한국전산구조공학회
1998년도 봄학술발표회 논문집

순간 최적제어에 의한 구조물의 진동제어

Structural Vibration Control using Instantaneous Optimal Control

최 창 근* 권 대 건**
Choi, Chang-Koon Kwon, Dae-Kun

ABSTRACT

Recently, constructions of large and slender structures have been increased owing to the advancement of the structural technologies and that of the new light-weight and high-strength construction materials. Consequently, vibration problems of those slender structures have become a new issue in the area of structural engineering. Active control for those structures is the method that keeps the structures safe from the external loads, especially dynamic loads, by enforcing active forces derived from control devices.

In this paper, a procedure for the instantaneous optimal control for structural vibration is presented. Numerical method and experiment are performed for evaluating the effectiveness of active control for reducing vibration of structures.

1. 서 론

최근 국내, 외에서 교량 및 건물 등의 건설에 있어 현수교나 사장교와 같이 장지간을 가지는 장대교량 및 초고층 건물 등 그 규모가 점점 커지고 있는 실정이다. 하지만 교량이나 건물 등의 규모가 커질수록 여러가지 문제점이 발생할 수 있는데 이 경우 정적하중보다는 동적인 하중 - 바람, 지진 등에 의한 문제가 심각히 고려되어야 한다. 이러한 동적하중에 의한 구조물의 진동을 효율적으로 제어하기 위하여 많은 연구들이 수행되고 있으며, 수동형 동조질량 감쇠장치(tuned mass damper ; TMD), 수동형 유동 감쇠장치(tuned liquid damper ; TLD), 구조부재의 감쇠를 크게 하기 위한 방안 등 여러 진동제어 기법들이 제안되었다. 그러나 수동제어는 일반적으로 구조물의 거동을 좌우하는 첫번째 고유진동수에서 외부하중과 구조물의 과다한 공진에 초점을 맞추어 제어를 수행하게 되므로 구조물이 복합모드를 가지게 되면 다른 진동수에 대하여 진동제어의 효과가 떨어질 수 있으며 또한 설계가 잘못되면 오히려 구조물의 진동이 더 크게 발생할 수 있는 여지가 있다. 최근에는 이러한 수동제어 기법을 보완하고 보다 효과적인 제어를 하기 위해서 TMD에 제어력을 가하는 방법이나(ATMD), 가부재를 설치하여 이 부재에 제어력을 가함으로써 구조물의 거동을 제어하는 방법이 연구되고 있다. 이러한 능동제어기법으로서 pole assignment, 최적제어, 적응제어, Fuzzy 제어, 신경회로망에 의한 제어 등이 개발, 연구되어지고 있으며 또한, 능동제어 기법들에 있어서 중요한 요소인 컴퓨터와 측정장치, 제어기기, 가진장치(actuator)등의 기술적인 발달과 함께 여러 방향으로 급속도로 발전하였으며, 이러한 기술의 발달로 실험을 통한 제어효과를 입증할 수 있게 되었다.

본 연구에서는 여러가지 능동제어 방법 중 최적제어의 일종인 순간최적제어방법을 이용하여 수치해석 및 1자유도 문제에 대한 제어실험을 수행하였다.

* 한국과학기술원 토목공학과 교수
** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

2. 순간최적제어

현대 제어이론의 개발에 있어서 매우 중요한 부분을 차지하고 있는 것은 상태-공간 접근방식(state-space approach)이다. 상태-공간 방정식은 일반적인 동적계의 2 차 미분형태를 1 차 미분방정식으로 표현하는 것으로 이는 컴퓨터 시뮬레이션과 계산에 적합하고 단일 입출력계에서 다중 입출력계로, 저차계(low-order system)에서 고차계(high-order system)로의 확장이 명확하며 시간 의존적인(time-dependent) 경우 또는 추계론적인 계(stochastic system)로 쉽게 일반화 될 수 있다는 장점이 있다. 능동제어를 고려한 일반적인 구조계의 운동방정식은 식(1)과 같으며 그에 따른 상태방정식은 식(2)와 같은 형태를 가진다.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Du(t) + Ef(t) \tag{1}$$

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + Hf(t), \quad z(0) = z_0 \tag{2}$$

