

## Stability Function을 이용한 공간 뼈대구조물의 기하학적 비선형해석 포물레이션

### Geometric Nonlinear Analysis Formulation for Spatial Frames using Stability Functions

윤 영 목\*                      박 준 우\*\*  
Yun, Young-Mook              Park, Jun-Woo

---

#### ABSTRACT

In this study, a geometric nonlinear analysis formulation for spatial frames is developed using the 3D stability functions. For the formulation, the relationships of local and global coordinate systems in force, deformation, and the initial and current configurations of a frame are derived. The force-deformation relationship in global coordinate system is derived as well. The developed formulation is verified in each derivation by reducing the derived equations into 2D equations. The gradual plastification of connections and critical sections can be implemented effectively to this formulation for the complete second order inelastic advanced analysis of spatial frames.

---

#### 1. 서    론

최근의 강뼈대구조물의 설계에서, 극한한계상태까지의 구조거동을 정확하고 올바르게 반영하기 위한 기하학적 및 재료의 비선형 특징을 고려하는 강뼈대구조물 전체 시스템의 설계를 위한 새로운 해석 및 설계 방법의 필요성에 대한 인식이 점점 증가되고 있다. 현재에 많이 이용되고 있는 AISC-LRFD<sup>(1)</sup>에서는 강뼈대구조물의 각 부재를 축력 및 양단 하중을 받는 뼈대구조물 전체가 아닌 하나의 별개의 문제로 분리·취급하여 설계하도록 규정하고 있다. 또한 이 시방서에서는 선형해석에 바탕을 두어 부재의 비탄성 거동의 영향을 설계에 고려하므로, 선형해석에 가정된 바와 같은 각 부재간의 힘의 분배는 설계식에서 가정된 바와 같은 비탄성 부재사이에서의 힘의 분배와 서로 일치하지 않으므로 강뼈대구조물 전체시스템의 파괴하중을 정확히 예측하지 못하며, 각 부재의 설계식에 관련된 많은 양의 계산과 유효길이 개념을 위한 k-factor의 결정 등 설계과정에서 설계자의 많은 판단을 필요로 한다. 그러므로 강뼈대구조물 전체시스템의 거동을 정확히 예측하고 구조물 전체시스템의 안정을 합리적으로 반영하여 강뼈대구조물을 설계하는 방법은 2차 비탄성 해석에 의한 설계방법 뿐이다.

현재 널리 연구되고 있는 강뼈대구조물의 설계를 위한 수치해석 방법으로는 소성영역해석, 탄-소성 힌지해석, 그리고 개선된 소성힌지해석등이 있다. 소성영역해석은 부재의 소성화 과정을 단면을 구성하는 많은 fiber와 부재를 구성하는 여러개의 유한요소로 모델링하여, 부재의 점진적인 소성화, 잔류응력, 초기의 기하학

---

\* 경북대학교 토목공학과 조교수

\*\* 경북대학교 토목공학과 석사과정

적 결함을 고려하여 해석하는 방법이다. 이 해석방법은 구조물의 거동을 상대적으로 정확하게 예측하나 수치 해석 계산이 매우 복잡하며 많은 양의 컴퓨터 기억용량을 필요로 하기 때문에 일반 설계루틴으로 사용하기에는 적합하지 않다. 탄-소성 힌지해석은 소성영역해석보다 간단하고 효과적인 해석방법으로서, 강뼈대구조물의 각 부재의 비탄성거동을 집중 소성힌지를 이용하여 해석하는 방법이다. 이 방법은 비탄성 영역의 하중이 작용할 때 각 부재의 강성 및 강도를 과대평가하며 부재의 초기결함 및 소성영역에서의 힘의 재분배를 고려하지 못한다. 반면에 개선된 소성힌지 해석은 탄-소성 힌지해석을 수정 보완한 해석방법으로서 부재의 점진적인 소성화, 즉 부재의 점진적인 강성의 감쇄에 의한 영향을 고려하여 구조물을 해석하는 방법이다. 이 해석방법은 탄-소성 힌지해석 방법과 같이 간단하고 효과적이며 또한 극한한계상태의 하중에 이르기까지의 부재 및 구조물 전체의 거동을 충분한 정확도를 가지고서 평가할 수 있다. 그러므로 강뼈대구조물의 보다 정확하고 효율적이며 최대한의 부재의 강성을 활용하는 경제적인 설계를 위해서는 개선된 소성힌지 해석방법의 사용이 필수적이라 할 수 있다.

