

## 철근콘크리트 보의 재료비선형 해석 Material Nonlinear Analysis of RC Beams

곽 효 경\*                      김 지 은\*\*  
Kwak, Hyo-Gyoung          Kim, Ji-Eun

---

### Abstract

Material nonlinear analyses of RC(Reinforced Concrete) beams considering the tension stiffening effect and plastic hinge length have been conducted. Instead of taking the sophisticated layer approach which has some limitations in application to the large structures with many degrees of freedom, the moment-curvature relationships of RC sections previously constructed through the section analysis have been used. To reduce the numerical instability in nonlinear analysis and to remove the imprecision in calculation of ultimate resisting capacity, according to the used finite element mesh size, the tension stiffening effect and plastic hinge length have been taken into consideration. Finally, correlation studies between analytical and experimental results have been conducted with the objective to establish the validity of the proposed algorithms.

---

### 1. 서론

산업사회의 발달과 경제규모의 확대에 따라 구조물이 대형화, 복잡화되면서 설계법 또한 허용응력 설계법에서 재료의 비선형 거동을 고려하는 극한강도설계법, 나아가 보다 합리적인 한계설계법으로 점차 변화하고 있으며, 특히 상대적으로 취성이 강한 철근콘크리트 구조물의 경우 비선형 거동과 극한하중의 정확한 예측이 요구되고 있다.<sup>1)</sup> 비선형 해석은 선형 해석과 달리 반복해석(iterations)에 따른 시간이 많이 소요되고 하중증가에 따른 구조계의 형상 및 재료성질의 변화에 따라 극한하중 부근에 근접할수록 수치적 불안정성이 증대하므로 구조거동을 정확하고 빠르게 예측할 수 있는 보다 효율적인 해석기법의 개발이 요구되고 있다.

이 논문에서는 철근콘크리트 보 구조물의 효과적인 재료비선형 해석을 위한 해석기법을 제안하고자 한다. 현재 널리 사용되는 적층단면법(layered section approach)을 지양하고 주어진 단면규격과 철근비에 따라 유일하게 결정되는 모멘트-곡률 관계를 토대로 강성행렬과 변형에 따른 내력을 결정함으로써 단면의 깊이에 따른 변화를 간편하고 효과적으로 나타내고자 하였다. 또한 유한요소해석시 요소의 크기에 따른 영향을 최소화

---

\* 한국과학기술원 토목공학과 조교수

\*\* 한국과학기술원 토목공학과 석사 과정

화하기 위해 인장강화효과(tension stiffening effect)를 고려하였으며, 철근의 항복 후 구조물의 소성변형이 최대모멘트의 발생 지점에 집중하여 전체적인 거동을 지배하게 되므로 소성힌지(plastic hinge) 영역을 고려하여 극한하중 하에서의 구조거동을 효과적으로 모사하고자 하였다. 마지막으로 실험치와 수치해석 연구의 비교를 통해 제안된 해석모델의 효율성을 검증하였다.

