

원통형 쉘의 휨 좌굴 거동에 대한 연구

A Study on the Bending Buckling Behavior of Circular Cylindrical Shells

정진환* 김성도** 하지명***

Cheung, Jin-Hwan Kim, Seong-Do Ha, Ji-Myung

ABSTRACT

A stability problems of isotropic shells under pure bending is investigated based on the classical shells theory.

The governing equations of stability problem presented by Donnell and Love, are developed and the solutions for the cylindrical shells are obtained by using Galerkin method.

Bending moment is applied at the ends of the cylindrical shell as a from of distributed load in the shape of sine curve. For the isotropic materials, the result of the general purpose structural analysis program based on the finite element method are compared with the critical moment obtained from the classical shell theories.

The critical loads for the cylindrical shells with various geometry can not be evaluated with a simple equation. However, accurate solutions for the stability problems of cylindrical shells can be obtained through the equilibrium equation developed in the study.

1. 서론

원통형 쉘로 된 구조들은 그들의 효율성 때문에 항공 및 토목구조물들에 널리 사용되어 왔다. 쉘 구조의 곡률은 구조물의 강성도를 효과적으로 증대시키며, 재료를 경제적으로 사용하는 데 큰 도움을 준다. 축방향 하중, 비틀, 휨, 내·외압, 그리고 이들 하중들의 조합 등에 의한 원통형 쉘의 거동들이 실험적, 해석적, 그리고 수치해석 등을 통해 많이 연구되어 왔으며^{1),2),3),4),5),6)}, 이들 하중에 대해서 뿐만 아니라 쉘을 구성하고 있는 재료, 쉘 구조의 기하학적 문제, 그리고 경계조건들에 대한 연구들이 지금도 계속되고 있다.

본 논문에서는 비교적 연구결과가 많지 않은 휨 모멘트하의 등방성 쉘 구조의 안정문제를 고전적 해석방법과 범용 구조해석 프로그램을 사용하여 조사하였다. 안정해석을 위한 지배평형방정식을 Love와 Donnell 이론으로 구분하여 전개하였으며, Galerkin method를 적용하여 좌굴해를 계산하였다.

쉘에 대한 평형방정식을 유도할 때, 많은 작은 크기의 항들이 방정식 내에 존재하게 된다. 만약 이들 항들을 모두 유지시켜 보다 정밀한 해를 구하려 한다면 그 해석 과정은 너무 복잡하게 되며, 실제적으로 이러한 식들을 사용할 수가 없게 될 것이다. 따라서 대부분의 연구들에서는 무시할 수

* 부산대학교 토목공학과 교수

** 경성대학교 건설·환경공학부 부교수

*** 부산대학교 토목공학과 석사과정

있는 몇몇 항들을 소거하여 해를 구하였으며^{2),7),8)}, 본 논문에서의 Love해도 Love의 1차 근사이론에 바탕을 두었고, Donnell 근사해는 Love 형태의 방정식의 항들 중 변위들의 도함수 일부를 소거하여 계산하였다.

원통형 셸이 일정한 휨 모멘트를 받을 때, 최대 압축응력은 셸 중심 축으로부터 외측 반경만큼 떨어진 셸의 압축 축에서 좌굴이 일어나며, 실제 축방향 압축하중을 받는 원통형 셸 경우와 거의 같은 형태로 좌굴함을 실험으로 확인할 수 있었다⁸⁾. 일반적으로 그림 1과 같이 휨 모멘트 하중을 받을 때 원통형 셸의 좌굴 모드 형상들은 축방향 압축 좌굴의 경우와 유사하고, snap buckling이 발생하며, 그리고 좌굴응력은 축방향 압축하중 하에서의 경우와 유사하게 셸의 초기 불완전량에 민감하므로 축방향 압축하중에 대한 결과들을 순수 휨 경우에도 적용할 수 있다.