여기서, $z(t) = [x(t) \quad \dot{x}(t)]^T$: 2n-dimensional 상태벡터

일반적으로 최적제어는 위의 상태방정식을 이용하여 제어시간 동안에 구조응답과 제어력이 함께 포함되는 목적함수(performance index)를 최소화시키는데 기초를 둔다. 이 목적함수의 구성형태에 따라서 최적제어 알고리즘이 다양한 형태를 가지게 된다. 고전적 최적제어에서는 목적함수를 전구간에 대하여 구성하고 이 목적함수를 최소화하는 조건은 두시점 t_0, t_f의 경계문제를 알아야하므로 제어가 끝나는 시점인 t_f에서의 적절한 가정이 필요하며 제어력을 구하기 위해서는 반복적으로 Riccati 방정식을 풀어야 하는 번거로움이 있다. 반면에 순간최적제어(instantaneous optimal control)에서는 임의의 시간 t_1에서의 출력은 그 시간에 작용하는 입력에만 영향을 받는 제어계이다. 순간최적제어는 식 (3)과 같이 목적함수가 임의의 시점 t 순간에서 표시되며 모든 시간증분에서 최소화시켜야 한다.

$$J(t) = z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t) \tag{3}$$

목적함수에 상태방정식을 구속조건으로 포함시키면 Hamiltonian 함수는 다음과 같이 된다.

$$H = z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t) + \lambda^T(t)\left\{z(t) - d(t-\Delta t) - \frac{\Delta t}{2}[Bu(t) + Hf(t)]\right\} \tag{4}$$

위의 Hamitonian 을 최소화하기 위한 필요조건은 아래와 같은 3 개의 조건이다.

$$① \ \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \qquad ② \ \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \qquad ③ \ \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \tag{5}$$

위의 세가지 필요조건으로부터 다음과 같은 3 개의 식을 얻을 수 있다.

$$2Qz(t) + \lambda^T(t) = 0$$

$$2Ru(t) - \frac{\Delta t}{2}B^T\lambda(t) = 0 \tag{6}$$

$$z(t) = d(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2}[Bu(t) + Hf(t)]$$

여기서, $d(t-\Delta t) = \exp(A\Delta t)\left\{z(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2}[Bu(t-\Delta t) + Hf(t-\Delta t)]\right\}$

일반적으로 토목구조물에 대한 능동제어시 제어력을 산정하기 위해서는 폐루프 제어방식이 가장 많이 사용된다. 이는 개루프 제어식의 경우에는 실제로 외부하중을 측정하여야 하는데 동적하중의 경우에는 일정하게 가해지는 하중이 아니라 순간적으로 변하는 하중이므로 그 하중값을 구하는 것이 매우 어렵다. 이에 반하여 폐루프 제어는 외부하중에 상관없이 구조계의 응답(변위,속도,가속도)을 구하므로 개루프 제어방식보다는 더 쉽게 구할 수 있게 된다.

위의 식들에 의하여 목적함수를 최소로하는 최적제어력 $u(t)$와 이때의 상태벡터 $z(t)$를 폐루프 제어방식에 의하여 구하면 다음과 같다.

$$u(t) = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} B^T Q z(t) \tag{7}$$

$$z(t) = \left[I + \frac{(\Delta t)^{-1}}{4} B R^{-1} B^{-1} Q \right]^{-1} \left[Td(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} Hf(t) \right] \tag{8}$$

위의 식 (7)과 (8)에서 알 수 있듯이 최적제어력 $u(t)$는 $z(t-\Delta t), f(t), f(t-\Delta t)$와 $u(t-\Delta t)$의 함수이므로 이들의 값을 구해야 한다.

3. 수치해석

순간최적제어 알고리즘에 대한 평가를 위하여 수치해석을 수행하였다. 해석에 사용된 대상 구조물로는 8층 건물 구조로 해석의 간편성을 위하여 각 층당 1자유도만을 가지는 전단모델(shear building model)로 생각하여 해석을 수행하였다(그림 1). 그리고 능동제어 방법으로는 구조물 최상단에 ATMD를 장착하였고 이를 포함한 구조계의 총 자유도는 9개이며 구조물에 작용하는 외부하중으로는 El Centro 지진가속도 기록(20초동안)을 이용하여 지진하중은 가속도 값에 구조물의 질량을 곱한 값을 작용시켰다(그림 2). 대상 구조물의 제원은 표 1에 나타내었다.