## 2. 콘크리트와 철근의 재료모델

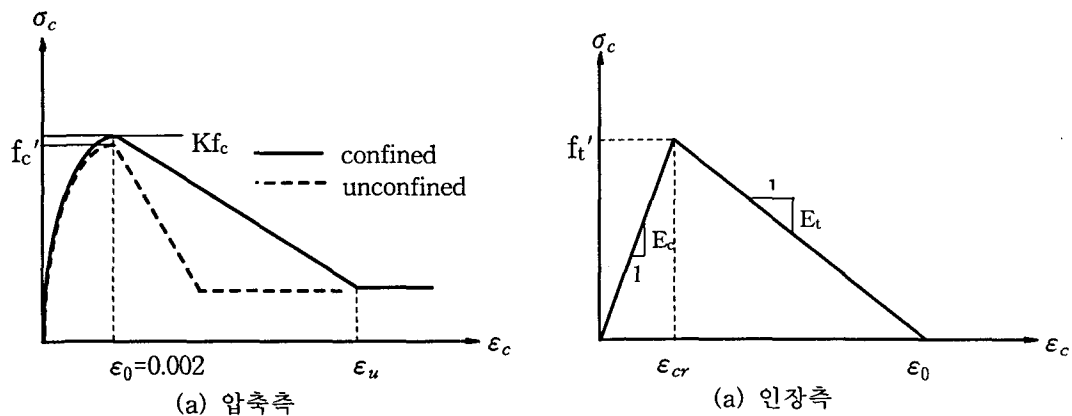


그림 1 콘크리트의 응력-변형률 관계

콘크리트의 압축축에서는 수치해석시 널리 사용되고 있는 Kent와 Park에 의해 제안되고 Scott 등에 의해 수정된 응력-변형률 관계를 사용하였으며<sup>2)</sup>, 인장축에서는 균열 발생 이후의 변형연화(strain softening) 영역을 선형분포로 단순화하여 하중의 증가에 따른 미세균열의 발달을 나타내도록 하였다(그림 1 참조).

철근은 압축축과 인장축에서의 응력-변형률 관계가 동일한 재료성질을 나타내며 탄성 영역에서는  $E_{s1}$ 의 기울기를, 항복 이후에는  $E_{s2}$ 의 기울기를 가지는 변형경화(strain hardening) 재료로 모델링하였다.

## 3. 인장강화효과(tension stiffening effect)

철근콘크리트 부재에 균열이 발생하면 균열 위치에서는 콘크리트의 저항력이 0(zero)인 반면 균열과 균열 사이에서는 재료간의 부착에 의해 저항력이 유지되므로 이를 인장강화효과(tension stiffening effect)라 한다. 따라서 유한요소해석시 균열영역과 비균열영역을 동시에 포함시키기 위하여 면내균열(smearred cracks)<sup>3)</sup>의 개념이 널리 사용되고 있으나 균열이 해당 요소에 균일하게 분포하는 특성상 요소 크기에 따라 균열에너지 양의 평가가 다르게 된다. 이를 해결하기 위해 파괴에너지( $G_f$ : fracture energy) 개념에 기반한 많은 제안식이 소개되었으나 요소의 크기(요소길이  $b$ )가 증가함에 따라 미세균열이 균열선단을 중심으로 요소의 일부분에 집중하는 현상을 효과적으로 모사하지 못하므로, 이 논문에서는 요소 내의 균열분포함수를 지수함수로 가

정하여 균열 정점 부근의 균열집중현상을 나타내도록 하고 파괴에너지와 내부변형에너지 사이의 관계로부터 다음의 관계식을 유도하여 인장강화효과를 고려하였다<sup>4)</sup>.

