Wavelet 패킷 기저 필터 뱅크를 이용한 Multirate 다중화 송수신 시스템 구성

장 문 섭* 이 정 재*

*동의대학교 전자통신공학과

Construction of Multirate Multiplexing Transceiver System using Wavelet Packet - Based Filter Bank

Mun Sub JANG* Jeong Jae LEE*

*Dept. of Electronic Communication, Dongeui University

E-mail: jjlee@hyomin.dongeui.ac.kr

요 약

본 논문에서는 wavelet 패킷의 직교성을 이용한 새로운 다중 통신 시스템을 구성하고 그 특성을 분석하였다. 유한에너지 신호공간 $L^2(R)$로부터 부분공간으로 신호를 분해할 수 있는MRA(Multiresolution Analysis)의 기본개념과 이를 이용한 wavelet와 QMF(Quadrature Mirror Filter)와의 관계를 검토하였다. MRA의 개념을 보다 일반화한 신호의 wavelet 패킷 변환과 역변환을 실현하기 위한 알고리즘을 고찰하고 MRF(Multirate Filter Bank)를 이용하여 다중화 시스템을 설계하였다. 제안된 시스템은 구성이 간단하며 최대 이용자의 수와 정보 데이터의 전송율에 대한 유연성을 기대할 수 있음을 보였다.

Ⅰ. 서 론

MA(Multiple Access)통신은 동일 매체가 여러 이용자에 의하여 공유되는 시스템으로 제한된 조건에서 이용자의 수를 최대로 하는 것이 시스템 설계의 최종 목표다. 지금까지 많이 이용되고 있는 다중화 시스템은 다른 시간 슬롯을 이용하는 TDMA(Time Division Multiple Access), 주파수 대역을 달리하는 FDMA(Frequency Division Mul-tiple Access), 그리고 각 이용자가 서로 다른 확산 부호를 사용하는 CDMA(Code Division Multi-ple Access)가 있다. 이들의 특성은 신호간의 직교성을 이용한다는데 있으며 최근 wavelet 패킷의 직교성을 이용한 다중 통신 시스템에 대한 연구가 급진적으로 진행되고 있다. W.Yang[1]등은 Wavelet 패킷 변환을 이용한 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)의 새로운 방식인 OWDM(Orthogonal Wavelet DivisionMultiple-xing)을 제안하였으며 M.Sablatash[2]등은 필터 뱅크를 이용한 MA 통신 시스템 구성에 대하여 연구하였다.본 논문을 통하여 제 Ⅱ절에서는 wavelet와 QMF(Quadrature Mirror Filter)와의 관계를 보다 일반화한 wavelet 패킷의 특성과 DWPT(Dis-crete Wavelet Packet transform) 그리고 IDWPT(Inverse Discrete Wavelet packet transform)과의 관계를 고찰하고, 제 Ⅲ절에서는 QMF 필터를 이용하여 확산 부호 계열을 발생시킬 수 있는 설계 조건에 대해 고찰한다. 또한 제 Ⅳ절에서는 QMF를 이용한 신호의 다중화 시스템을 구성하고 QMF 필터를 이용한 확산 부호 계열의 특성을 분석한다. 마지막으로 제 Ⅴ절에서는 결론을 맺는다.

Ⅱ. Wavelet 패킷과 PR-QMF

Wavelet 패킷 $p_n(x)$들은 다음과 같이 계열 함수에 의하여 순환적으로 정의된다.[3-5]

$$p_{2n}(x)=\sqrt{2}\sum_{k\in Z}h_k p_n(2x-k)$$
$$p_{2n+1}(x)=\sqrt{2}\sum_{k\in Z}g_k p_n(2x-k) \quad (1)$$

n=0 일 때의 초기 함수 $p_0(x)$는 MRA정리로부터 정의되는 scaling 함수 $\phi(x)$이며 두 번째 식에서 $p_1(x)$는 wavelet 함수 $\psi(x)$가 된다.

