

개별요소법에 의한 이차원 응력파의 전달특성에 관한 연구

A Study on the Characteristics of Two Dimensional Stress Wave Propagation Using the Distinct Element Method

오 금 호* 송 재 성** 김 문 겸*** 원 용 호****
Oh, Keum Ho Song, Jae Seong Kim, Moon Kyum Won, Yong Ho

ABSTRACT

The distinct element method is improved to consider the characteristics of stress wave propagation in media involving the discontinuous faces. The distinct element method has many advantages to analyse the characteristics of the reflection, refraction and deflection of the waves in nonhomogeneous media. The double-spring connection system is adopted instead of the single-spring connection system because the distinct element cannot be used for analysing the contact behavior between the different materials by only one contact spring.

For the verification of the improved code, the results of the numerical analysis are compared with that of the photoelastic experiments which are one or two dimensional wave propagation problem of the nonhomogeneous media including the different acoustic impedance material or voids. It is shown that the characteristics of the stress wave propagation in nonhomogeneous media can be simulated appropriately using the improved distinct element method.

1. 서 론

최근 산업시설이나 건설현장에서 발생하는 진동으로 야기된 환경문제 및 구조물의 손상문제에 대한 관심이 높아지고 있다. 이러한 환경문제는 진동원으로부터 전달된 파의 전파과정을 제어함으로써 해결하려는 추세이며, 구조물의 미세손상정도를 비파괴검사를 통해서 인지하려는 연구가 계속적으로 진행되고 있다. 이 연구들은 전파경로를 차단하는 방진구 및 균열 등과 같은 불연속체의 파전달 특성을 고려해야만 하며, 연속체의 파전달거동과는 달리 비균질한 매체 혹은 간극, 균열 및 공동 등과 같이 불연속한 매체에서의 파전달거동에는 감쇠, 분산현상과 복잡한 반사, 굴절, 회절 현상을 해석해야 한다.

파의 전달 특성을 보다 정확히 파악하고자 하는 여러 가지 해석기법들이 많이 제시되어 왔다. 기존의 파전달거동 해석에서는 구조체를 연속체로 가정한 해석기법이 사용되었으며, 이 방법들은 질리면 형상에 따른 마찰인자를 도입하여 접촉면의 거동을 고려하였기 때문에 불연속면의 형상을 예측하기 어렵고 응력파의 전파에 따라 균열면이 변화되는 경우의 해석에는 부적합하였다. 개별요소법은 불연속적인 요소들의 합으로 대상을 모형화하기 때문에 불연속면을 가지는 대상의 파괴 거동해석에 주로 사용되었다. 따라서 개별요소법이 매체의 파전달거동을 해석하는데 사용되어질 수 있다면 구조체 내부에서 불연속면이 생성되고 이에 따른 구조체 내부에서의 파전달거동의 경로 변경 뿐아니라 기존 포함되어 있던 균열에 대한 비파괴검사와 같은 실질적인 문제를 수치해석적으로 접근할 수 있다는 가능성을 나타낸다고 할 수 있다.

* 연세대학교 토목공학과 박사후과정

** (주)현대건설, 사원

*** 연세대학교 토목공학과 교수

**** 육군 제3사관학교 토목공학과 교수

이를 위해서 본 연구에서는 개별요소간의 접촉스프링을 모형화할 때 한 개의 접촉스프링으로 모형화함에 따라 물성이 다른 매체의 경계면을 모형화하기 위해서는 새로운 접촉스프링의 물성치를 입력해야하는 기존의 방법을 개선하여 각 개별요소의 물성치를 요소단위로 입력하여 개별요소의 접촉스프링의 강성을 산정하도록 하였다. 따라서 물성이 다른 매체의 경계면, 공동 및 균열 등의 불연속면에서 발생하는 반사, 굴절 및 회절현상을 개별요소법을 사용하여 해석하는 가능성을 제시하는데 본 연구의 의의가 있다.