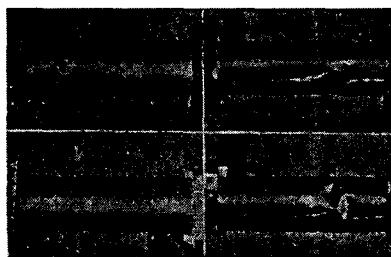


Fig 1. Several examples of failure under bending

본 연구에서는 휨 모멘트 하중을 받는 등방성 원통형 셸의 안정해석 및 좌굴해를 구하는 과정을 설명하였으며, 해석해 및 범용구조해석 프로그램을 이용한 결과를 보였다. 여러 가지 단면비, 즉 반경-두께비(R/t ratio), 길이-반경비(L/R ratio)들을 가진 원통형 셸이 휨 모멘트 하중을 받을 때의 좌굴해를 하나의 식으로 나타낼 수는 없지만 Donnell 이론과 Love 이론을 바탕으로 복잡하게 전개되는 해석과정은 비교적 자세하게 조사하였으며, 이에 따라 전개된 평형방정식 계수들의 행렬식을 통해 좌굴해들을 계산할 수 있게 되어, 보다 정당한 휨 좌굴해를 얻을 수 있었다.

2. 원통형 셸의 좌굴해석

Fig.2 와 같이 얇은 두께의 원통형 셸을 생각해보자. 여기서 셸 반경은 R , 길이는 L , 두께는 t 이며 원통좌표계인 x, θ, r 좌표는 각각 셸의 축방향, 원주방향, 반경방향을 나타낸다. 또한 u, v, w 는 단면내 임의 위치의 x, θ, r 방향으로의 변위들이며, u_0, v_0, w_0 는 대응하는 중면변위들이다.

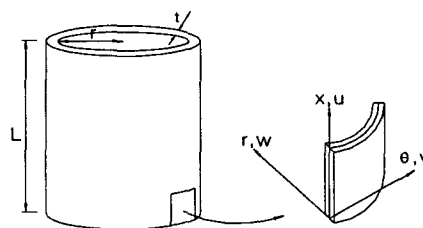


Fig. 2 Cylindrical shell geometry notation

셸의 두께가 얇고 일정하므로 반경방향 변형을 및 횡전단 변형은 무시할수 있다. 원통형 셸에 대한 일반적인 변형률 식에서 비선형항들을 소거하고 정리하면¹⁰⁾,

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot r \\ \epsilon_\theta &= \frac{\partial v}{R\partial\theta} - \frac{w}{R} - \left(\frac{\partial^2 w}{R^2\partial\theta^2} + \frac{\partial w}{R^2} \right) \cdot r \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{R\partial\theta} - \left(\frac{2}{R} \frac{\partial^2 x}{\partial x\partial\theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial u}{\partial\theta} \right) \cdot r\end{aligned}\quad (2-1)$$

상기 변형률을 셸 중면 변형률항과 곡률항들로 구분해 쓰면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} K_x \\ K_\theta \\ K_{x\theta} \end{pmatrix}\quad (2-2)$$

여기서 곡률 $K_\theta, K_{x\theta}$ 에 대한 식들은 중면의 inextensional deformation 조건에 따라 계산된다.

위의 변형률-변위 관계식에서 변위 v_0 의 x, θ 방향을 따라서의 기울기들 $\left(\frac{\partial v_0}{\partial\theta}, \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)$ 은 곡률식에 그 영향이 무시될 수 있으며, 이는 가장 일반적으로 사용되는 셸에 대한 근사방정식 중의 하나인 Donnell식에 적용되는 이론이다. 즉, Donnell형태의 해에는 다음과 같은 변형률-변위 관계식이 설정된다.

$$\begin{aligned}\epsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} & K_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_\theta^0 &= \frac{\partial v_0}{R\partial\theta} - \frac{w}{R} & K_\theta &= -\frac{\partial^2 w}{R^2\partial\theta^2} \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{\partial u_0}{R\partial\theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} & K_{x\theta} &= -\frac{2}{R} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\theta}\end{aligned}\quad (2-3)$$

등방성 재료로 된 원통형 셸의 힘과 변형률 관계식인 구성방정식을 설정 해보자. 미소요소에 작용하는 단위 길이당 합응력들과 모멘트들은 요소내의 응력들을 적분하여 구할 수 있다. 즉,

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{pmatrix} dr \quad \begin{pmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{pmatrix} r \cdot dr\quad (2-4)$$

