

장대 레일의 온도 좌굴 해석 Thermal Buckling Analysis of Continuous Welded Rail Track

신정렬* 임남형** 양재성*** 강영종****
Shin, Jeong-Ryol Lim, Nam-Hyung Yang, Jae-Seong Kang, Young-Jong

ABSTRACT

For many decades, railroad technology was used to set up tracks with jointed rails and lengths in accordance with rolling and handling technology. The joints lead to drawbacks in the track and in controlling rising maintenance costs. So, railroad engineers became interested in eliminating joints to increase loads, speeds and improvements in rolling, welding, and fastening technology. Continuous welded rail(CWR) track has many advantages over the conventional jointed-rail track. In the case of the elimination of rail joints, it may cause the track to be suddenly and laterally buckled by thermal forces and vehicle load. Thermal forces are caused by an increase in the temperature of railway track. For many years, many analytical and experimental investigations have been conducted to improve the safety of CWR track by various research center in many country.

In this paper, CWR track model and CWRB program is developed for buckling analysis using finite element method(FEM). The finite element discretization is used for a rail element with a total of 14 degrees of freedom. The stiffness of the fasteners, tie, and ballast bed is included by a set of spring elements. The investigation on the buckling modes and temperature of CWR track is presented in this paper.

1. 서론

기존의 일반 궤도 구조는 온도 팽창에 대비하여 레일과 레일 사이에 신축 이음(Expansion Joint)을 두고 서로 기하학적으로 연결되어 있다. 그러나 이런 연결 부분은 구조적으로 궤도 구조를 약하게 할 뿐 아니라 궤도 유지비를 증가시키고 열차 주행에 많은 에너지 소비를 가지고 온다. 현대의 고속 주행의 열차에 있어서는 열차가 궤도의 이런 이음매 부분을 통과할 때 열차의 속도 저하와 함께 많은 소음과 진동을 야기하는 등 이 문제는 더 부각되고 있다.

이 문제를 피하는 유일한 방법으로 이런 레일 사이의 신축 이음을 제거하고 대신 서로 연속적으로 용접·연결되어 있는 CWR(Continuous Welded Rail) 궤도 구조가 많이 사용되고 있다. 이 CWR 궤도 구조의 사용으로 위 기술한 기존 레일의 단점들을 어느 정도 해소할 수 있었다. 하지만, 이 또한 온도로 인한 레일의 좌굴이라는 레일의 안정성 문제를 야기시켰다.

그러므로, 본 논문에서는 장대 레일 궤도의 구성인자 및 재료적, 기하학적 특성에 부합하는 레일의 해석 모델을 개발하고, 레일의 좌굴을 해석하는 전용 프로그램을 개발하여 온도 하중의 영향을 분석한다. 또한, 이 프로그램을 이용하여 침목, 도상, 체결구 등의 각종 궤도 인자들이 레일의 안정성에 미치는 영향을 분석하여 합리적인 좌굴 임계 온도를 산정하여 좌굴이 방지된 안전하고 경제적인 궤도의 설계 및 건설을 위한 기틀을 마련한다.

* 고려대학교 토목환경공학과 석사과정
** 고려대학교 토목환경공학과 박사과정
*** 한국 철도 기술 연구원, 공학 박사
**** 고려대학교 토목환경공학과 부교수