2. 응력파의 전파특성

충격하중에 의해 대상구조체에 발생한 응력파는 압축파 (Compressional Wave, P 파), 전단파 (Shear Wave, S 파) 및 표면파 (Surface wave, R 파) 의 형태로 매체내와 표면으로 전파된다. 발생한 응력파는 전달매체의 물성과 전파경로의 기하학적 특성에 영향을 받는다. 연속체의 경우 파의 전달특성은 매체의 탄성계수 및 포아송비 등과 같은 물성에 따라 변화되고 매체의 에너지흡수에 따라 파전달에너지의 감쇠현상이 발생한다.

응력파는 자유면, 물성이 다른 매체의 경계면 그리고 충분한 크기를 가지는 내부의 공동 및 균열 등의 불연속면을 만나면 경계면에서 반사 및 굴절현상을 일으킨다. 압축파나 전단파가 기울어진 각도로 경계에 부딪히면 반사파는 모드전환에 의해 압축파와 전단파로 나뉘어 매체내로 전파된다. 반사파의 상대적인 강도는 식 (1) 과 같으며 접합면에서의 음향임피던스의 차이에 의해 결정된다.

$$R_n = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (1)$$

여기서 R_n 은 수직입사에 대한 반사계수이고, Z_1 과 Z_2 는 각각 매질 1 과 매질 2 의 음향임피던스이며 식 (2) 에서와 같이 매체의 밀도 ρ 와 P파의 속도 c_p 의 곱에 의하여 정의된다.

$$Z = \rho c_p \quad (2)$$

경계면, 내부결함, 그리고 경계면과 경계면 사이에서 파가 계속 반사되면 다중반사가 일어나면서 파들이 서로 간섭하고 중첩되어 복잡한 파전달거동을 나타낸다. 그림 1 은 불연속면의 존재에 의한 응력파의 반사, 투과, 및 굴절현상이 개념적으로 도시된 것이다.

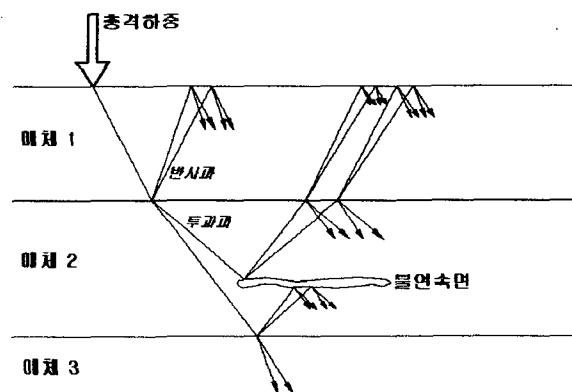


그림 1 응력파의 반사, 투과, 및 굴절현상

3. 개별요소법의 접촉스프링 산정

개별요소법은 구조체를 동일한 원형형상의 요소들의 집합으로 모형화하여 각 요소의 운동을 산정하며, 발생된 요소간의 상대변위를 사용하여 요소간에 전달되는 접촉력을 산정하게 된다. 이 접촉력은 다시 각 요소를 운동시키는 작용력으로 전환되며 요소는 운동을 하게되고 이와 같은 반복적인 계산과정을 통해서 구조체의 거동을 해석하게 된다. 본 연구에서는 1997년 김문겸 등의 연구에서 사용한 개별요소법을 발전시킨다.

기존의 개별요소법은 요소간의 접촉력을 산정하는데 사용되는 접촉스프링을 요소간에 단일한 스프링으로 연결하였기 때문에 해석대상이 비균질한 물성을 갖는 경우 두 요소간의 접촉거동을 모형화하는데 어려움이 있었다. 따라서, 물성이 다른 요소들간의 접촉거동을 손쉽게 고려하기 위해 요소사이를 두 개의 접촉스프링으로 연결하고 각각 요소에 대한 강성을 정량화한다. 불연속면이 발생하면 요소의 접촉거동은 연속체와는 달리 맞물림 효과 및 미끄러짐 현상으로 비탄성거동을 나타낸다. Antonellini[2] 등은 불연속적으로 연결된 두 요소에 대한 법선방향강성 및 접선방향강성의 산정방법을 제시하였으며, 본 연구에서는 각 요소의 접촉스프링의 강성은 Antonellini 등이 제안한 식을 적용하여 결정하였다. 요소 A 와 B 에 대해서 법선방향 및 접선방향강성은 Antonellini 가 제시한 원주형요소의 법선방향강성을 사용하면 식 (3) 및 식(4) 와 같이 구해지며, 각 요소의 접촉스프링은 그림 2 에 도시되었다.