또한 여기에서 $h_k=h(k)$, $g_k=g(k)$는 각각 저역통과 필터와 고역 통과 필터이다. 이로부터 PR-QMF를 구성할 수 있으며 wavelet 패킷을 기저로하는 다중화 시스템을 설계하기 위한 가장 기본적인 PR-QMF 필터는 다음과 같은 특성을

갖는다.[6]

$$\sum_n h(n-2)h(n-2l)=\delta_{k,l}$$
$$\sum_n h(n)=\sqrt{2} \quad (2)$$
$$g(k)=(-1)^k h(L-k-1)$$

그리고,

$$\langle p_n(x-j), p_n(x-k)\rangle=\delta_{jk}, \quad j,k\in Z$$
$$\langle p_{2n}(x-j), p_{2n+1}(x-k)\rangle=0, \quad j,k\in Z \quad (3)$$

Wavelet 패킷 함수는 다음과 같이 $L^2(R)$의 유한 에너지 신호 공간을 형성한다. 두 부분 공간 $W_{2^j}^{2n}$과 $W_{2^j}^{2n+1}$을 상위의 부분 공간 $W_{2^{j-1}}^{n}$으로부터 식 (4)와 같이 분해시킬 수 있다.

$$W_{2^{j-1}}^{n}=W_{2^j}^{2n}\oplus W_{2^j}^{2n+1} \quad (4)$$

wavelet 패킷 공간에서 PR-QMF를 이용하여 DWPT 와 IDWPT를 구성할 수 있으며 이를 이용하여 신호의 다중화를 설명할 수 있다.

계수 $a_l^n(i)$는 함수 f(x)와 이를 표현하는 기저 함수 wavelet 패킷을 곱해 줌으로서 구해진다.

$$a_l^n(i)=\langle f(x), \sqrt{2^l}p_n(2^l x-i)\rangle \quad (5)$$

식 (5)로부터 다음 식 (6)과 식 (7)로 표현되는 DWPT를 얻을 수 있다.

$$[Ha_{l+1}^n](i)=a_l^{2n}(i)=\sum_{k\in Z}h(k-2i)a_{l+1}^n(k) \quad (6)$$

$$[Ga_{l+1}^n](i)=a_l^{2n+1}(i)=\sum_{k\in Z}g(k-2i)a_{l+1}^n(k) \quad (7)$$

$$a_{l+1}^n(i)=\sum_{k\in Z}h(i-2k)a_l^{2n}(k)+\sum_{k\in Z}g(i-2k)a_l^{2n+1}(k)$$
$$=H^*[a_l^{2n}](i)+G^*[a_l^{2n}](i) \quad (8)$$

식 (6)과 (7)은 신호의 분해를 의미하고, 식 (8)은 IDWPT이며 신호의 합성을 의미한다. 그림1은 식 (6)과 (7)로 표현되는 DWPT와 식(8)로 표현되는 IDWPT를 QMF필터를 이용하여 1단계로 구성한 것이다.

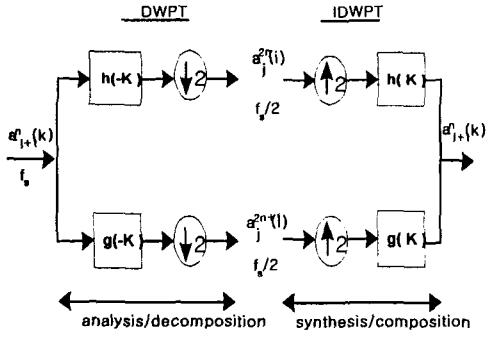

그림1. DWPT와 IDWPT를 위한 1단계 QMF

III. PR-QMF를 이용한 확산 부호 계열

시간-주파수 특성을 고려한 목적 함수와 PR-QMF제한 조건은 각각 다음 식 (9)와 (10)과 같이 정의된다. [7]

$$J_{\max}=-\alpha\sum_n R_{ii}(k)|-\beta\sum_k R_{ij}(k)| + \gamma\sigma_n^2+\delta\sigma_w^2 \quad (9)$$

$$\sum_n h(n)h(n+2k)=\delta(k) \quad (10)$$

여기서,

$$R_{i,i}(k)=\sum_n C_i(n)C_i(n+k)$$
$$i=0,1,\cdots\cdots,M-1. \quad (k>0, k\in Z)$$
$$R_{i,j}(k)=\sum_n C_i(n)C_j(n+k)$$
$$i,j=0,1,\cdots\cdots,M-1. \quad (\forall k>0, k\in Z)$$
$$\delta_n^2=\frac{1}{E}\sum_n(n-\overline{n})^2|h(n)|^2$$
$$\delta_w^2=\frac{1}{2\pi E}\int_{-\pi}^{\pi}(w-\overline{w})^2|H(e^{jw})|^2dw$$

여기서 c_i (n)은 출력 데이터 계열, ω는 주파수를 의미한다.