식(2-4)를 힘과 변위항으로 고쳐쓰면,

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \frac{\partial}{\partial x} + A_{16} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & A_{12} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + A_{15} \frac{\partial}{\partial x} - B_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{16} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -A_{12} \frac{1}{R} - B_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - B_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{16} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ A_{12} \frac{\partial}{\partial x} + A_{26} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & A_{22} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + A_{26} \frac{\partial}{\partial x} - B_{22} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{26} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -A_{22} \frac{1}{R} - B_{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - B_{22} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{26} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ A_{16} \frac{\partial}{\partial x} + A_{66} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & A_{26} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + A_{66} \frac{\partial}{\partial x} - B_{26} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{66} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -A_{26} \frac{1}{R} - B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - B_{26} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - B_{66} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ B_{11} \frac{\partial}{\partial x} + B_{16} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & B_{12} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + B_{16} \frac{\partial}{\partial x} - D_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{16} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -B_{12} \frac{1}{R} - D_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - D_{12} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{16} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ B_{12} \frac{\partial}{\partial x} + B_{26} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & B_{22} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + B_{26} \frac{\partial}{\partial x} - D_{22} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{26} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -B_{22} \frac{1}{R} - D_{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - D_{22} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{26} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ B_{16} \frac{\partial}{\partial x} + B_{66} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} & B_{26} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} + B_{66} \frac{\partial}{\partial x} - D_{26} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{66} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} & -B_{26} \frac{1}{R} - D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - D_{26} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - D_{66} \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix}\quad (2-5)$$

식(2-5)의 변위 u_0, v_0, w_0 는 원통형 셸의 변형에 대해 다음 형태로 가정할 수 있다. 이들은 단순지지 경계조건들을 만족한다.

$$\begin{aligned}
u_0 &= A \cos \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta \\
v_0 &= B \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta \\
w_0 &= C \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta
\end{aligned} \tag{2-6}$$

여기서 A, B, C 는 미지상수들이며, m 과 $2n$ 은 각각 축과 원주방향으로의 반파들의 수이다. 셀 미소요소들의 힘에 대한 평형을 고려하고, 축방향 압축하중 N_{x_0} 가 작용할 때, 원통형 셀의 좌굴에 대한 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} &= 0 \\
\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial x} + N_{x_0} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} &= 0 \\
\frac{\partial M_x}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{N_{\theta}}{R} + N_{x_0} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2-7}$$

이 식들에 Donnell의 이론에 의한 가정들을 적용하면, 원주방향 θ 를 따른 전단성분 (즉, $\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta}$)과 축방향 x 를 따른 v_0 에 의한 곡률 성분들이 무시될 수 있다.

따라서 Donnell 형태의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} &= 0 \\
\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} &= 0 \\
\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{N_{\theta}}{R} + N_{x_0} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2-8}$$

식(2-7), (2-8)들의 힘, 모멘트에 대한 항들에 (2-5)식들의 값을 대입하여 변위에 대한 식들로 정리할 수 있다.

따라서, Love 이론에 의한 지배방정식은 $L_{ij} (i, j=1, 3)$ 계수들을 식(2-5)를 식(2-7)에 대입하여 구할 수 있으며 행렬 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

또한 마찬가지로 방법으로 Donnell 이론에 의한 지배방정식을 얻을 수 있으며, $D_{ij} (i, j=1, 3)$ 계수들은 식(2-5)를 식(2-8)에 따라 계산된다.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2-10}$$

3. 휨 좌굴하중

본 연구에서는, 원통형 셀의 단면에 sine형태의 축방향 하중 분포로 표현될 수 있는 순수 휨 모

멘트 하중을 재현하였다. 즉,

$$N_b = N_{x0} \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi) \quad (3-1)$$

균일한 축방향 압축하중과 다른 점은, 식(3-1)과 같은 하중 형태와 단면 내의 서로 다른 인장, 압축 축 좌굴모드들이다. 따라서 단면의 인장축에서의 모드와 압축축에서의 모드를 달리 가정하였다. 인장축 ($0 \leq \theta \leq \pi$)

$$\begin{aligned} (u_o)_t &= A \cos \frac{m_t \pi x}{L} \sin n_t \theta \\ (v_o)_t &= B \sin \frac{m_t \pi x}{L} \cos n_t \theta \quad m_t = 1, 2, 3 \dots \\ (w_o)_t &= C \sin \frac{m_t \pi x}{L} \sin n_t \theta \quad n_t = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (3-2)$$