$$K_{nA}^{discon} = \frac{2\pi G_A}{(1-\nu_A) \left\{ 2\ln \left[\left(\frac{4R}{\delta_n} \right)^{1/2} \right] - 1 \right\}}, \quad K_{nB}^{discon} = \frac{2\pi G_B}{(1-\nu_B) \left\{ 2\ln \left[\left(\frac{4R}{\delta_n} \right)^{1/2} \right] - 1 \right\}} \quad (3)$$

$$K_{sA}^{discon} = \frac{2\pi G_A \delta_n}{R(1-\nu_A)}, \quad K_{sB}^{discon} = \frac{2\pi G_B \delta_n}{R(1-\nu_B)} \quad (4)$$

여기서 G 는 전단탄성계수이고, ν 는 포아송비, δ_n 은 두 요소의 상대접침량이다. R 은 요소의 반경이다.

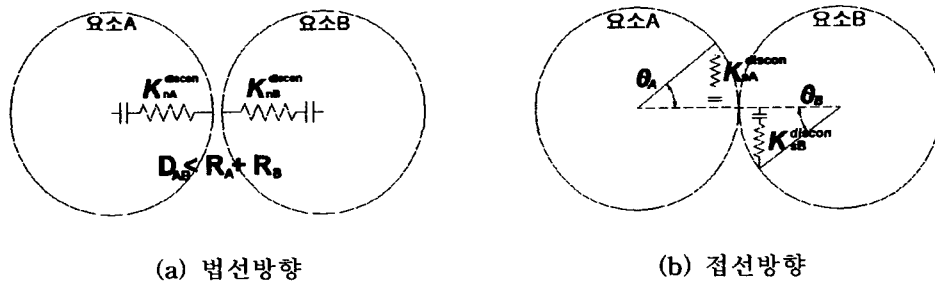


그림 2 요소간의 접촉스프링

각 요소간의 접촉점에서의 법선방향스프링은 2 개의 법선방향스프링이 직렬연결된 형태이므로 법선방향 및 접선방향 유효강성 K_n^{discon} , K_s^{discon} 은 식(5) 를 사용하여 산정하게 된다.

$$K_n^{discon} = \frac{K_{nA}^{discon} K_{nB}^{discon}}{K_{nA}^{discon} + K_{nB}^{discon}}, \quad K_s^{discon} = \frac{K_{sA}^{discon} K_{sB}^{discon}}{K_{sA}^{discon} + K_{sB}^{discon}} \quad (5)$$

4. 수치해석 및 결과분석

4.1 매체의 물성변화에 따른 응력파의 반사 및 투과 거동

매체의 물성변화에 따른 응력파의 반사 및 투과거동을 개별요소법으로 해석할 수 있는지를 검토하기 위해 본 절에서는 1차원 파전달거동을 개별요소로 모형화하여 수치해석하였다. 수치해석에서 사용한 해석모형은 Shukla 등에 의해서 수행된 광탄성 실험모형과 동일하게 하였으며, 실험결과와 수치해석결과를 비교하여 1차원 응력파의 전달특성을 고찰하였다.

Shukla 등은 1차원 응력파 전파특성을 파악하기 위해 Homalite-100 라는 광탄성 재료를 그림 3과 같이 일렬로 배치하고 요소의 끝단에 순간적인 폭발을 가해 매체에 발생하는 응력파의 전달과정을 파악할 수 있게 광탄성 실험을 수행하였다. 시편 요소의 직경은 0.0254 m 이며, 배열의 끝단에서의 반사파의 영향을 배제하기 위해 요소의 수는 충분이 많은 수를 연결하였다. 또한 그림 3(b) 및 (c)와 같이 배열의 중간에 매체의 음향임피던스가 Homalite-100 에 비해 상대적으로 큰 Steel 과 상대적으로 작은 PSM4 를 삽입하여 매체의 물성변화에 따른 응력파의 반사 및 투과거동을 검토하였다. 실험과 수치해석에 사용된 Homalite-100, Steel 및 PSM4 의 물성은 표 1에 정리되었다. 해석대상이 인장력에 저항하지 않는 입자형 매체이므로 수치해석시 모든 요소는 불연속 접촉스프링으로 연결되었다.