IV. 시스템 구성 및 분석

그림2는 IDWPT(또는 합성 필터 뱅크)와 DWPT(또는 분석 필터 뱅크)를 각각 데이터전송을 위한 다중화 장치와 다중화 신호의 수신 장치로 이용한 2-채널 다중화 송수신 시스템을 구성한 것이다.

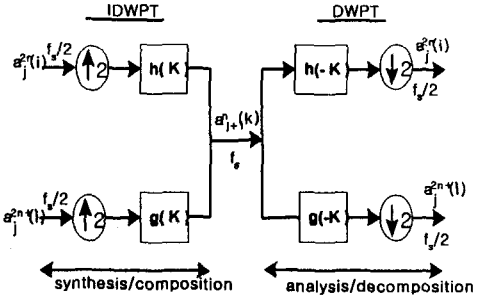

그림2. 2-채널 다중화 송수신 시스템 구조

그림3은 2단계의 QMF를 이용하여 구성한 4-채널 다중화 송신 시스템으로 최대 4명의 이용자가 사용할 수 있다. 입력 데이터 $S_{ij}, j, i=0,1$의 전송율은 fs가 4kb/s면 fs/4=1kb/s로 입력되어야 하며 S_i 입력, i=0,1은 fs/2로 2kb/s로 변환되어 전송되어야 한다.

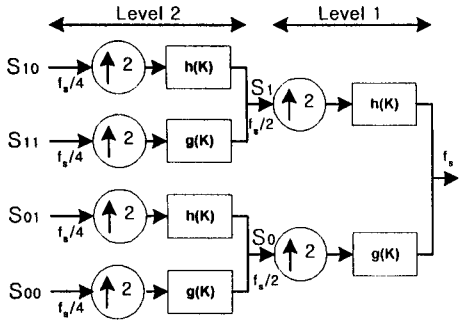

그림3. 4-채널 다중화 송신 시스템

그림 4는 DWPT를 이용하여 신호를 부분 공간 영역으로 분해하는 과정을 나무 구조로 표현한 것이다. 그림4에서 H와 G는 식(6)~(8)에서 사용한 변화 연산자를 의미한다. 각 마디는 신호를 2배수로 분해하게 되며 이러한 구조를 통하여 신호가 4종류의 부분 공간으로 분할된다. 따라서 이를 역으로 이용하면 다중화 송신 시스템에 이용될 수 있음을 쉽게 알 수 있다.

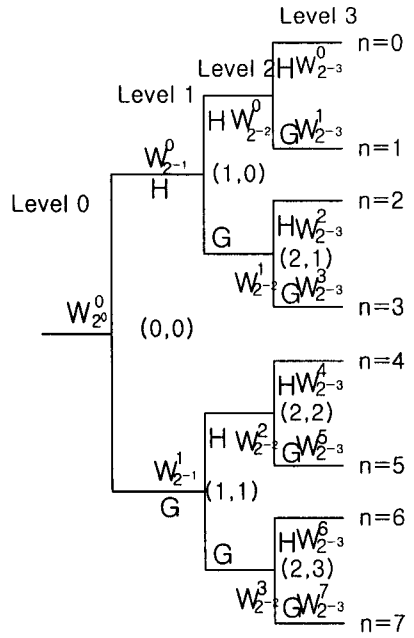

그림4. 분해 나무 구조

그림5는 그림4의 각 마디 (1,0),(1,1),(2,0),(2,1)과 n=0,1 에서의 출력 주파수 대역을 표현한 것이다. 그림5로부터 각 마디마다 주파수의 대역이 달라지며 이는 정보 데이터를 서로 다른 마디에 입력할 경우 각각 전송율을 달리하여야 됨을 알 수 있다. 이는 예상한 바와 같이 FDMA의 특성을 가지며 최적화의 조건에 따라 동일 채널에서의 통과 대역이 달라질 수 있다. 그림6은 n=1에서의 출력에 대한 최적화 조건을 달리하여 발생한 것이다. 여기에서 n=1은 $\alpha=0, \beta=0, \gamma=0, \delta=1$이며 n=1의 최적조건을 달리한 확산 부호 계열은 $\alpha=0.9, \beta=0.1, \gamma=0, \delta=0$로 하였다. 그림6에서 알 수 있는 바와 같이 FDMA의 특성이 대역 확산 특성으로 변화 될 수 있음을 알 수 있다.