압축축 ($\pi \leq \theta \leq 2\pi$)

$$\begin{aligned} (u_o)_c &= A \cos \frac{m_c \pi x}{L} \sin n_c \theta \\ (v_o)_c &= B \sin \frac{m_c \pi x}{L} \cos n_c \theta \quad m_c = 1, 2, 3 \dots \\ (w_o)_c &= C \sin \frac{m_c \pi x}{L} \sin n_c \theta \quad n_c = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (3-3)$$

여기서, 쉘 단면의 중립축은 기하학적 대칭축을 따라 유지되는 것으로 가정되며, 식(3-2), (3-3)에서의 n_c, n_t 는 $\theta = 0$ 와 π 에서 연속변위 조건을 만족하기 위해 홀수로 설정된다.

Love형태의 식에 Galerkin method를 적용하여 휨모멘트하의 좌굴하중을 계산한다.

$$\text{즉,} \quad \int_v \delta U^T L U dv = 0 \quad (3-4)$$

식(2-5), (2-6), (2-7) 들을 고려하고, 적분을 수행한후 변위들의 미지상수 A, B, C에 대해서 다음과 같은 선형제차 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} BL_{11} & BL_{12} & BL_{13} \\ BL_{21} & BL_{22} + N_{x0} X_1 & BL_{23} \\ BL_{31} & BL_{32} & BL_{33} + N_{x0} X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Love 이론에 의한 순수 휨 하의 최대 임계 등가 좌굴하중 N_{x0} 는 다음식에 의해 결정된다.

$$\det | BL_{ij} | = 0 \quad (3-6)$$

Donnell의 좌굴해는 평형방정식 및 변형률-변위 관계식에서 무시될수 있는 항들을 소거한 근사식들로부터 결정되며, 해석과정은 Love의 이론과 동일하다.

선형제차 대수 방정식들의 계수행렬들의 determinant를 0으로 두어 N_{x0} 가 구해지면, 임계 휨모멘트 M_{cr} 이 계산된다.

$$M_{cr} = \frac{\sigma_{cr} I}{R} \quad (3-7)$$

여기서, $\sigma_{cr} = \frac{N_{x0}}{t}$, $I = \pi R^3 t$ 이므로 결국 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$M_{cr} = \pi r^2 N_{x0} \quad (3-8)$$

4. 수치예제 및 고찰

휨하중을 받는 등방성 재료의 단순지지된 셸 구조부재의 여러 가지 단면비들에 대한 좌굴거동을 앞에서 정의한 좌굴방정식들과 범용 구조해석 프로그램인 LUSAS를 통해 조사하였다. 그림. 3과 같은 원통형 셸 부재의 좌굴하중들을 계산하였으며 이때 사용된 부재의 기하학적 및 재료의 성질은 다음과 같다. 이때 셸 단면의 외경은 그대로 고정시킨후 단면비들을 변화시켰다.

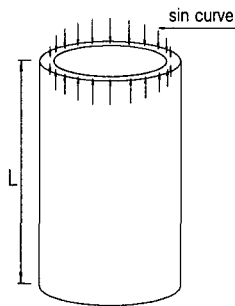


Fig. 3 Cylindrical shell under pure bending

Table. 1 Geometrical and material properties of cylindrical shell

Geometrical properties	Material properties (Isotropic)	
$1 \leq L/r \leq 10$	Elastic modulus E	14 GPa
	Shear modulus G	5.385 GPa
$10 \leq r/t \leq 1000$	Poisson's ratio ν	0.3