현재 개발·사용되고 있는 소성영역해석, 탄소성 힌지해석 및 개선된 소성힌지해석 방법들은 공간뼈대구조물의 3차원거동을 2차원거동으로 간주하여 해석하는 평면 뼈대구조물의 수치해석 방법으로써, 비틀림을 받는 공간뼈대구조물의 설계시 뼈대구조물의 강도를 실제보다 과대평가한다. 고층 공간뼈대구조물은 종종 빌딩단면의 도심축에 대해 비대칭인 구조가 많으며, 완전히 대칭인 빌딩도 편심을 가지고 작용하는 풍하중 및 지진하중을 받는다고 본다. 내진설계를 위한 몇몇 빌딩시방서에서도 빌딩폭의 최소 5%에 해당되는 편심에 의한 비틀림을 고려하여 설계토록 규정하고 있는데, 이는 실제로 지진후의 많은 빌딩들이 비틀림에 의한 피해를 입었음에 기인한 것이다. 따라서 실제로 비틀림의 영향을 받는 공간뼈대구조물의 안정 및 안전설계를 위해서는 3차원 2차 비탄성해석방법에 의한 공간뼈대구조물의 해석이 필수적이라 할 수 있으며, 이의 실현을 위해서 우선 공간 뼈대구조물의 기하학적 비선형 해석방법이 선행되어야 한다. 따라서, 본 연구에서는 공간뼈대구조물의 기하학적 비선형해석을 위한 포물레이션을 개발하였다.

## 2. Beam-Column의 힘-변형 관계

### 2.1 가정

Beam-Column에서 적용된 일반적인 가정은 다음과 같다.

- ① 모든 요소들은 초기에 직선부재이고 단면은 균일하다. 평면은 변형후에도 평면으로 보존된다.
- ② 국부 좌굴과 횡방향 비틀림 좌굴은 고려되지 않는다. 따라서 모든 부재들은 완전히 조밀하고 평면변형을 막기 위하여 충분히 브레이싱된 것으로 가정한다.
- ③ 큰 변위는 허용되지만 부재의 변형과 변형률은 작다
- ④ 요소의 강성도 형성은 기존의 보-기둥의 Stability Function에 기초한다. 축방향 변형 및 휨 변형만 요소의 강성도 형성시에 포함되고 요소의 Bowing 효과는 무시한다.

### 2.2 Beam-Column Stability Functions

유한요소해석을 위해 Shantaram G. Ekhande<sup>(2)</sup>에 의해 유도된 3차원 Stability Function을 사용하여 요소의 강성매트릭스를 모멘트와 회전각의 관계로 유도하면 다음과 같다.

$$M_{ya} = \left\{ s_4 y_3 - 2 \frac{s_8^2 y_2^2 l}{P + 2s_9 y_1 l} \right\} \theta_{ya} + \left\{ s_5 y_4 - 2 \frac{s_8^2 y_2^2 l}{P + 2s_9 y_1 l} \right\} \theta_{yb} \quad - (1a)$$

$$M_{za} = \left\{ s_2 z_3 - 2 \frac{s_6^2 z_2^2 l}{P + 2s_7 z_1 l} \right\} \theta_{za} + \left\{ s_3 z_4 - 2 \frac{s_6^2 z_2^2 l}{P + 2s_7 z_1 l} \right\} \theta_{zb} \quad - (1b)$$

$$M_{yb} = \left\{ s_5 y_4 - 2 \frac{s_8^2 y_2^2 l}{P + 2s_9 y_1 l} \right\} \theta_{ya} + \left\{ s_4 y_3 - 2 \frac{s_8^2 y_2^2 l}{P + 2s_9 y_1 l} \right\} \theta_{yb} \quad - (1c)$$

$$M_{zb} = \left\{ s_3 z_4 - 2 \frac{s_6^2 z_2^2 l}{P + 2s_7 z_1 l} \right\} \theta_{za} + \left\{ s_2 z_3 - 2 \frac{s_6^2 z_2^2 l}{P + 2s_7 z_1 l} \right\} \theta_{zb} \quad - (1d)$$