2. 해석 모델

2.1 장대 레일 궤도의 구성 인자 및 재료적, 기하학적 특성

장대 레일의 대표적인 궤도 구성인자들로 그림 1에서 보는 것과 같이 레일, 침목, 패드, 그리고 체결구 등을 들 수 있다. 침목에는 목침목과 콘크리트 침목 두 종류가 혼히 쓰이며 패드에는 레일 패드와 침목 패드가 있다. 그리고, 레일의 힘을 탄성적으로 흡수하고 침목에 전달하는 체결구에는 타이 플레이트와 탄성 체결구가 많이 쓰이고 있다. 지금 현재 고속철도에서 사용중인 대표적인 레일의 규격은 KS 60Kg으로 알려져 있다. 도상과 침목사이의 저항력과 레일 체결구의 강성을 스프링 요소를 이용하여 나타내었는데, 이 스프링 계수는 완전 탄·소성 거동이나 본 논문에서는 전반적인 레일의 좌굴 특성을 보고자 하여 완전 탄성 거동을 하는 것으로 본다. 레일의 온도 변화의 범위는 가설시의 온도를 기준으로 -20°C 에서 $+50^{\circ}\text{C}$ 까지를 표준으로 하며, 그림 2에서와 같이 우리나라에서 최고 대기온도 40°C 에서의 레일 온도는 60°C , 최저 온도 -20°C 에서의 레일 온도는 -20°C 로서 그 범위는 약 80°C 이다.

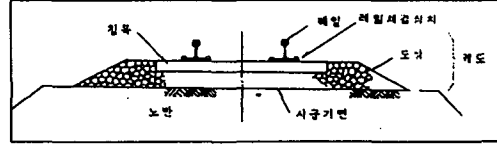


그림 4. 유도상(有道床) 궤도 구조

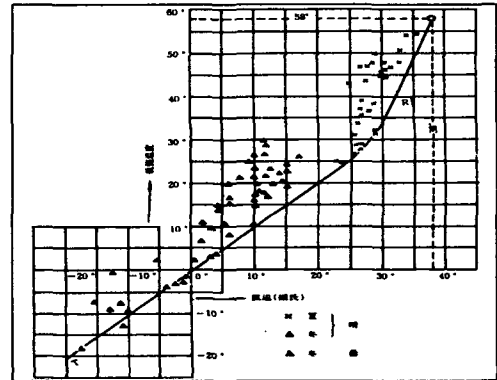


그림 5. 기온과 레일 온도와의 관계

2.2 해석모델

단면의 특성을 나타내는 단면 정수값은 서로 일치하도록 하면서 레일의 단면을 일축 대칭 I형 단면으로 이상화시키고, 그림 3에서 보는 것과 같이 각 축당 축방향 변위와 회전 변위 즉, 6개의 자유도에 좌평을 고려하여 절점당 7개의 자유도를 가지는 레일 요소를 개발한다. 또, 그림 4와 같이 도상과 침목 사이의 상호작용으로 인한 탄성 지지 조건은 도상의 영향을 나타내는 종방향, 횡방향, 수직방향 스프링 요소와 체결재의 영향을 나타내는 길이 방향에 대한 회전 스프링 요소를 합해 총 4개의 스프링 요소를 사용한다. 그림 4에서와 같이 스프링 요소의 편심 경계 조건을 나타내도록 Offset 기법을 이용하여 실제 레일과 침목 사이의 연결을 모델링하였다.