수치해석에 사용된 하중이력 $p(t)$ 는 실험결과(첫번째 접촉력 P_1)에서 제시된 하중형태로부터 식(6)을 사용하여 추정하였다. 그림 4는 수치해석에서 재하되 입력하중의 형상을 도시한 것이다. 균질매체로 구성된 배열, Homalite-100 및 PSM4 가 삽입된 1차원 직렬배열에 작용하는 하중의 재하조건은 표 2와 같다.

$$p(t) = \frac{1}{2} \left[\frac{p_0}{2} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{2\pi(t-t_s)}{t_e-t_s} \right) \right\} + p_0 \sin \left(\frac{\pi(t-t_s)}{t_e-t_s} \right) \right] \quad t_s \leq t \leq t_e \quad (6)$$

여기서 p_0 는 하중의 최대치이며, t_s 와 t_e 는 각각 하중의 재하시작시간 및 재하종료시간이다.

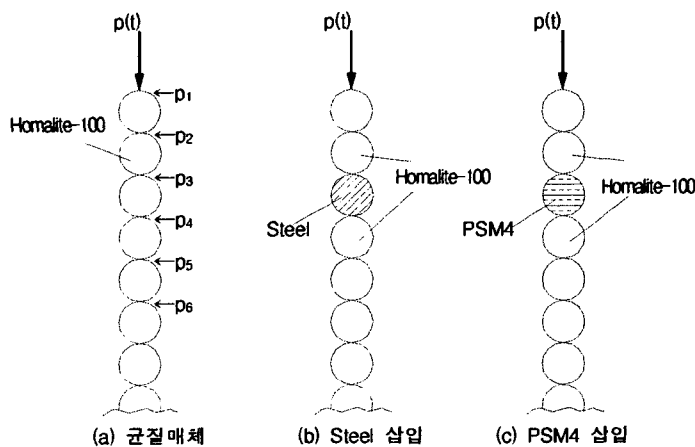


그림 3 직렬배치의 요소배열

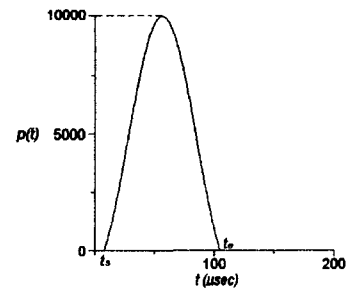


그림 4 재하하중

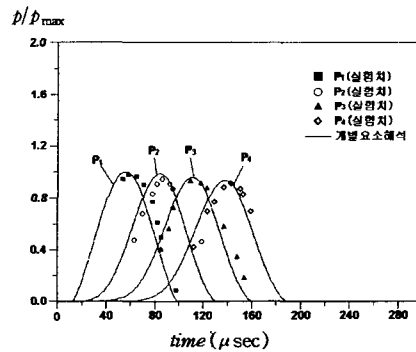
표 1 매체의 물성치

물성	기호	단위	물성치		
			Homalite-100	Steel	PSM4
밀도	ρ	kg/m^3	1100	7850	1100
탄성계수	E	MN/m^2	3860	200100	240
포아송비	ν	-	0.35	0.27	0.40
인장강도	σ_t	MN/m^2	48.3	400	3.5
감쇠비	ξ	-	0.02	0.005	0.10
음향 임피던스비	Z/Z_h	-	1	16	1/4

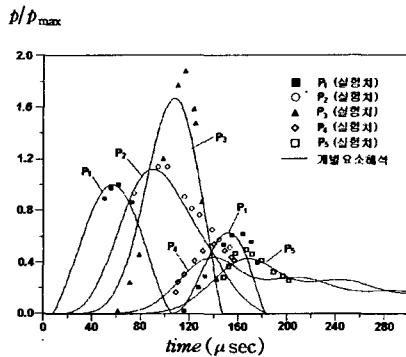
표 2 1차원 배열에 재하된 하중조건

하중조건	기호	단위	하중조건치		
			Homalite-100	Steel	PSM4
최대하중	p_0	N	10000	10000	10000
재하시작 시간	t_s	μsec	13	8	7
재하종료 시간	t_e	μsec	98	105	75
지속시간	$t_e - t_s$	μsec	85	97	68