$$M_{xa} = \frac{GI}{l} \theta_{xa} - \frac{GI}{l} \theta_{xb} \quad - (1e)$$

$$P = \frac{EA}{l} e \quad - (1f)$$

여기서  $s_1 \sim s_9$  는 Stability Function으로서,  $s_1$ 은 축방향 강성의 휨효과,  $s_2$  및  $s_3$ 은  $z$ 축방향 회전에 대한 휨강성의 축력효과,  $s_4$  및  $s_5$ 는  $y$ 축방향 회전에 대한 휨강성의 축력효과,  $s_6$ 은  $y$ 방향 처짐에 대한  $z$ 축방향 휨강성의 축력효과,  $s_7$ 은  $y$ 방향 처짐에 대한 전단강성의 축력효과,  $s_8$ 은  $z$ 방향 처짐에 대한  $y$ 축방향 휨강성의 축력효과, 그리고  $s_9$ 는  $z$ 방향 처짐에 대한 전단강성의 축력효과를 고려하여 유도되었다. 또한  $z_1 \sim z_4$  및  $y_1 \sim y_4$ 는 유한요소 해석을 위한 요소의 강성매트릭스를 요소 모멘트와 회전각으로 유도하는 과정에서 식을 간략히 하기 위해 도입된 변수이다. 식(1)을 매트릭스형태로 나타내면 다음과 같다.

$$f_c = k_c d_c \quad - (2)$$

식(2)를 증분형태로 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{f}_c = k_c \dot{d}_c \quad - (3)$$

### 3. Beam-Column요소의 국부좌표계-전체좌표계 관계

#### 3.1 가정

- ① 투영각에 의한 회전변위는  $z$ 축과  $y$ 축 변형이 동시에 일어나는 것으로 한다.
- ② 전체좌표계의 비틀림 변형은  $z$ 축과  $y$ 축이 변형된 이후에 변형하는 것으로 하고 국부좌표계에서의 비틀림은 무시한다.

#### 3.2 힘 및 변형의 국부좌표계-전체좌표계 관계

부재들이 조합되어있는 전체시스템에서 각 부재의 상호거동을 해석하기 위해서는 국부좌표계로 유도된 힘과 변형을 전체좌표계로 나타내어야만 한다. 따라서 힘 및 변형의 국부좌표계와 전체좌표계와의 관계를 유도하였다.

현재까지의 모든 연구에서 전체좌표계와 국부좌표계와의 관계를 나타내기 위해서 방향코사인 매트릭스  $[\lambda]$ 를 사용하여왔다. 그러나 실제로  $[\lambda]$ 는 좌표변환이나 이를 확장한 길이개념에서 유도한 관계식이며 투영각의 국부좌표계와 전체좌표계의 관계를 타나내는 식은 아니다. 따라서 본 논문에서는 투영각의 변환에 식(4)을 사용하지 않고 보다 명백하게  $[\lambda]$ 를 길이의 방향코사인  $[a]$ 와 연관시킨 식(5)를 사용하였다. 또한  $[a]$ 를 다시 투영각과 연관한 식(6)을 유도하였으며, 최종적으로 식(5)와 식(6)을 조합하여 식(7)을 유도하였다.

$$[\hat{\theta}] = [\lambda][\theta] \quad - (4)$$

$$[\hat{\alpha}] = [\lambda][\alpha] \quad - (5)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_{\hat{x}} + \tan^2 \theta_{\hat{y}}}} \quad - (6a)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\tan \theta_{\hat{z}} \cos \theta_{\hat{x}} + \tan \theta_{\hat{y}} \sin \theta_{\hat{x}}}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_{\hat{z}} + \tan^2 \theta_{\hat{y}}}} \quad - (6b)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\tan \theta_{\hat{z}} \sin \theta_{\hat{x}} - \tan \theta_{\hat{y}} \cos \theta_{\hat{x}}}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_{\hat{z}} + \tan^2 \theta_{\hat{y}}}} \quad - (6c)$$

$$\tan \theta_{\hat{z}} = \frac{\alpha \lambda_{21} + \beta \lambda_{22} + \gamma \lambda_{23}}{\alpha \lambda_{11} + \beta \lambda_{12} + \gamma \lambda_{13}} \quad - (7a)$$

$$\tan(-\theta_{\hat{y}}) = \frac{\alpha \lambda_{31} + \beta \lambda_{32} + \gamma \lambda_{33}}{\alpha \lambda_{11} + \beta \lambda_{12} + \gamma \lambda_{13}} \quad - (7b)$$