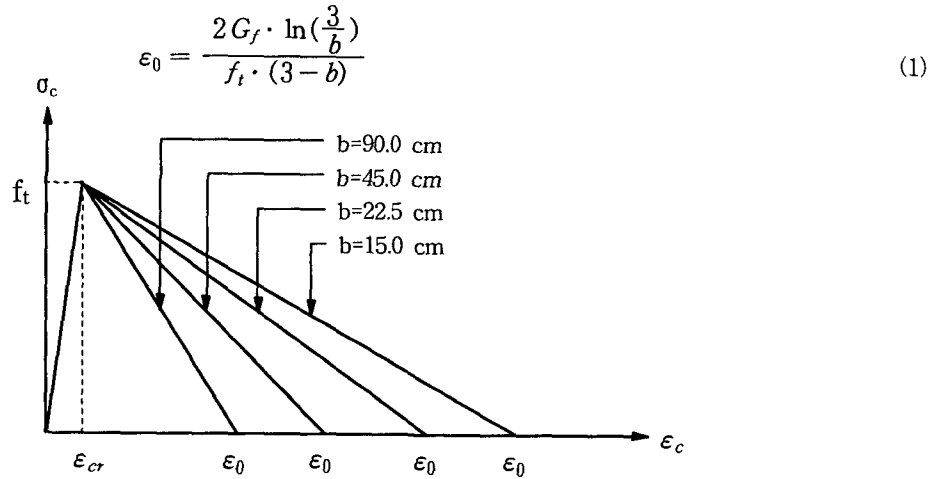


그림 2 인장축 콘크리트의 응력-변형률 관계

#### 4. 철근콘크리트 단면의 모멘트-곡률 관계

보의 거동은 휨강성의 지배를 받으므로 주어진 단면형상과 재료성질에 따라 결정되는 모멘트-곡률 관계의 기울기(EI)를 이용하면 균열의 진행과 재료 비선형성의 중대에 의한 중립축의 변화 및 강성 변화 등을 간편하게 산정할 수 있다. 일반적인 단면의 휨거동 특성을 토대로 모멘트-곡률 관계를 인장축 연단에서 균열이 발생하기 전인 완전탄성영역과 인장축 철근이 항복한 이후인 완전소성영역 및 단면내의 균열의 진행을 나타내는 균열영역의 세 부분으로 크게 나누었으며 균열영역에서 식 (1)에 따라 인장강화효과를 고려하였다.

##### 4.1 완전탄성영역

인장영역의 선단 콘크리트 변형률( $\epsilon_{cc}$ )이 균열시의 변형률( $\epsilon_{cr}$ )에 도달하는 순간 단면내의 응력-변형률 분포가 선형이므로 인장력과 압축력의 평형관계로부터 균열 순간의 곡률( $\phi_{cr}$ )과 균열모멘트( $M_{cr}$ )를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\phi_{cr} = \epsilon_{cr} / (H - c) \quad (2)$$

$$M_{cr} = \frac{1}{3} \epsilon_{cc} E_c c^2 B + \frac{(c-d)^2}{c} E_s A_{sc} + \frac{1}{3} \frac{(H-c)^3}{c} \epsilon_{cc} E_c B + \frac{(d-c)^2}{c} \epsilon_{cc} E_s A_{st} \quad (3)$$

이 때  $c = H + 2n(d\rho + d'\rho') / \{1 + n(\rho + \rho')\}$ ,  $n = E_s / E_c$ ,  $\rho_0' = A_{sc} / BH$ ,  $\rho_0 = A_{st} / BH$  이다

## 4.2 완전소성영역

항복점은 철근과 콘크리트의 비선형 거동을 고려한 응력-변형률 관계로부터 구하며 단면은 어떤 응력 상태에서 중립축을 중심으로 선형의 변형률 분포를 나타낸다고 가정한다. 인장측 철근이 항복 변형률에 도달하는 순간 단면이 항복한다고 보아 가정된 중립축을 중심으로 단면 내에서의 거리를 이용한 비례관계에서 콘크리트 변형률을 결정하고 이를 토대로 인장력과 압축력을 계산한다.

$$T = f_y \cdot A_s + \int_{A_c} \sigma_c dA, \quad C = \sigma_{cs} \cdot A_{cs} + \int_{A_{cc}} \sigma_c dA \quad (4)$$

여기서  $f_y$ 는 철근의 항복강도,  $A_{tc}$ 와  $A_{cc}$ 는 각각 인장측과 압축측 콘크리트의 면적이며, 계산된 압축력과 인장력을 비교하여 그 차이가 허용 오차 내에 들어오면 결정된 중립축을 중심으로 곡률과 모멘트를 결정하고 그렇지 않으면 중립축을 새로 가정한 후 동일한 과정에 따라 최종적인 단면의 항복상태를 결정하게 된다.