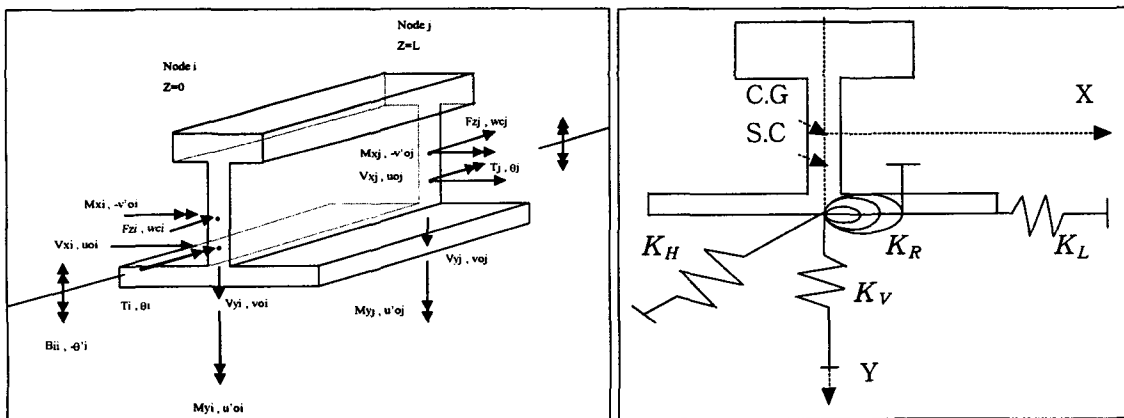


그림 3. 절점 변위와 절점력

그림 4. 스프링 요소

레일 단면 요소의 개발시 전체 포텐셜 에너지의 최소 법칙을 이용하고, 다음의 4개의 기본가정을 사용한다.

- 레일의 단면은 원래의 형상을 유지한다.
- 레일의 길이는 레일 단면의 어떤 치수보다도 크다.
- 단면의 중앙면에 발생하는 전단변형률은 무시할 수 있을 정도로 작다.
- 휨이나 와핑에 의해 발생하는 법선응력의 축방향 변화에 따른 전단 변형률은 무시할 수 있을 정도로 작다.(Euler-Bernoulli Hypothesis)

2.2.1 레일의 지배 미분 방정식

전체 포텐셜 에너지는 변형된 구체에 저장된 변형 에너지와 작용하중에 의한 포텐셜 에너지 감소량의 합으로 정의된다. 또한 전체 포텐셜 에너지의 1차 변분을 취하고 그것을 0으로 놓으면 전체 포텐셜 에너지 최소 법칙의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta\Pi = \delta U + \delta V \quad (1)$$

δU 는 변형 변형 에너지로서 다음과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} dV + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} dV \\ &= \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z^L dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^L dV + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^L dV + \\ &\quad \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z^N dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^N dV + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^N dV \\ &= \delta U^L + \delta U^N \end{aligned} \quad (2)$$

δV 는 작용 하중에 의한 포텐셜 에너지의 감소를 나타내는 것으로 다음과 같이 표현된다.

$$\delta V = - \int_L q_i \delta u_i dz \quad (3)$$

여기에서 q_i, u_i 는 표면력 그리고 변위장을 나타낸다.

본 지배 미분 방정식의 유도시 사용되는 단면력들의 정의는 다음 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} F_z &= \int_A \sigma_z dA \quad : \quad \text{축력} \\ M_x &= \int_A \sigma_z y dA \quad : \quad x\text{축에 대한모멘트} \\ M_y &= - \int_A \sigma_z x dA \quad : \quad y\text{축에 대한모멘트} \\ B_i &= \int_A \omega x dA \quad : \quad \text{Bimoment} \\ T_{sv} &= \int_A \left[-\tau_{xz} \left(y - y_0 + \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \left(x - \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] dA \quad : \quad \text{St-Venant 비틀림 모멘트} \\ \omega_a &= \int_A \sigma_z [x^2 + (y - y_0)^2] dA \quad : \quad \text{와그너계수} \end{aligned} \quad (4)$$

이러한 단면력들을 사용하여 전체 포텐셜 에너지 최소 법칙의 방정식인 식(1)을 전개하면 지배 미분 방정식과 경계조건(기하학적, 고유 경계조건)을 얻을 수 있다.

레일 단면의 지배 미분 방정식은 다음 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned}
 M_y'' - [F_z u_o' - M_x \theta' + F_z y_o \theta']' &= q_x - m_y' \\
 -M_x'' - [F_z v_o' - M_y \theta']' &= q_y + m_x' \\
 -F_z' &= q_z \\
 -B_i'' - T_{sv}' - [F_z y_o u_o' - M_x u_o' - M_y v_o' + \omega_a \theta']' &= m_z + m_\omega'
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기에서 q_x, q_y, m_z 는 전단 중심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 비틀 모멘트이며 q_z, m_x, m_y 는 도심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 모멘트이다.