여기서  $\theta_{\hat{x}}, \theta_{\hat{y}}$ 는 국부좌표계에 투영된 회전각이며,  $[\hat{\alpha}]$ 는 국부좌표계로 나타낸 직선의 방향코사인 ( $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ 는 성분)이며,  $[\lambda]$ 는 전체좌표계과 국부좌표계의 관계를 나타내는 방향코사인( $\lambda_{ij}(i,j=1,2,3)$ 는 성분), 그리고  $[\alpha]$ 는 전체좌표계로 나타낸 직선의 방향코사인( $\alpha, \beta, \gamma$ 는 성분)이다. 다음은  $\alpha, \beta, \gamma$ 와 전체좌표계의 투영각과의 관계식을 유도하면 다음과 같다.

$$\tan \theta_{\hat{z}} = \frac{\lambda_{21} + \psi_1 \lambda_{22} + \psi_2 \lambda_{23}}{\lambda_{11} + \psi_1 \lambda_{12} + \psi_2 \lambda_{13}} \quad - (8a)$$

$$\tan(-\theta_{\hat{y}}) = \frac{\lambda_{31} + \psi_1 \lambda_{32} + \psi_2 \lambda_{33}}{\lambda_{11} + \psi_1 \lambda_{12} + \psi_2 \lambda_{13}} \quad - (8b)$$

$$\psi_1 = -\frac{\varphi_{11} \tan(-\theta_{\hat{y}}) + \varphi_{13}}{\varphi_{11} - \varphi_{13} \tan(-\theta_{\hat{y}})} \sin \theta_x + \frac{\varphi_{11} \tan \theta_{\hat{z}} + \varphi_{12}}{\varphi_{11} - \varphi_{12} \tan \theta_{\hat{z}}} \cos \theta_x \quad - (8c)$$

$$\psi_2 = \frac{\varphi_{11} \tan(-\theta_{\hat{y}}) + \varphi_{13}}{\varphi_{11} - \varphi_{13} \tan(-\theta_{\hat{y}})} \cos \theta_x + \frac{\varphi_{11} \tan \theta_{\hat{z}} + \varphi_{12}}{\varphi_{11} - \varphi_{12} \tan \theta_{\hat{z}}} \sin \theta_x \quad - (8d)$$

여기서  $[\varphi]$ 는 초기 전체좌표계와 국부좌표계와의 관계를 나타내는 방향코사인이며,  $[\theta]$ 는 초기 국부좌표계에서 변형후 국부좌표계 사이의 각을 전체좌표에 투영한 각이다. 부재길이의 변위는 변형후 길이에서 초기길이의 차로 구할 수 있으므로 다음과 같이 나타난다.

$$e = L_f - L = \frac{L_f^2 - L^2}{L_f + L} = \frac{L_f^2 - L^2}{2L} \quad - (9)$$

여기서  $e$ 는 부재의 길이 변화량이며,  $L$ 은 부재의 초기길이, 그리고  $L_f$ 는 부재의 변형후 길이이다. 식(8)과 식(9)의 미소증분에 대한 기하학적 관계를 찾기위해 1차 미분하여 매트릭스형태로 구성하였다. 여기서는 그 형태가 복잡하게 나타나  $[T_{cg}]$ 로 표시하였다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_{za} \\ \dot{\theta}_{zb} \\ \dot{\theta}_{ya} \\ \dot{\theta}_{yb} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = [T_{cg}]_{6 \times 12} \cdot [\dot{d}_{g1} \dot{d}_{g2} \dot{d}_{g3} \dot{d}_{g4} \dot{d}_{g5} \dot{d}_{g6} \dot{d}_{g7} \dot{d}_{g8} \dot{d}_{g9} \dot{d}_{g10} \dot{d}_{g11} \dot{d}_{g12}]^T \quad (10)$$

여기서  $\dot{d}_{gi}(i=1\sim 12)$ 는 한 부재에 대한 전체좌표계에서의 총변형(양끝단의 길이방향 변형과 회전변형)을 나타내며,  $\dot{\theta}$  및  $\dot{e}$ 는 한 부재에 대한 국부좌표계에서의 양끝단 회전변형 및 길이변형을 나타낸다. 식(10)를 간략히 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{d}_c = T_{cg} \cdot \dot{d}_g \quad (11)$$