## 4.3 균열영역

균열점과 항복점을 나타내는 곡률과 모멘트가 각각 결정되면 두 지점 사이의 곡률 구간을 4등분하여 각 경계에 해당하는 곡률 상태에서 단면에 발생하는 모멘트를 항복 모멘트를 산정할 때와 동일한 방법으로 구한다. 이렇게 결정된 각 지점 사이를 직선으로 연결하여 구하고자 하는 철근콘크리트 단면의 모멘트-곡률 관계를 단순화할 수 있으며, 특히 철근의 항복 후 단면거동은 철근의 변형경화( $E_{s2}$ )와 비례관계가 있으므로 모멘트-곡률 관계의 기울기를  $E_{s2}$ 와 동일한 직선으로 가정하였다.

## 5. 유한요소 이상화

단면이 평면유지법칙을 만족하면서 전단변형에 의해 중립축에 대해서 수직을 이루지는 않는 Timoshenko 보 이론을 토대로 구성방정식을 유도하였으며<sup>5)</sup>, 유한요소로 구조물을 이상화함에 있어 각 절점에서의 축방향 변형과 dowel action과 aggregate interlocking 등 균열발생 이후 전단에 의한 변형효과를 무시하였다.

보요소의 임의의 위치에서 평면 응력-변형률 관계로부터 내력 모멘트  $M$ 과 전단력  $Q$ 를 산정한 후 가상일의 원리를 적용하면 변형에너지와 외력  $q$ 에 의한 에너지 평형관계를 얻을 수 있고, 두 절점 사이의 변위장을 1차의 형상함수로 두어 1점 Gauss-Legendre rule에 따른 적분을 수행하면 휨강성  $K_f$ 와 전단강성  $K_s$ 의 식을 얻을 수 있다. 나아가 부재의 변위가 산정되면 결정된 변위장으로부터 산정하는 모멘트와 전단력, 그리고 이로 인해 요소 내에 발생하는 내력을 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 때  $w$ 는 연직변위,  $\theta$ 는 회전변위이다.

$$M = (EI) B_f \phi = (EI) \left[ 0, \frac{1}{l}, 0, -\frac{1}{l} \right] [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T = \left\{ \frac{EI}{l} \right\} (\theta_1 - \theta_2) \quad (5)$$

$$Q = (GA) B_s \phi = (GA) \left[ -\frac{1}{l}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{l}, -\frac{1}{2} \right] \phi^T = (GA) \left\{ \left( \frac{w_2 - w_1}{l} \right) - \left( \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \right\} \quad (6)$$

$$p = \left[ -Q, M - \frac{Ql}{2}, Q, -M - \frac{Ql}{2} \right]^T \quad (7)$$

## 6. 해석과정

하중의 증가에 따른 구조거동을 파악하기 위해 하중조절방법(load control method) 가운데 하중단계를 구분하고 각 단계에서의 수렴값을 얻기 위해 반복법을 사용하는 복합법(combined incremental-initial method)을 사용하였다. 이 방법은 첫 번째 반복해석 시만 강성행렬을 재구성하며, 반복과정에서의 수렴여부는 발생한 전체 변위의 자승합에 대한 변위증분의 자승합이 오차한계 이하일 경우 수렴하는 것으로 설정하였다.

$$E_d = [\sum(\Delta d_i^2)]^{\frac{1}{2}} / [\sum_{n=1}^j (\Delta d_i^2)]^{\frac{1}{2}} \leq \text{TOLER} \quad (8)$$

## 7. 철근콘크리트 보의 해석

실험으로 거동이 검증된 3개의 철근 콘크리트 보에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 비교하여 제안된 해석기법의 적용성을 검증하였다. 비교에 이용된 구조계는 Gaston 등에 의해 실험된 T1MA, Burns와 Siess에 의해 실험된 J4이며, 제원과 재료 성질 등 세부사항은 표 1, 2와 같다.