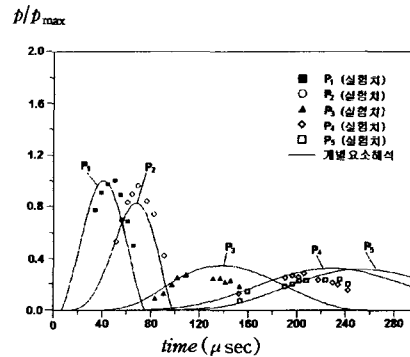
균질매체의 실험과 수치해석에 의한 접촉력 이력곡선은 그림 5(a)에 도시되었다. 실험치와 수치해석결과가 서로 유사함을 알 수 있으며, 이로서 재하하중을 실험과 유사하게 추정되었다는 것을 검토할 수 있다. 실험결과 P_4 의 최대값은 P_1 의 최대값의 약 90% 정도로 감소되며 수치해석 결과 P_4 의 최대값은 P_1 의 최대값의 93% 정도로 감소되었다. 이는 입자요소의 접촉면에서 발생되는 충돌, 마찰, 및 반사요인으로 인한 에너지의 소산에 기인되는 것으로 사료된다. 또한 균질매체의 각 접촉점에서의 응력과 전파거동에 반사현상에 대한 특별한 거동을 발견할 수는 없었다.



(a) 균질매체인 경우



(b) Steel 삽입시



(c) PSM4 삽입시

그림 5 일차원 모형에서 응력파의 반사 및 투과현상

음향임피던스가 큰 재료가 매체내에 삽입된 경우, 즉 배열의 세 번째 요소에 Steel 을 삽입시켰을 경우에 대한 해석결과는 그림 5(b) 에 도시되었다. 이 경우에도 Shukla의 실험결과와 실선으로 나타내어진 개별요소법에 의한 해석결과가 유사한 형상을 나타냄을 알 수 있다. Steel 은 Homalite-100 보다 음향임피던스가 약 16배 정도 큰 매체이므로, 반사파의 위상은 바뀌지 않고 압축파의 형태로 반사된다. 특히 요소의 물성이 변화되는 P_3 접촉점에서의 응답을 살펴보면 P_1 에서의 최대접촉력으로 정규화되었을 때 수치해석 상에서 1.67 로 나타났으며, 이 현상은 입력파에 비해 큰 강도의 반사파가 발생되었음을 알 수 있다. 반사파의 강도를 식(1)을 사용하여 산정하였을 경우는 1.88 이며, P_3 에서 감쇠가 90% 정도 발생되었다고 하였을 때 1.692 정도로 계산되어진다. 또한 P_1 에서의 접촉력이력을 살펴보면 110~190 μsec 에서 반사로 인한 압축파가 발생됨을 쉽게 발견할 수 있다. Steel를 투과해 전파된 투과파 (P_4 와 P_5)의 형상을 살펴보면 강도의 감쇠와 함께 파장도 길어짐을 발견할 수 있다. Steel 과 같이 음향임피던스가 큰 매체를 통과한 후 투과파의 파장이 길어짐을 알 수 있다.

음향임피던스가 작은 재료가 매체내에 삽입될 때, 즉 PSM4 를 삽입한 경우 실험과 수치해석에 의한 접촉력 이력곡선은 그림 5(c) 에 도시되었다. PSM4 은 음향임피던스가 Homalite -100 의 약 1/4 이며 이 경우 음향임피던스가 큰 매체에서 작은 매체로 전파되면 압축파의 반사파는 위상이 바뀌어 인장파로 전환된다. 따라서 해석대상이 인장력에 저항하지 못하는 입자적 성질을 가진 매체이므로 그림 5(c) 에서 P_1 과 P_2 에서의 접촉력은 초기 압축파가 나타나고 이후 접촉력이 검출되지 않았다. 요소의 물성이 변화되는 P_3 접촉점에서의 응답을 살펴보면 Steel 삽입 경우와는 다르게 파의 파장도 길어지고 강도도 급격히 감소되는 것을 발견할 수 있다. 또한 인장의 반사파로 인하여 P_2 에서의 접촉력의 크기가 줄어들며, 입력파에 대한 투과파의 강도비는 수치해석상에서는 34%를 나타냈다. 입력파가 음향임피던스가 작은 매체를 통과하게 되면 음향임피던스가 큰 매체를 통과시와 마찬가지로 투과파의 파장이 길어지고 강도가 작아짐을 알 수 있다.

