

# Cyclostationarity를 이용한 원형 배열 빔 형성기

박상용 · 김기만

한국해양대학교 전파공학과

## A Robust Circular Array Beamformer using Cyclostationarity

Sang-Yong Park · Ki-Man Kim

Dept. of Radio Science & Eng., Korea Maritime University

E-mail : psy1@netian.com

### 요약

최근 이동 통신이나 위성통신과 같은 많은 디지털 통신 시스템에서 시스템의 용량을 증가시키고 인접 채널간 간섭을 줄이기 위해 많은 연구가 진행되고 있으며, 그 중에서 어레이 빔 형성 기법에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 이에 본 논문에서는 원하는 신호의 입사방향을 모르더라도 정상 동작이 가능한 블라인드 빔 형성 기법 중에서 신호의 cyclostationarity를 이용한 방법을 사용하여 원하는 사용자 신호의 cyclic 주파수만큼 천이된 신호와 수신신호 사이의 상호상관 행렬을 구하고 이를 이용하여 계수벡터를 구하는 알고리즘을 제시한다.

### 1. 서론

일반적으로 이동 통신이나 위성통신과 같은 디지털 통신 시스템에서 통신 성능은 전송과정에서의 채널 왜곡, 간섭, 잡음 등에 의해 떨어지게 된다. 이러한 간섭이나 잡음을 억압하면서 원하는 신호를 얻어내기 위한 방법으로 최근에 어레이 빔 형성 기법에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 과거에 연구된 빔 형성 기법에서는 원하는 신호의 입사 방향을 미리 정확히 알고 있어야만 정상 동작하였으나 근래 이 방향을 모르더라도 빔 형성을 할 수 있는 블라인드 기법이 소개되고 있다. 그 중에서 널리 사용되고 있는 방법들에는 선형 제한조건 하에서 출력 파워를 최소화하는 방법[1]과 신호의 cyclostationarity를 이용하는 방법, 그리고 Constant Modulus(CM) 알고리즘[2] 등이 있다.

본 논문에서는 신호의 cyclostationarity를 이용하여 빔을 형성하는 방법을 사용한다. 즉 FM, PSK, FSK, GMSK와 같은 많은 통신 신호들은 cyclic 주파수라고 불리는 주파수 간격만큼 상관함수가 반복되는 성질을 갖고 있는데 이 상관성을 이용하여 빔을 형성하는 것이다. 기존의 방법 중에서 대표적인 것으로는 Gardner가 제안한 SCORE(Self-COherence-REstoral) 알고리즘[3], Wu와 Wong이 제안한 CAB(Cyclic Adaptive Beamforming) 및 C-CAB(Constrained-CAB) 알고리즘[4] 등이 있다. SCORE 알고리즘의 경우는 같은 조건하에서 수렴속도가 느리고 출력 SINR(Signal-to-Interference plus Noise Ratio)이 낮으며 계산량이 많다는 단점이 있다. CAB 알고리즘은 간섭신호의 억압을 고려하지 않음으로 해서

강한 간섭신호가 존재할 경우에 성능이 떨어지며, C-CAB 알고리즘은 최적 계수벡터가 수신신호의 자기상관 행렬과 원하는 신호 벡터의 변화에 대해 불안정하다는 단점이 있다[4].

이에 본 논문에서는 사용자 신호의 cyclic 주파수만큼 천이된 신호를 이용하여 간섭신호와 잡음 성분만으로 구성되는 행렬을 구하고 이를 이용하여 계수 벡터를 구하였다. 제안된 방법의 성능을 여러 개의 BPSK로 변조된 신호를 사용한 시뮬레이션을 통하여 고찰하였다.

### II. Cyclostationarity를 이용한 기존의 방법

M개의 안테나 어레이로 수신된 데이터의  $M \times 1$  복소 벡터를  $\mathbf{x}(t)$ 라고 한다면 벡터  $\mathbf{x}(t)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{d}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{i}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

이때  $s_k(t)$  ( $k=1, 2, \dots, K$ )는 입사각  $\theta_k$ 로 부터 입사되는  $k$ 번째 협대역 신호이고,  $\mathbf{d}(\theta_k)$ 는  $\theta_k$ 에서의 신호 벡터,  $\mathbf{i}(t)$ 는 협대역 간섭 신호의 결합으로 이루어진  $M \times 1$  벡터이다. 그리고  $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음의  $M \times 1$  벡터이다. 여기서, 원하는 신호의 입사각과 간섭신호의 입사각은 서로 다르다고 가정한다.