표 1 해석 구조물의 재료 성질

보	$E_c(\text{kg/cm}^2)$	$E_s(\text{kg/cm}^2)$	$f_c(\text{kg/cm}^2)$	$f_y(\text{kg/cm}^2)$	$\rho = A_{st}/Bd$	$\rho' = A_{sc}/Bd$
T1MA	271578.57	1984067.4	323.64	3236.42	0.0062	0
J4	267178.0	2074145.0	340.0	3157.0	0.0099	0
$\nu_c = 0.167, G_c = E_c/2(1+\nu_c), G/f_t = 0.0075\text{mm}$						

표 2 해석 구조물의 제원

보	폭(cm)	깊이(cm)	유효깊이(cm)	하중형태	a또는b(cm)
T1MA	15.24	30.48	27.230	B	90.00
J4	15.24	50.80	45.720	A	180.0
하중형태 A : 동일한 간격 a로 1개의 집중하중/ B : 동일한 간격 b로 2개의 집중하중					

먼저 식 (1)에 의해 인장강화효과를 고려한 T1MA 보 단면에 대한 모멘트-곡률 관계를 구성하면 그림 3과 같으며, T1MA 보가 파소철근 부재인 관계로 균열영역에서의 인장강화효과의 영향이 작지 않음을 볼 수 있다. 이 관계를 이용한 해석결과를 보면 인장강화효과를 무시한 경우( $\epsilon_0 = \epsilon_{cr}$ ) 균열 발생 후 실험치보다 낮은 강성과 저항능력을 나타내고(그림 4(a) 참조), 인장강화효과를 고려한 경우 균열 발생 후부터 항복에 이르기까지 상당한 에너지 흡수 능력을 보이면서 강성이 크게 평가되어 높은 저항력을 나타내면서 전체 처짐이 작게 평가된을 알 수 있다(그림 4(b) 참조). 이는 실제 상황에서 일어나는 철근과 콘크리트 사이의

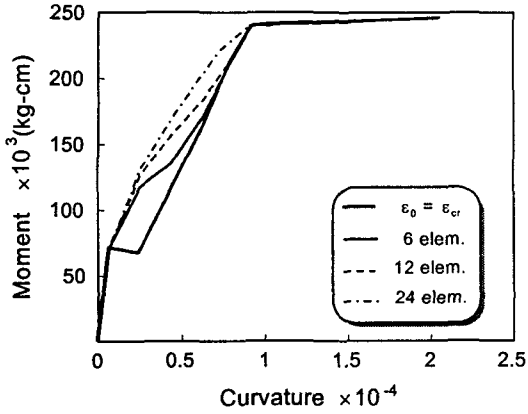


그림 3 T1MA 단면의 모멘트-곡률 관계

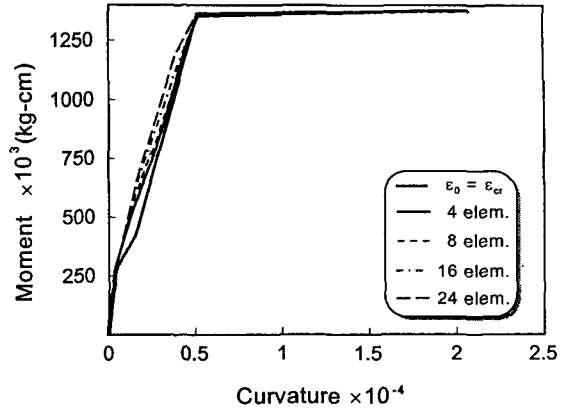
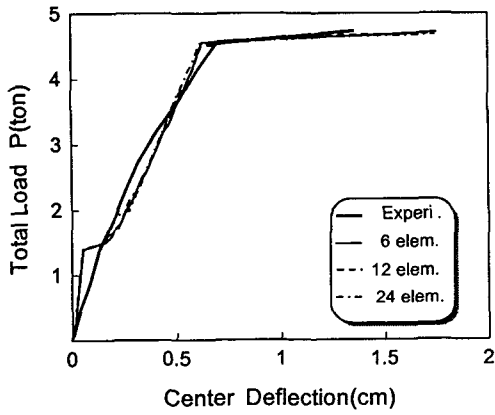
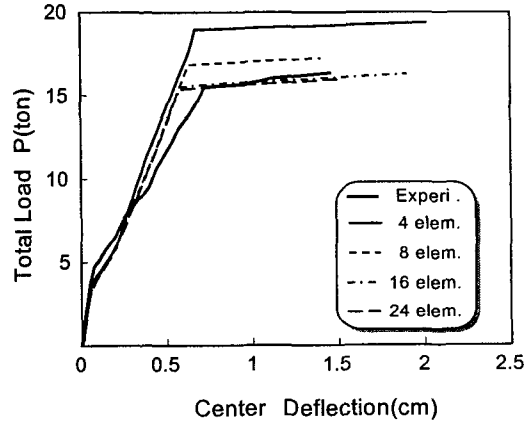