2.2.2 레일 단면의 유한 요소 정식화

변형 에너지 U는 레일의 단면을 선형 탄성체로 가정하면 식(6)과 같이 행렬식으로 표현이 가능하다.

$$U = \frac{1}{2} \int_V [D] \{\epsilon\}^2 dV = \frac{1}{2} \int_V [D] [\{\epsilon^L\} + \{\epsilon^M\}]^2 dV \tag{6}$$

여기에서 [D]는 응력과 변형을 관계의 물성치 행렬(Elasticity Matrix)이고 $\{\epsilon\}$ 는 변형을 행렬을 나타낸다.

식(6)을 전개하고 1차 변분을 취하면 식(7)과 같이 선형강성행렬(Linear Stiffness Matrix), 좌굴 해석시 필요한 기하강성행렬(Geometric Stiffness Matrix)을 얻을 수 있다.

$$\delta U = \delta \{d_i\}^T \left[\int_V [B_L]^T [D] [B_L] dV + \int_V [B_N]^T [\sigma_z^L] [B_N] dV \right] \tag{7}$$

여기에서 [B] 행렬은 변형을 절점 변위로 변환 시켜주는 행렬이다.

첫 번째로, 레일 단면의 선형 강성 행렬은 다음 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [k] &= \int_V [B_L]^T [D] [B_L] dV \\
 [k] &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$k_1 = EI_y \int_L N_u''^T N_u'' dz, \quad k_2 = EI_x \int_L N_v''^T N_v'' dz$$

$$k_3 = EA \int_L N_\omega'^T N_\omega' dz, \quad k_4 = EI_\omega \int_L N_\theta''^T N_\theta'' dz + GK_T \int_L N_\theta'^T N_\theta' dz$$

두 번째로, 기하 강성 행렬은 다음 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[k_G] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & B \\ 0 & C & 0 & D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & D & 0 & E \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$A = -F_{zi}^L \int_L N_u'^T N_u' dz$$

$$B = (-y_0 F_{zi} + M_{xi}) \int_L N_u'^T N_\theta' dz + (V_{yi}) \int_L z N_u'^T N_\theta' dz$$

$$C = -F_{zi}^L \int_L N_v'^T N_v' dz$$

$$D = (M_{yi}) \int_L N_v'^T N_\theta' dz - (V_{xi}) \int_L z N_v'^T N_\theta' dz$$

$$E = (-\gamma_0^2 F_{zi} - \beta_y M_{xi}) \int_L N_\theta'^T N_\theta' dz - (\beta_y V_{yi}) \int_L z N_\theta'^T N_\theta' dz$$

$$\text{전단중심에 대한 회전반경 : } \gamma_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A} + y_0^2$$

$$\text{전단중심축의 y축에 대한 1축대칭변수 : } \beta_y = \frac{J_{xy} + J_y}{I_x} - 2y_0$$

$$\text{전단중심축의 x축에 대한 1축대칭변수 : } \beta_x = \frac{J_{yx} + J_x}{I_y}$$

$$\text{레일단면 변수 : } U_w = J_{xxw} + J_{yyw}$$

여기에서 레일 단면은 일축 대칭 단면이므로 $J_{yyx}, J_y, J_{xxw}, J_{yyw}$ 는 0이 된다. 그러므로, β_x, U_w 는 고려하지 않는다.

세 번째로, 스프링 요소의 강성 행렬은 식(10)과 같다.

$$[\overline{k}_{sp}] = \begin{bmatrix} k_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_H & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

앞에서 기술한 것처럼, 궤도 구조의 레일의 좌굴에 미치는 영향을 정확하게 파악하기 위해서 도상의 영향을 3방향(수직, 종방향, 횡방향)의 스프링으로, 레일 체결재의 영향을 회전 스프링으로 묘사하였으며, 그림 2에서와 같이 위 4개의 스프링 요소는 실제 궤도에서와 같이 레일 요소 하부 플랜지의 중앙에 위치하는 것으로 묘사되므로 레일 요소의 절점 변위와 스프링 요소의 절점 변위가 일치하도록 다음 식(11)의 변환 행렬을 이용해 스프링 요소의 변위를 레일 요소의 전단중심과 도심에 대한 절점 변위로 환산하여 사용한다.