빔 형성의 목적은  $k$ 번째 원하는 사용자의 신

호를 얻기 위한 계수벡터  $w_k$ 를 구하는 것인데 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{s}_k(t) = w_k^\dagger x(t) \quad (2)$$

이때  $\hat{s}_k(t)$ 는  $s_k(t)$ 의 측정이고,  $\dagger$ 은 conjugate transpose이다. 신호  $s(t)$ 의 cyclic correlation (CC) 함수와 cyclic conjugate correlation (CCC) 함수는 다음과 같다.

$$\phi_{ss}(\tau, \alpha) \equiv \overline{[s(t)s^*(t+\tau)e^{-j2\pi\alpha t}]_\infty} \quad (3)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N s(t)s^*(t+\tau)e^{-j2\pi\alpha t}$$

$$\phi_{ss}^*(\tau, \alpha) \equiv \overline{[s(t)s(t+\tau)e^{-j2\pi\alpha t}]_\infty} \quad (4)$$

이때  $\overline{[\cdot]_\infty}$ 는 무한 관찰주기의 시간평균이고, \*는 complex conjugate이다. 만약 CC 함수나 CCC 함수가 시간천이  $\tau$ 와 주파수천이  $\alpha$ 에서 영이 아니라고 한다면 그 신호는 cyclostationarity 특성을 갖는 신호이다. 신호가 Cyclostationarity 특성을 갖는 경우에 주파수천이  $\alpha$ 를 cycle 혹은 conjugate cycle 주파수라 한다. 이때  $\alpha=0$ 는 모든 신호의 경우에 대해 CC 함수의 일반적인 cycle 주파수이고, CC 함수는  $x(t)$ 의 자기 상관 함수이다[4].

예를 들어, 만약  $f_b$ 와  $f_c$ 를 BPSK 신호의 baud rate와 carrier frequency offset이라 한다면 신호의 cycle 주파수는  $\alpha = lf_b \neq 0$ 이고, conjugate cycle 주파수는  $\alpha = \pm 2f_c + lf_b$  ( $l=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )이다[5][6].

CC 함수의 개념을 확장하여 신호 벡터에 적용하면 신호 벡터  $x(t)$ 의 CC 행렬과 CCC 행렬은 다음과 같이 상호 상관행렬로 나타낼 수 있다.

$$R_{xu} = \begin{cases} \Phi_{xx}(t, \tau) & \text{if } u(t) = x(t+\tau)e^{j2\pi\alpha t} \\ \Phi_{xx}(t, \tau) & \text{if } u(t) = x^*(t+\tau)e^{j2\pi\alpha t} \end{cases} \quad (5)$$

만약 수신된 신호를 협대역 신호라고 가정한다면 수신된 신호  $x(t)$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$x(t) = as(t) + i(t) \quad (6)$$

이때  $a$ 는 안테나 이득이다. 여기서 reference 신호  $r(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$r(t) = c^H x^{(*)}(t-\tau)e^{j2\pi\alpha t} \quad (7)$$

이때 벡터  $c$ 는 제어 벡터이고, (\*)은 conjugate self-coherence가 프로세서에 의해 다시 사용되었을 때 적용된다. 만약  $x(t)$ 가 (6)식과 같이 주어지고  $s(t)$ 가  $\alpha$ 에서 spectral self-coherence 혹은 conjugate self-coherence를 가지는 유일한 수신신호라고 한다면  $r(t)$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$r(t) = \hat{a}s(t) + \hat{i}(t) \quad (8)$$

LS-Score 알고리즘에 사용되는 비용함수는 다음과 같다.

$$F_{sc}(w; c) \equiv \langle |y(t) - r(t)|^2 \rangle_T \quad (9)$$

이때  $y(t) = w^H x(t)$ 이고,  $\langle \cdot \rangle_T$ 는  $[0, T]$ 사이의 시간평균을 나타낸다. 따라서 식 (9)를 최소화하는 LS-Score 알고리즘의 최적해  $w_{sc}$ 는 다음과 같다.

$$w_{sc} = \hat{R}_{xx}^{-1} \hat{R}_{xr} \quad (10)$$

이때  $\hat{R}_{xx}$ 와  $\hat{R}_{xr}$ 은  $[0, T]$ 구간에서 계산된 자기 상관행렬과 상호 상관행렬이다[3].