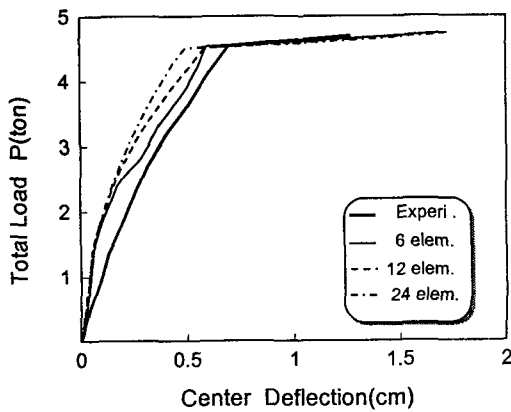
그림 5 J4 단면의 모멘트-곡률 관계



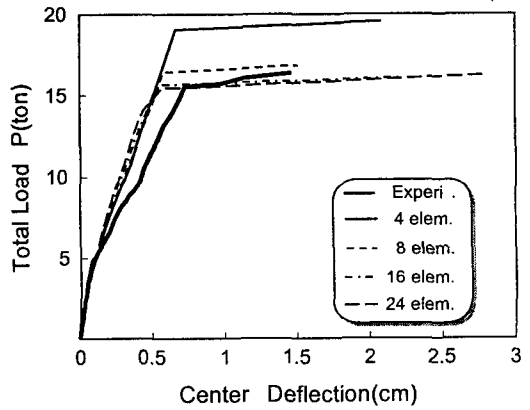
(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 4 T1MA 단순보의 하중-처짐 관계

그림 6 J4 단순보의 하중-처짐 관계

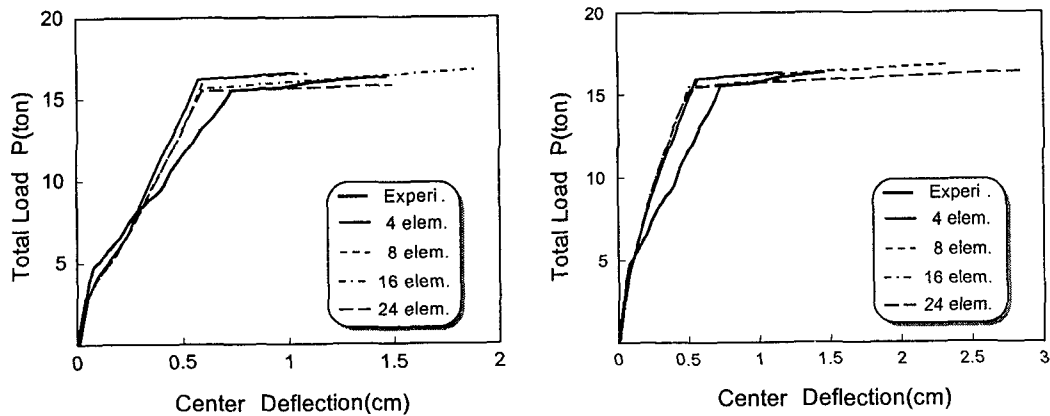
부착슬립, 또는 결합력의 약화현상을 고려하지 않아 저항력을 과대 평가한 데서 기인한 것으로 판단된다.