힘과 변형의 관계가 전치관계임을 이용하여 전체좌표계와 국부좌표계와의 힘의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$[f_{g1} f_{g2} f_{g3} f_{g4} f_{g5} f_{g6} f_{g7} f_{g8} f_{g9} f_{g10} f_{g11} f_{g12}]^T = [T_{cg}]_{6 \times 12}^T \cdot \begin{bmatrix} M_x \\ M_{za} \\ M_{zb} \\ M_{ya} \\ M_{yb} \\ P \end{bmatrix} \quad (12)$$

이를 다시 간략히 나타내면 다음과 같다.

$$f_g = T_{cg}^T \cdot f_c \quad (13)$$

### 3.3 변형전후의 전체좌표계와 국부좌표계 관계

비선형적 거동을 계속 추적하기 위해서는 부재가 변형을 한 후에 새로이 형성되는 국부좌표계를 구성하여야만 한다. 그러나 공간상에서는 2차원에서와는 달리 한 부재에 존재하는 12개의 자유도만으로는 변형후 새로이 형성된 국부좌표계의 y축과 z축을 간단히 결정할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 이를 해결하기 위해 참고문헌(4)에 소개된 방법을 사용하였다. 요소의 초기 및 변형후의 방향코사인은 식(14) 및 식(15)와 같다.

$$[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

변형후  $\hat{x}$ 축으로의 방향코사인은 다음과 같다.

$$\lambda_{11} = \frac{l}{L_f}, \quad \lambda_{12} = \frac{m}{L_f}, \quad \lambda_{13} = \frac{n}{L_f} \quad (16)$$

여기서,  $L_f = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$

$$l = X_B - X_A, \quad m = Y_B - Y_A, \quad n = Z_B - Z_A$$

$A'(X_A, Y_A, Z_A), B'(X_B, Y_B, Z_B)$ : 전체좌표계로 나타난 변형후 양끝단 좌표이다.

또한 변형후  $\hat{y}$ 축 및  $\hat{z}$ 축으로의 방향코사인은 다음과 같다.

$$\lambda_{21} = \frac{(m^2 + n^2)\eta_1 - lm\eta_2 - ln\eta_3}{L'_n} \quad - (17a)$$

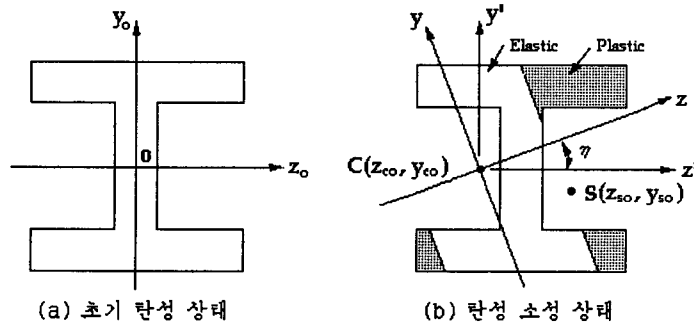
$$\lambda_{22} = \frac{-lm\eta_1 + (l^2 + n^2)\eta_2 - mn\eta_3}{L'_n} \quad - (17b)$$

$$\lambda_{23} = \frac{-ln\eta_1 - mn\eta_2 + (l^2 + m^2)\eta_3}{L'_n} \quad - (17c)$$

$$\lambda_{31} = \frac{n\eta_2 - m\eta_3}{\sqrt{(l\eta_2 - m\eta_1)^2 + (m\eta_3 - n\eta_2)^2 + (n\eta_1 - l\eta_3)^2}} \quad - (18a)$$

$$\lambda_{32} = \frac{l\eta_3 - n\eta_1}{\sqrt{(l\eta_2 - m\eta_1)^2 + (m\eta_3 - n\eta_2)^2 + (n\eta_1 - l\eta_3)^2}} \quad - (18b)$$

$$\lambda_{33} = \frac{m\eta_1 - l\eta_2}{\sqrt{(l\eta_2 - m\eta_1)^2 + (m\eta_3 - n\eta_2)^2 + (n\eta_1 - l\eta_3)^2}} \quad - (18c)$$