4.2 간극의 존재로 인한 파의 회절현상

간극의 존재로 인한 응력파의 회절현상을 개별요소법으로 고려할 수 있는지에 대해 검토하기 위해 Shukla 등이 수행한 2차원 입자형 재료에 대한 응력파 전파거동을 수치해석하였다. 해석모형으로 실험에서 사용한 광탄성 재료를 그림 6 과 같이 배열하였다. L 요소의 끝단에 충격하중 $p(t)$ 를 재하시켜 그에 따라 방사방향으로 전파되는 응력파의 전달거동을 파악하였다. 또한 I 요소의 위치에 음향임피던스가 큰 Steel 을 삽입하거나 간극을 두어 매체의 변화에 따른 반사, 회절현상을 검토하였다.

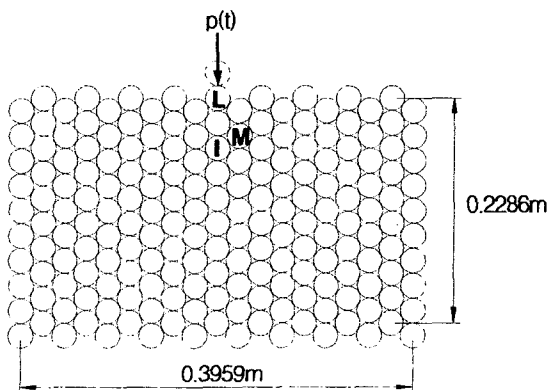


그림 6 해석모형

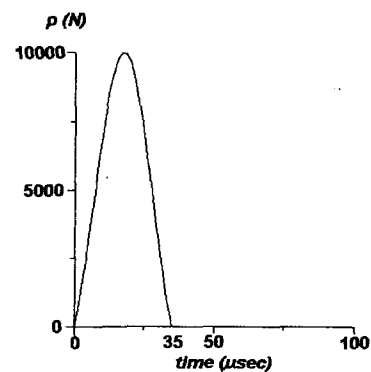


그림 7 재하하중

수치해석에 사용된 매체의 물성은 표 1 에 정리된 물성치를 사용하였으며, 개별요소 해석시 요소의 끝단에 하중이 작용될 수 없으므로 하중작용점위에 접촉력만 작용하는 가상요소를 추가하고 가상요소와 L 요소의 접촉력으로 하중을 재하한다. 하중은 식 (6)을 적용하여 그림 7 과 같이 지속시간이 35 μ sec 인 sine 함수와 cosine 함수의 조합하중을 재하하였다.

(1) Steel 삽입시 2차원 응력파의 전달특성

그림 8(a)는 Steel이 삽입된 모형에 대해 접촉력의 최대값을 산정하고 균질매체에 대해서도 수치해석하여 산정된 접촉력의 최대값을 비교하여 도시한 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 하중 작용요소와 삽입된 Steel 요소사이에 접촉점(↓표시)에서 강도가 증가되며, Steel 요소 후면에는 접촉력이 감소되는 것을 관찰할 수 있다. 이는 음향 임피던스가 큰 매체를 만나 발생한 압축반사파의 영향과 음향 임피던스가 큰 매체를 투과하는 투과파의 강도가 감소되기 때문으로 사료된다.

(2) 간극 존재시 2차원 응력파의 전달특성

그림 8(b) 는 간극이 존재하는 모형에 대해 접촉력의 최대값을 산정하고 균질매체에 대한 수치해석결과를 비교하여 도시한 것이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 간극의 존재로 인하여 간극 주변의 접촉력(↓표시)이 증가되는 현상을 뚜렷히 보여주고 있다. 이는 접촉력이 간극을 돌아서 회절하는 응력파의 영향인 것으로 사료된다.