이들 수치자료를 토대로 Donnell, Love 좌굴방정식 및 범용구조해석 프로그램에 의한 결과들을 비교하여 휨 모멘트를 받는 원통형 셸의 좌굴거동에 대한 효율성 및 타당성을 조사하고자 한다. 이때 LUSAS의 해석에 이용된 요소는 Semiloof Curved Thin Shell 요소인 QSL8인 8절점 곡면요소인데, 일반적으로 가변의 두께와 이방성 및 복합재료의 특성을 가진 곡면 셸에 적용시킬 수 있다. 막과 휨변형을 고려할 수 있는 반면에 얇은 셸 이론에 의한 것이므로 횡전단 변형을 할 수 없다. 요소의 효율성을 고려하여 요소의 크기를 원주방향과 길이방향이 거의 같도록 분할하여 해석하였다. 비록 선형좌굴해석 결과로 휨을 받는 셸 부재의 파괴에 대한 복잡한 현상들을 모두 고려할 수는 없지만, Donnell, Love의 좌굴방정식들에 의한 결과들 및 구조해석 프로그램 결과들을 비교해 봄으로써 휨을 받는 원통형 셸 구조부재에서 좌굴의 중요성을 살펴볼 수 있다. Donnell, Love의 고전해의 경우 모든 기하학적 값에 대해서 두 해들은 거의 일치하였으며, 구조해석 프로그램인 LUSAS에 의해 계산된 임계응력들은 Donnell, Love의 고전해보다 작은 결과를 나타냈다.

5. 결론

순수 휨 모멘트를 받는 등방성 원통형 셸들의 좌굴 거동이 10~1000 범위에 있는 R/t비와 1~10 범위의 L/R비들에 대해 조사되었으며, 구조해석 프로그램인 LUSAS의 유한요소해와 Donnell 및 Love의 고전적 해석 해들이 비교 검토되었다. 여기서, 순수 휨 모멘트 하중은, 원통형 셸의 단면에 sine형태의 축방향 분포하중으로 작용되었다.

일반적으로 순수 휨 모멘트가 작용할 때 Donnell 형태의 좌굴응력과 Love이론에 의한 결과는 거의 동일하게 나타났고, 구조해석 프로그램인 LUSAS의 결과는 고전적 이론해에 의한 결과보다는 작게 나타나는 경향을 보였다. 순수 휨 모멘트를 받는 원통형 셸을 LUSAS에 의해 평가하는 것이 안전측에 드는 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