여기서  $\eta_1 = \varphi_{21} \cos \eta - (\varphi_{22} \varphi_{13} - \varphi_{23} \varphi_{12}) \sin \eta$

$$\eta_2 = \varphi_{22} \cos \eta - (\varphi_{23} \varphi_{11} - \varphi_{21} \varphi_{13}) \sin \eta$$

$$\eta_3 = \varphi_{23} \cos \eta - (\varphi_{21} \varphi_{12} - \varphi_{22} \varphi_{11}) \sin \eta$$

$$L'_n = L \sqrt{(l\eta_2 - m\eta_1)^2 + (m\eta_3 - n\eta_2)^2 + (n\eta_1 - l\eta_3)^2}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2I'_{zy}}{I'_z - I'_y} \right]$$

$I'_y, I'_z, I'_{zy} = y'$ 축,  $z'$ 축에 대한 단면 2차 모멘트 및 단면 상승모멘트

### 3.4 전체 좌표계에서의 힘-변형 관계

식(3) 및 식(11)과 식(13)을 조합하기 위해서 식(13)의 양변을 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{f}_g = T_{cg}^T \cdot \dot{f}_c + \tilde{T}_{cg}^T \cdot f_c \quad - (19)$$

식(3)과 식(11)을 식(19)에 넣고 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{f}_g = T_{cg}^T k_c T_{cg} \cdot d_g + \tilde{T}_{cg}^T \cdot f_c \quad - (20)$$

식(20)에서  $\tilde{T}_{cg}^T$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{T}_{cg}^T = \left[ \frac{\partial T_{cg}^T}{\partial d_{gi}} \right] d_{gi} = [T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6] d_{gi} \quad (i=1,2, \dots, 12) \quad - (21)$$

식(21)을 식(20)에 대입하여 정리하면 최종식은 다음과 같다.

$$\dot{f}_g = (T_{cg}^T k_c T_{cg} + T_1 M_x + T_2 M_{za} + T_3 M_{zb} + T_4 M_{ya} + T_5 M_{yb} + T_6 P) \cdot d_g \quad - (22)$$

여기서  $T_1$ 은 양끝단의 x축 비틀림과 관계된 비선형 매트릭스이며,  $T_2$ 와  $T_3$ 은 양끝단의 z축 회전과 관계된 비선형 매트릭스이며,  $T_4$ 와  $T_5$ 는 양끝단의 y축 회전과 관계된 비선형 매트릭스, 그리고  $T_6$ 는 축력과 관계된 비선형 매트릭스이다. 식(22)를 다시 간략히 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{f}_g = k_g \dot{d}_g \quad - (23)$$

여기서  $k_g$ 는 전체좌표계로 나타낸 요소의 강성매트릭스이다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 2차원 개선된 소성힌지 해석방법을 3차원으로 확장할 수 있는 공간 뼈대구조물의 기하학적 비선형 해석 포물레이션을 개발하였다. 이를 위하여 힘 및 변형의 국부좌표계-전체좌표계 관계식, 변형전후의 국부좌표계-전체좌표계 관계식, 전체 좌표계에서의 힘-변형관계식을 유도하였다. 포물레이션을 검증은 유도과정중 2차원으로 소급하거나 비교 논문을 대상으로 하였다. 요소의 강성매트릭스는 모멘트와 회전각의 관계로 유도되었으므로 연결부 및 소성힌지 발생단면에서의 점진적인 소성화과정을 2차원 개선된 소성힌지해석방법에서와 같은 유사한 방법으로 확장·포함시킬수 있을 것으로 판단된다.

## 참고문헌

1. American Institute of Steel Construction, "Load & Resistance Factor Design", Manual of Steel Construction,, 2nd Edition, 1994.
2. S. G. Ekhande, M. Selvappalam, and M. K. S. Madugula, "Stability Function For Three-Dimensional Beam-Columns", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 115, 1989.
3. T. Belytschko, L. Schwer, and M. J. Klein, "Large Displacement, Transient Analysis of Space Frames", John Wiley & Sons, 1977.
4. W. F. Chen and T. Atsuta, "Theory of Beam-Columns", vol. 2, McGraw-Hill, 1977.
5. J. L. Meek, and H. S. Tan, "Large Deflection and Post-Buckling Analysis of Two and Three Dimensional Elastic Spatial Frames", Research Report No. CE 49, Queensland, 1983.
6. W. F. Chen, Yoshiaki Goto, J. Y. Richard Liew., "Stability Design of Semi-Rigid Frames", John Wiley & Sons, 1996.