$$\{D_{sp}\} = [T_{sp}]\{D\}$$

$$\begin{bmatrix} u_{sp} \\ v_{sp} \\ w_{sp} \\ -v_{sp}' \\ u_{sp}' \\ \theta_{sp}' \\ -\theta_{sp}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & YC & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -YS & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_c \\ -v_0' \\ u_0' \\ \theta \\ -\theta' \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, YC, YS는 각각 레일 저부에서 레일 단면 중심까지의 거리와 전단 중심까지의 거리를 나타낸다. 식(10)의 강성 행렬은 식(11)의 변환행렬을 이용하여 전체 좌표계에 대한 레일 요소의 강성 행렬과 결합시킬 수 있다.

$$[K_{sp}] = [T_{sp}]^T [\overline{k}_{sp}] [T_{sp}] \quad (12)$$

3. 수치 해석 결과

본 논문의 수치 해석에 이용된 레일의 길이는 200m이고, 침목 간격은 현재 궤도에서 많이 사용중인 50.8 cm와 62.5 cm를 이용하였다. KS 60Kg 레일의 단면 정수는 다음과 같다. 레일의 높이 174mm, 저부폭 145mm, 두부폭 65mm, 복부 두께 16.5mm, 두부 높이 49mm, 저부 높이 30mm, 저부 두께 12mm, 단면적 7750mm^2 , 단면 이차 모멘트는 3090cm^4 이다. 그리고, 사용한 레일의 탄성계수는 $0.21 \times 10^8 \text{ N/cm}^2$ 이고 전단 탄성 계수는 0.81×10^7 이며 온도 팽창 계수는 1°C 에 대하여 0.115×10^{-4} 으로 한다. 그림 4에서의 침목과 도상간의 마찰 저항력을 나타내는 3방향의 스프링 강성값과 레일 체결구의 스프링 강성값은 외국 실험 자료로부터 얻은 값들이며 그 강성 값들은 다음과 같다. 도상의 종방향 저항력은 30352.8 N/cm, 수직방향 저항력은 357660 N/cm, 횡방향 저항력은 그림 5에서와 같이 소성 영역 분기점인 u_0 가 0.2 cm, 0.25 cm, 0.5 cm, 1 cm일 때 선형 탄성 영역에서 소성 영역으로 바뀐다고 가정하면 다음 4개의 값 즉, 29720 N/cm, 23776 N/cm, 11888 N/cm, 5944 N/cm이며, 레일 체결구의 회전 강성은 $166.3 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{cm/rad}$ 이다. 위 값을 기준으로 도상의 횡방향 저항력과 체결구의 회전 강성값을 변화시켜가면서 좌굴 해석을 수행하여 그 영향에 대해 분석하였다.

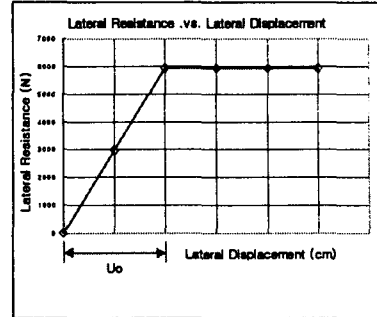


그림 5. 도상의 횡방향 강성

3.1 침목 간격과 도상 횡방향 강성의 레일 좌굴에 대한 영향

그림 6은 횡방향 강성값과 침목 간격(50.8cm, 62.5cm)을 변화시켜가면서 그 때의 장대 레일의 좌굴 온도를 그래프로 나타낸 것으로, 강성값이 클수록, 그리고 침목 간격이 작을수록 레일의 횡방향 좌굴 온도가 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고, 그림 6은 궤도의 초기 결함이 존재하지 않고 완벽한 아주 이상적인 경우의 그래프이다.