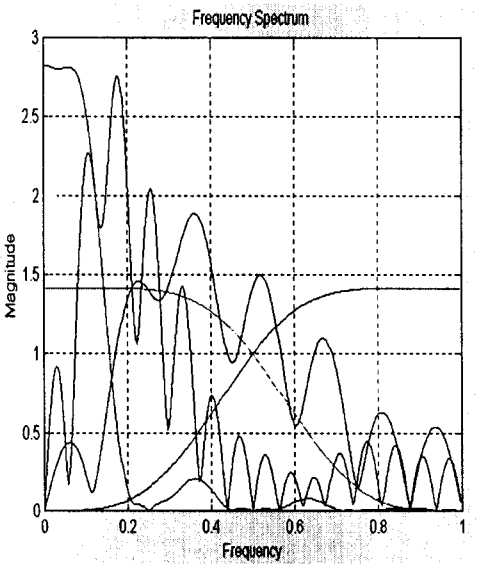

그림5. 각 마디에서의 주파수 스펙트럼 특성

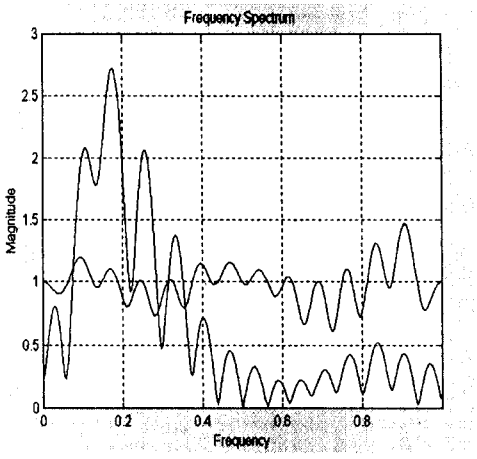

그림6. 최적 조건을 달리한 시스템의 주파수 특성

V. 결 론

Wavelet 패킷을 이용한 다중화 시스템의 기본적인 원리와 구성에 대하여 연구하였다. MRA의 기본 원리를 일반화할 수 있는 Wavelet 패킷을 기저로서 사용함으로써 직교성을 갖는 신호 변조를 할 수 있고 최적화를 통하여 설계된 QMF를 기본으로 한 필터 뱅크를 이용하여 다중화 시스템을 설계할 수 있음을 보였다. Wavelet 패킷 변환을 이용한 다중화 시스템은 채널간에 전송율이 다른 정보를 전송할 수 있는 MRF(multirate filter bank)가 사용되기 때문에 여러 정보 데이터를 필요로 하는 멀티미디어와 서로 다른 전송율을 요구하는 ATM과의 공중 인터페이스에 사용될 수 있는 다중화 시스템으로 이용될 수 있다.

참고문헌

[1] W.Yang, G.Bi and T.P.Yum, "A multirate wireless transmission system using wavelet packet modulation," Proceeding of ICASS'97, pp.368-372, March 1997.

[2] M.Sablatash, T.Cooklev and J.Lodge,"Design and implementation of wavelet packet based filter bank trees for multiple access communications," Proceeding of ICASS'97, pp.176-181, August, 1997.

[3] K.M.Wong, J.Wu, etc., "Wavelet packet division multiplexing and wavelet packet design under timing error effects," IEEE Trans., Signal Processing, Vol.45, No12, Dec., 1997.

[4] R.E.Learned, H.Krim, etc., "Wavelet-packet-based mltiple access communication," Proceeding of SPIE, Vol.2303, pp.246-258, April 1994.

[5] J.Wu, Qu Jin, and Kon Max Wong,"Multi-plexing based on wavelet packets," Proceeding of SPIE, Vol.2491, pp.315-326, July 1995.

[6] N.J.Fliege, Multirate digital signal processing , Wiley,1994

[7] A.N.Akansu, M.V. tazebay, etc,"A new look at digital transmultiplexes for CDMA communications,"IEEE trans.signal processing. Vol.45,No.1,pp.263-267,Jan.1997