식 (1)과 (5)로부터 데이터 벡터  $x(t)$ 와 이의 주파수 천이된  $u(t)$ 는 신호의 cycle 주파수  $\alpha_k$ 에서 높은 상관 값을 가진다. 따라서 스칼라 신호  $\hat{v}_k(t) = c_k^\dagger u(t)$ 라 한다면 그들은 식 (2)의 스칼라  $\hat{s}_k(t)$ 와 같이  $w_k$ 와  $c_k$ 가 존재하고  $\hat{v}_k(t)$ 는  $\alpha_k$ 에서 높은 상관 값을 갖는다.  $w_k$ 와  $c_k$ 를 적절히 선택했을 때 결과신호  $\hat{s}_k(t)$ 는 원하는 신호  $s_k(t)$ 의 측정값이다. 여기서 원하는 사용자 신호의 cycle 주파수를  $\alpha$ 로 가정하고, 그때의 값을 알고 있으며 간섭들과는 다르다고 가정한다면 CAB 알고리즘의 제한조건은  $\phi_{ss}(\tau, \alpha)$ 를 최대로 하고  $w$ 와  $c$ 의 진폭을 제한하기 위해 다음과 같이 둔다.

$$\|w\| = \|c\| = 1 \quad (11)$$

그리고  $w$ 와  $c$ 의 최적의 선택은 다음과 같다.

$$w^\dagger \hat{R}_{xu} c = \zeta_{\max} \quad (12)$$

여기서 계수 벡터  $w$ 는  $\hat{R}_{xu}$ 의 최대 고유치에

해당하는 고유벡터가 되고 원하는 신호가 cycle 주파수  $\alpha$ 에서 간섭과의 상관관계가 없다고 가정한다면 최적 계수 벡터  $w_{CAB}$ 은  $d(\theta)$ 의 consistent estimate이다[4].

$$w_{CAB} \propto d(\theta) \quad (13)$$

일반적으로 간섭신호들을 제거하기 위해서 linearly constrained minimum variance(LCMV) 빔 형성 알고리즘이 사용되었다[1]. LCMV의 기본이론은 빔 형성기의 출력 파워를 최소화하는 계수 벡터  $w$ 를 구하는 것이다. 단, 원하는 신호의 방향에 대해  $d^* w = 1$ 을 만족해야 한다. 그러나 블라인드 어레이 빔 형성인 경우에 원하는 신호의 입사방향을 모른다. 따라서 LCMV 알고리즘을 위한 조건을 사용할 수 없다. 따라서 LCMV 알고리즘에서 요구되는 조건을 사용하기 위해서 CAB알고리즘을 먼저 수행하여 얻은 가중치 벡터  $w_{CAB}$ 을 이용하여 C-CAB 알고리즘을 구한다.

원하는 신호가 하나인 경우에  $w_{CAB}$ 은  $d$ 에 비례하므로 제한조건에서  $w_{CAB}$  대신에  $d$ 를 사용할 수 있고 다음 식에 의해 출력 파워를 최소화 할 수 있다.

$$\min_w w^* \widehat{R}_{xx} w = \min_w w^* \overline{[x(n)x^*(n)]_N} w \quad (14)$$

$$w_{CAB}^* w = 1$$

그리고 Lagrange multiplier를 이용하면 최적 계수 벡터를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$w_{CCAB} = \widehat{R}_{xx}^{-1} w_{CAB} \quad (15)$$

여기서  $w_{CAB}$ 은  $d$ 를 측정하는 것과 같으며, C-CAB 알고리즘은 신호의 실제 입사방향에 대한 사전 지식을 요구하지 않으면서 LCMV 빔 형성 기법과 거의 같은 성능을 가진다[4].

### III. 제안한 방법

출력 SINR을 최대화하는 빔 형성 기법에서는 원하는 신호의 파워는 일정하게 유지하면서 간섭 신호의 파워를 최소화하기 위해 다음의 기준을 제안하였다.

$$\max_w \frac{|w^* d|^2}{w^* R_I w}$$

$$\text{subject to } \frac{|w^* d|^2}{w^* w} = \delta \text{ and } w^* d = 1 \quad (16)$$

이때  $R_I$ 는 간섭 신호와 잡음의 자기 상관행렬이고,  $\delta$ 는 임의의 양수이다. 이 빔 형성기의 해는 다음과 같다[8].

$$w \propto (R_I + \gamma I)^{-1} d \quad (17)$$

이때  $\gamma$ 는  $|w^* d|^2 / w^* w = \delta$ 의 제한조건을 위한 Lagrange multiplier이다. 이것은  $R_I$ 와  $d$ 의 변화에 대해 강하기 때문에,  $R_I$ 와  $d$ 의 측정만이 가능할 때 cyclic 빔 형성에 적합하다. 하지만 이 빔 형성 기법을 적용하기 위해서는  $R_I$ 를 측정해야 한다.