3.2 체결재 회전 강성의 레일 좌굴에 대한 영향

그림 7은 도상의 횡방향 저항력이 11888 N/cm이고 침목 간격이 62.5 cm일 때, 체결구의 회전 강성값을 변화시켜가면서 그 때의 장대 레일의 좌굴 온도를 그래프로 나타낸 것으로, 회전 강성값이 클수록 레일의 좌굴 온도가 상승하는 것으로 보아, 체결구의 회전 강성값도 레일의 횡방향 좌굴에 어느 정도 영향을 미치는 것으로 판단된다.

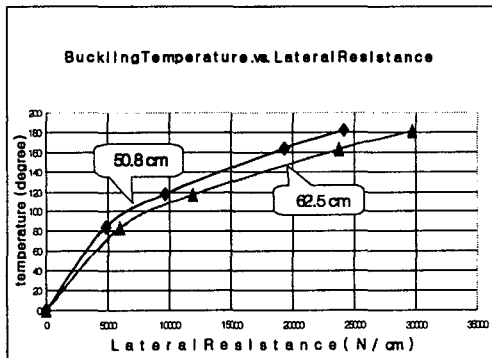


그림 6. 횡방향 강성과 침목간격에 따른 레일 좌굴 온도

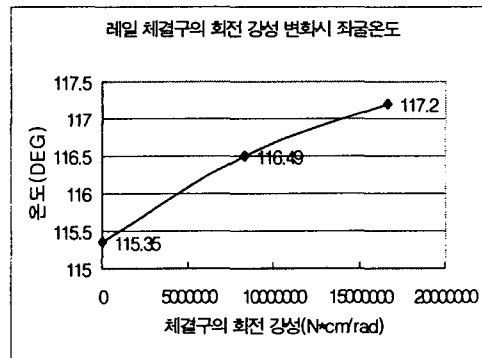


그림 7. 체결구의 회전 강성 변화에 따른 레일의 좌굴 온도

3.3 침목의 손상시 레일의 좌굴에 대한 영향

아래 그림 8에서는 도상의 횡방향 저항력이 11888 N/cm이고 침목 간격이 62.5cm인 궤도에서, 레일 중앙의 침목 1개가 손상되었을 때, 침목 3개가 손상되었을 때, 그리고 침목 5개가 손상되었을 때 좌굴 형상을 나타낸 것으로, 손상된 침목의 횡방향 저항력은 완전 손실된 것으로 가정하였다. 모드의 형상과 좌굴 온도에서 볼 수 있듯이 침목의 손상은 좌굴 온도의 저감에 상당한 영향을 미치고 있음을 알 수 있으며 또한 손상된 부분에서의 레일의 손상이 상당히 클 것으로 판단된다.

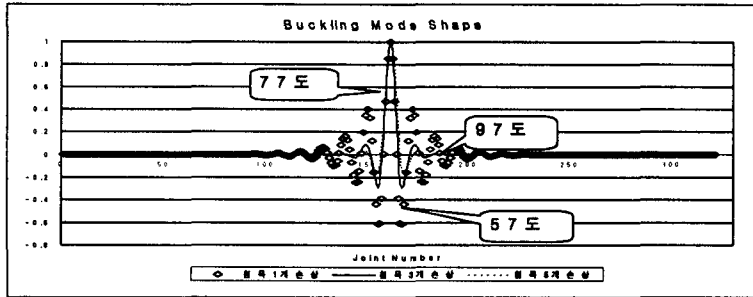


그림 8. 침목 손상시 레일의 좌굴 모드와 좌굴 온도

4. 결론

장대 레일에 대한 이차원 좌굴 해석 모델을 개발하고 전용 해석 프로그램을 개발하여 여러 가지 궤도 구성 요소(체결재 종류, 도상의 상태, 침목 상태 등)의 CWR 궤도 좌굴에 대한 영향에 대하여 연구하였다. 프로그램 수행에 의한 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 장대 레일의 횡방향 좌굴에 영향을 주는 주된 요인으로 도상의 횡방향 강성, 레일과 침목을 연결시키는 체결재의 회전 강성, 침목의 간격, 그리고 침목의 손상 및 초기 궤도 결함 등을 들 수 있다.