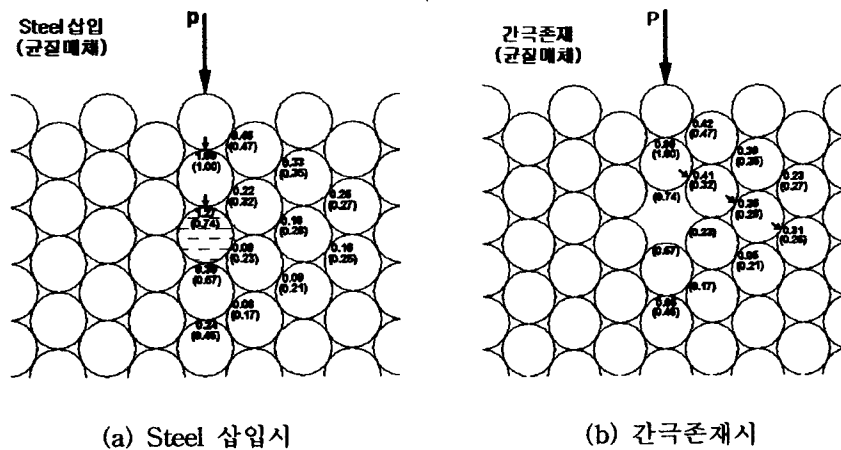


그림 8 응력파의 회절현상

5. 결론

본 연구에서는 요소간의 접촉모형화를 개선한 개별요소법을 입자적 거동을 하는 1차원 직렬모형 및 2차원 모형의 응력파 전달 거동 해석에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1차원 직렬모형에 물성이 다른 매체가 삽입된 경우를 수치해석함으로써, 압축파 입력시 음향 임피던스가 큰 요소는 압축의 반사파를 발생하며 음향임피던스가 작은 요소는 인장의 반사파를 발생시킴을 알 수 있었다. 또한 음향임피던스의 크기와 상관없이 투과파의 강도는 감소되며 파장도 길어짐을 알 수 있었다.

2. 2차원 입자모형에서 음향임피던스가 큰 요소가 삽입된 경우 반사파가 발생되며 파의 반사경로와 삽입입자의 접촉력이 증가함을 알 수 있었으며 이로부터 파의 반사거동을 파악할 수 있었다. 또한 간극이 있는 경우 간극주변의 접촉력이 증가함을 알 수 있었으며 이로부터 간극을 들어서 회절해나가는 응력파가 발생하는 것을 파악할 수 있었다.
3. 본 연구에서는 입자적 거동을 하는 1차원 직렬모형 및 2차원 모형에서 매체의 물성변화에 따른 응력파의 반사, 투과, 회절현상 등의 파전달 특성을 수치해석하여 기존의 실험과 비교함으로써 물성이 다른 불연속체의 파전달문제에 개별요소법이 적용가능함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Antonellini, M. A. and Pollard, D. D., "Distinct Element Modelling of Deformation Bands in Sandstone," *Journal of Structural Geology*, Vol.17, No.8, 1995, pp.1165-1182.
2. Cundall, P. A. and Strack, O. D. L., "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies," *Geotechnique*, Vol.29, No.1, 1979, pp.47-65.
3. Dally, J. W. and Riley, W. F., *Experimental Stress Analysis*, McGraw-Hill, Inc., 1991
4. Graff, K. F., *Wave Motion in Elastic Solids*, Ohio State University, 1975.
5. Hakuno, M. and Meguro, K., "Simulation of Concrete-Frame Collapse Due to Dynamic Loading," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.119, No.9, 1993, pp.1709-1723.
8. Kino, G. S., *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc., 1987
9. Masuya, H., Nakata, Y., and Kajikawa, Y., "The Application of the Distinct Element Method to Impact Problems," *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol.38A, 1992, pp.1477-1487.
10. Shukla, A., Zhu, C. Y., and Xu, Y., "Dynamic Stresses in Granular Assemblies with Microstructural Defects," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.118, No.1, January, 1992, pp.190-201.
11. 김문겸, 오금호, 김상훈, 김우진, "수정개별요소법을 이용한 구조물의 파괴거동에 관한 연구," 대한토목학회 논문집, 제17권, 제I-2호, 1997, pp.259-270.