$R_I$ 를 얻기 위해서, 원하는 신호와 간섭신호 사이에 상관관계가 없다고 가정한다면  $R_{xx} = R_{ss} + R_I$ 로 나타낼 수 있고 신호의 길이가 제한된 경우에 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\widehat{R}_I \approx \widehat{R}_{xx} - \widehat{R}_{ss} \quad (18)$$

이제 원하는 사용자가 하나인 경우에, 본 논문에서는 계수 벡터를 다음의 방법으로 구할 것을 제안한다.

$$w = \widehat{R}_I^{-1} w_{CAB} \quad (19)$$

$$\widehat{R}_I = \widehat{R}_{xx} - \widehat{R}_{xu} \quad (20)$$

즉, 원하는 사용자 신호의 상관행렬  $R_{ss}$ 대신에 수신신호와 원하는 사용자 신호의 cycle 주파수만큼 천이된 신호 사이의 상호 상관행렬  $R_{xu}$ 를 사용한다. 이것은 수신신호와 원하는 사용자 신호의 cyclic 주파수만큼 천이된 신호 사이에는 이상적인 경우 원하는 사용자 이외의 신호 사이에는 상관관계가 영이므로 원하는 사용자 신호의 상관관계만 남게되기 때문이다.

### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

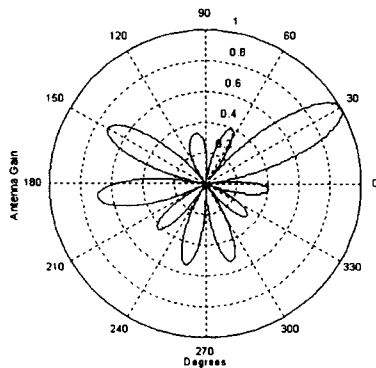
제안된 방법의 성능을 고찰하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 환경은 원하는 신호가  $30^\circ$ 에서 입사되고 간섭신호가  $60^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $300^\circ$ 에서 입사될 때, 10개의 원형 배열 안테나를 사용하여 신호를 수신하는 경우를 가정했다. 이때 BPSK 변조를 사용했고, cyclic 주파

수  $\alpha$ 는 각각 0.2, 0.13, 0.17, 0.15로 하였다. 그림 1은 입력 SNR이 6dB일 때 CAB알고리즘을 사용한 경우와 제안된 방법을 사용한 경우의 빔 패턴을 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 제안된 방법이 CAB 알고리즘을 사용한 경우보다 간섭신호의 방향으로 더 깊은 null을 형성하고 있다.

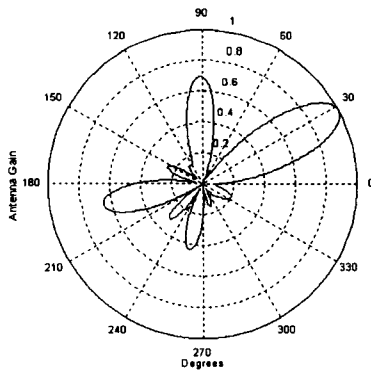
### V. 결론

본 논문에서는 간섭신호와 잡음 성분을 표현하는 행렬의 특성 변화에 강한 블라인드 빔 형성기를 제안하고 그 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 고찰하였다. 그 결과 빔 패턴에서는 기존의 방법에 비해 간섭신호의 방향으로 더 깊은 널을 형성하였다.

앞으로는 시시각각 변화하는 환경에 능동적으로 대처하기 위한 적응 알고리즘 구현에 대해 연구되어야 할 것이다.



(a) CAB 알고리즘



(b) 제안된 방법

그림 1. 빔 패턴

### 참고 문헌

- [1] O.L. Frost, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 926-935, Aug. 1972.
- [2] J. Lundell and B. Widrow, "Application of the constant modulus adaptive beamformer to constant and non-constant modulus algorithms," in *Proc. 22nd Asilomar Conf. Sig. syst. Comput.*, Pacific Grove, CA, pp. 432-436, Nov. 1987.
- [3] Brian G. Agee, Stephan V. Schell and W.A. Gardner, "Spectral self-coherence res-toral: A new approach to blind adaptive signal extraction using antenna arrays," *Proc. IEEE*, vol 78, pp. 753-767, Apr. 1990.
- [4] Qiang Wu and Don Max Wong, "Blind adaptive beamforming for cyclostationary signals," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol 44, pp. 2757-2767, Nov. 1996.
- [5] W.A. Gardner, "Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals," *IEEE Acoust., Speech Signal Processing Mag.*, pp. 14-36, Apr. 1991.
- [6] —, *Statistical Spectral Analysis: A Nonprobabilistic Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988.
- [7] O. L. Frost, III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 926-935, Aug. 1972.
- [8] H. Cox, R.M. Zeskind, and M.M. Owen, "Robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, pp. 1365-1376, Oct. 1987.