(2) 도상의 횡방향 강성과 체결재의 회전 강성이 크면 클수록 좌굴 임계 온도 값도 커진다. 도상의 횡방향 강성이 취약한 부분이 생기지 않도록 도상 시공시 주의를 요하며, 레일과 침목을 체결하는 체결재도 제 기능을 할 수 있도록 유지·보수가 필요하다.

(3) 같은 도상의 횡방향 강성과 체결재의 회전 강성을 갖고 있는 궤도에서 침목 간격이 50.8cm일 때가 침목 간격이 62.5cm일 때보다, 즉 침목 간격이 좁은 트랙이 큰 좌굴 임계 온도 값을 가지며 안정성 면에서 유리하다.

(4) 침목이 손상되었거나 손실된 궤도에서는 침목이 손실·손상된 부분에서 좌굴이 일어나며, 정상적인 궤도에 비해 손실된 침목이 많으면 많을수록 좌굴 온도가 더 낮아져 좌굴에 아주 취약해지므로 궤도와 열차 운행의 안전을 위해 트랙의 유지·보수에 각별한 주의가 요망된다.

감사의 글

본 논문은 한국 철도 기술 연구원에서 수행한 고속철도 사업의 차량/선로 구축물 상호작용 관련 기술 개발(I-0-4)과제의 위탁 연구 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

5. 참고 문헌

1. Sritawat Kitipornchai & Siu Lai Chan , Nonlinear Finite Element Analysis of Angle and Tee Beam-Columns , Vol-113 , No. 4 , Journal of Structural Engineering , ASCE , 1987, pp721-739
2. Chai Hong Yoo , Bimoment Contribution to Stability of Thin-Walled Assemblages , Vol-11, Computer & Structures , 1980 , 465-471
3. David W. Murray & Sundaramoorthy Rajasekaran , Technique for Formulating Beam Equations , Vol-101 , No.Em5 , Journal of Engineering Mechanics , ASCE , 1975 , pp561-573
4. M. Sekulovic , Geometrically Nonlinear Analysis of Thin-Walled Members
5. Freydoon Arbabi & Fang Li , Effect of Nonlinear Parameters on Stresses in Railroad Tracks , Vol-114 , No.1 , Journal of Structural Engineering , ASCE , 1988 , pp165-183
6. Dusan Krajcinovics , A Consistent Discrete Elements Technique for Thin walled Assemblages , Vol-5 , Int. J. Solid Structures , 1969 , pp639-662
7. H.A.El-Ghazaly & A.N.Aherbourne & F.Arbabi , Strength and Stability of Railway Tracks-II , Deterministic Finite element Stability Analysis , Vol-39 , No.1/2 , Computer & Structures , 1991 , pp23-45
8. 이종득 , 철도 공학 , 노혜 출판사 , 1994
9. 한국고속철도건설공단 , 고속철도 핸드북 , 1993
10. Modern Railway Track , 1989
11. 강기동 , 궤도 역학

부 록

■ 기호정의

- u, v, w : x, y, z 축 변위 성분
- A : 단면적
- L : 레일의 침목과 침목 사이의 거리
- K_V, K_H, K_L, K_R : 도상의 수직방향, 종방향, 횡방향 강성 계수와 체결재의 회전 강성 계수
- $J_y = \int_A x^3 dA$, $J_{yy} = \int_A y^2 x dA$, $J_{\omega\omega} = \int_A \omega^2 x dA$, $J_{x\omega} = \int_A x^2 \omega dA$