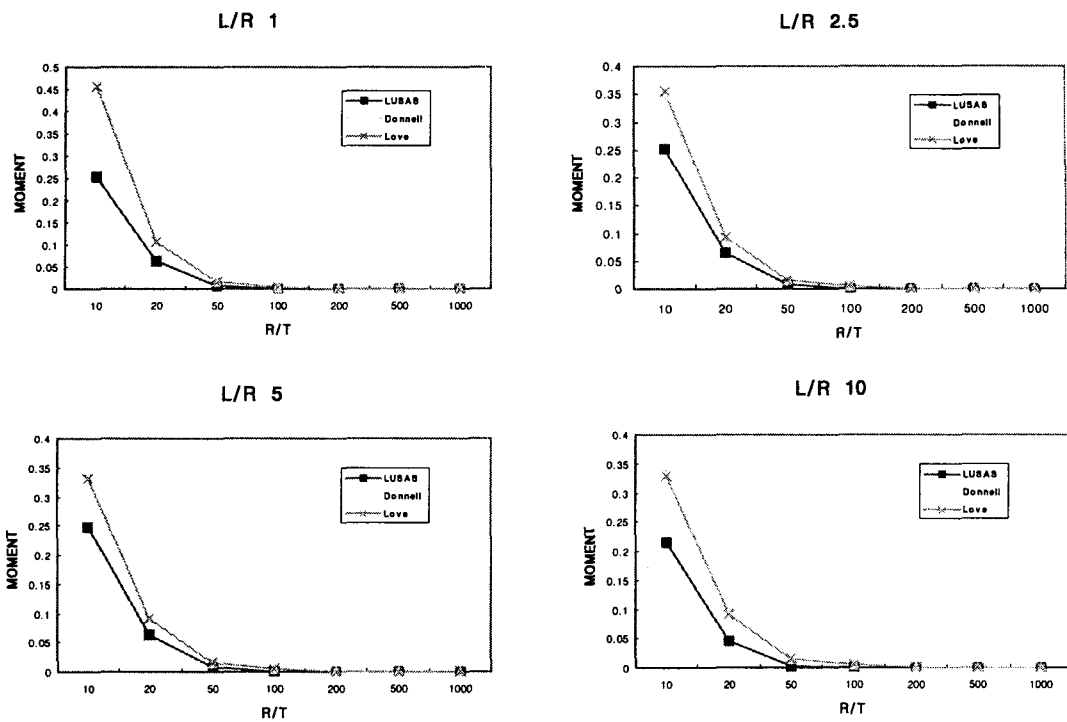


Fig 4. Comparison of the critical moment for isotropic shell buckling

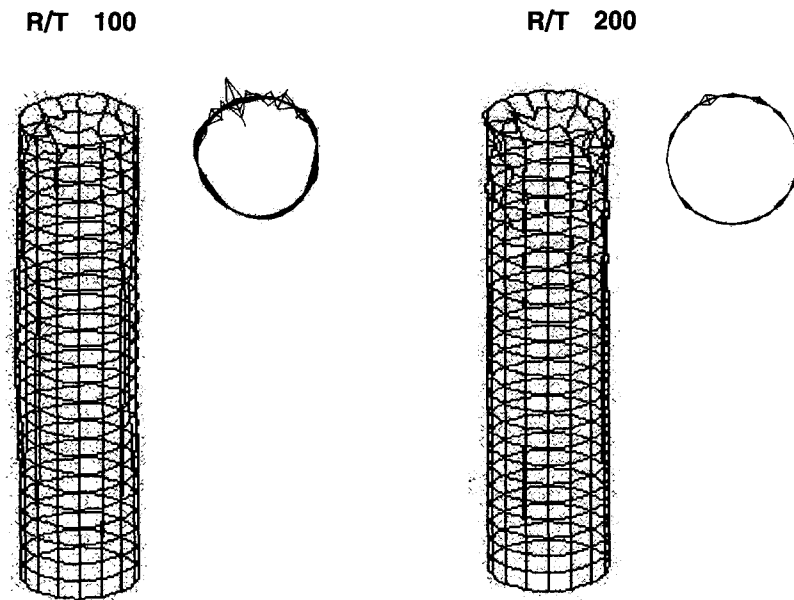


Fig 5. Comparison of shell buckling formulas with LUSAS and buckling shape of L/R 10

본 논문에서 제시되어진 결과들은 순수 휨 모멘트를 받는 원통형 쉘의 좌굴 거동을 조사하는 여러 가지 정식 및 유한요소해들의 타당성 및 효율성을 평가하는 기준 값으로서 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. Herbert S. Suer, Leonard A. Harris William T. Skene, Rolard J. Benjamin "The Bending Stability of Thin-Walled Unstiffened Circular Cylinders Including The Effects of Internal Pressure", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 25, No. 5, pp281-287, 1958
2. Lloyd Hamilton Donnell, "A New Theory for the buckling of thin Cylinder under Axial Compression and Bending", ASCE Transaction, Vol. 56, pp795-806, 1934
3. Paul Seide and V.I. Weingarten, "On the Buckling of Circular Cylindrical Shells under Pure Bending", Journal of Applied Mechanics, Vol. 28, No. 2, pp112-116, Mar. 1961
4. S. Okubo, p. e. Wilson and J. S. Whittier, "Influence of Concentrated Lateral Loads on the Elastic Stability of Cylinders in Bending", Experimental Mechanics, Vol. 10, No, pp384-389 1970
5. L. G. Brazier, "On the Flexure of Thin Cylindrical Shells and Other 'thin' Sections", Proc. Roy. Soc., Series A, CXVI pp104-114, 1927
6. A. F. Johnson, "Design of RP Cylinder under Buckling Loads", 40th Annual Conference, Reinforced Plastic/Composites Institute, The Society of the Plastics Industry, Inc., Session 10-E, pp1-6, Jan. 28 - Feb. 1, 1985
7. Wilhelm Flugge, "Stresses in Shells", Springer Verlag, 2nd Ed., 1973
8. S. P. Timoshenko and J. M. Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw Hill, 2nd. Ed., 1891
9. Don O. Brush and Bo O. Almroth, "Buckling of Bars, Plates, and Shells", McGraw Hill, 1975
10. Lloyd Hamilton Donnell, "Beams, Plates, and Shells", McGraw Hill, pp335, 1976
11. K. A. Lou and G. Yaniv, "Buckling of Circular Cylindrical Composite Shells under Axial Compression and Bending Loads", Journal of Composite materials, Vol. 25 pp162-187, February . 1991
12. FEA Ltd. "Lusas-Element Library, User Guide and MYSTRO-User Guide", Ver. 12.