규, "빔구조물의 고유진동수 민감도에 관한 연구," 충남대학교 석사학위논문, 1997