비교적 큰 철근비를 갖는 J4 보의 경우 TIMA 보와 달리 요소수에 따른 거동의 차이가 거의 없으며 인장강화효과의 영향이 뚜렷하지 않음을 알 수 있는데(그림 5 참조), 이는 과다철근상태인 경우 구조거동이 철근 자체에 많은 영향을 받으므로 콘크리트에 의한 영향은 극히 작고 취성의 성질이 크게 나타남을 반영하는 것으로, 이 효과를 고려하지 않은 경우는 구조물의 강성을 과소평가하게 된다(그림 6 참조). 이 때 요소의 크기가 증가함에 따라 극한하중을 과대평가하는 결과를 보이는데, 이는 앞의 TIMA 보의 경우 작용하는 하중이 부재의 1/3지점에 위치하는 반면 이 경우는 중앙에 집중하중이 작용하고 있어, 널리 알려진 바와 같이 보 구조물의 경우 하중 증가에 따른 소성변형(plastic deformation)이 최대 부재력의 발생 지점에서 일정한 크기의 영역에 집중함으로써 나타나는 현상이다.

이러한 소성변형영역을 일정한 곡률구간으로 간주하는 등가의 소성힌지길이( $l_p$ , plastic hinge length)로 나타내어 이를 별개의 요소로 설정하면 요소 내 변형의 평균값이 실제 거동을 적절히 반영할 수 있게 된다. 소성힌지길이는 여러 제안식 가운데 비교적 간단한 Sawyer<sup>1)</sup>의 제안식을 이용하여  $M_p/M_u = 0.85$ 라는 가정 하에 다음과 같이 설정하였다( $d$ : 단면의 유효깊이,  $z$ : 부재 원점에서 임계면까지의 거리).

$$l_p = 0.25d + 0.075z \quad (9)$$

위 식으로부터 계산된  $l_p = 25cm$ 를 이용하여 부재의 중간지점을 중심으로 추가요소를 분할하여 동일한 해석을 수행하면 다음과 같이 요소크기에 따른 해석상의 오류를 제거할 수 있다.



(a) 인장강화효과를 무시할 경우

(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 7 소성힌지길이를 고려한 J4 단순보의 하중-처짐 관계

## 8. 결론

이 논문에서는 철근콘크리트 보에 대해 비층상화 기법을 적용하여 단면의 인장강화효과와 소성현저길이를 고려한 모멘트-곡률 관계를 구성하고, 이를 토대로 철근콘크리트 보 구조물의 비선형 거동을 효과적으로 예측하기 위한 해석기법을 제안하였다.

해석과 실험결과와의 비교, 분석 결과, 일반적으로 과소철근 상태로 설계되는 철근콘크리트 구조물의 효과적인 구조거동 해석을 위해서는 인장강화효과를 고려해야 할 것으로 판단된다. 또한 실제 구조물의 비선형 해석시 계산의 편의를 감안해서 보통 등간격의 유한요소로 모델링하게 되는데, 이 논문에서 살펴본 바와 같이 변형이 일부 영역에 걸쳐 집중되는 콘크리트 구조물의 특징으로 말미암아 구조물의 극한강도를 정확히 예측하기 위해서는 소성현저길이의 효과를 반드시 고려해야 할 것으로 판단된다.

## 9. 참고문헌

1. Park, R. and Paulay, T., Reinforced Concrete Structure, John Wiley & Sons, New York, 1975.
2. Scott et al., "Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates", ACI, Vol.79, No.1, pp.13-27, 1982.
3. Rashid., "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels", Nuclear Eng. and Design, No. 4.
4. Kwak, H.G. and Filippou, F.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic Loads", Report No. UCB/SEMM-90/14, Univ. of California, Berkeley, 1990.
5. Owen. D. R. J. and Hinton, E., Finite Elements in Plasticity, Pineridge Press Limited, 1980.