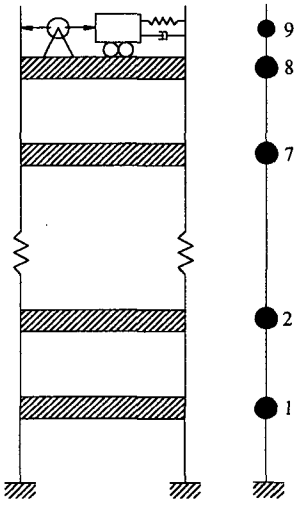


그림 1 해석 대상 구조물

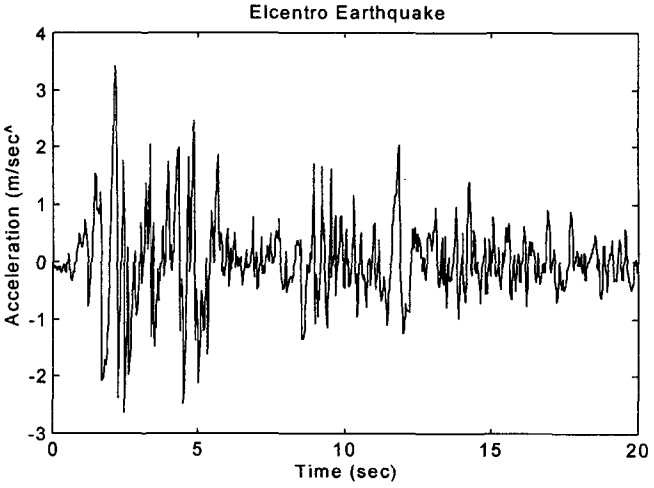


그림 2 지진 가속도 기록(El Centro Earthquake)

표 1 대상 구조물의 제원

각 층의 질량(mass, M)	345.6 tons	TMD 질량	29.63 tons
각 층의 감쇠(damping, C)	2937 tons/sec	TMD 감쇠	25.0 tons/sec
각 층의 강성(stiffness, K)	3.404×10^5 kN/m	TMD 강성	957.2 kN/m

먼저 본 대상 구조물에 대한 동적특성을 살펴보기 위하여 고유치 해석을 수행하였다. 계산결과 앞의 8개 모드에 대한 고유진동수는 각각 5.79, 17.18, 27.98, 37.82, 46.38, 53.36, 58.53, 61.69(rad/sec)가 얻어졌다. 시간간격(time step)은 지진 가속도 기록과 동일한 시간간격인 0.02초로 하였다.

동적하중에 대한 토목 구조물의 진동에 있어서 가장 주안점을 두는 요소는 구조물의 과도한 진동변위이므로 앞으로 제시할 결과들은 모두 구조물의 최상층(8 층)에서의 변위를 나타낸다. 순간최적제어에서는 제어의 효율은 응답과 제어력에 대한 목적함수를 구성할 때 사용된 가중행렬(weighting matrix) Q, R에 좌우된다. 각각은 구조물의 변위, 제어력에 그 효율성을 두고 있으므로 실제 초점을 맞추는 목적에 대하여 Q, R 값을 결정해야 한다. 가중행렬을 산정하는 방법으로는 Lyapunov 의 제안 방법, Bryson & Ho 의 방법, 경험적인 방법이 있으나 일반적으로 R은 상수로 놓고 Q를 변화시키는 경험적인 방법이 간편하므로 많이 사용되고 있다. 본 연구에서 사용한 Q, R의 값은 다음과 같다.

$$R = 10^{-3}$$
$$Q = \alpha \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (18 \times 18\ matrix) \tag{9}$$

여기서, $\alpha = 100$

$$Q_{21} = \begin{bmatrix} -33.5 & -67 & -100.5 & -134 & -167.5 & -201 & -234.5 & -268 & 375.6 \\ -33.5 & -67 & -100.5 & -134 & -167.5 & -201 & -234.5 & -268 & 32.2 \end{bmatrix}$$

$$Q_{22} = \begin{bmatrix} 67.5 & 13.5 & 202.5 & 270 & 338.5 & 405 & 472.5 & 540 & 32.2 \\ 5.8 & 11.6 & 17.4 & 23.2 & 29 & 34.7 & 40.5 & 46.3 & 5.7 \end{bmatrix}$$

또한 제어력 산정을 위해서는 매 시간간격(time step : Δt)에 대하여 상태변수 $z(t)$의 값을 알아야 하는데 이는 식(8)에 의해서 구할 수 있다. 그러나 여기서는 간단하고 쉬운 또 하나의 방법을 제시하고자 한다. 식(2)에서 알 수 있듯이 상태변수는 구조물의 변위와 속도로 이루어진 변수이므로 구조물 자체의 응답을 직접 구할 수 있다면 상태변수를 얻을 수 있다. 그러므로 구조물의 변위는 상태방정식을 구성하기 전 본래의 운동방정식에서 하중은 지진하중이 작용한다고 생각하는 구조계를 생각할 수 있으며 이 운동방정식을 직접 적분법(direct integration)에 의하여 풀면 구조계의 응답을 구할 수 있다. 구조물에 부가적으로 가하는 제어력은 하중을 지진하중에 추가적으로 작용하는 것으로 생각하면 제어계를 만들 수 있다. 그림 3 은 그림 1 의 구조물에 대한(TMD 부분까지 고려하고 제어력은 가하지 않은 상태) 최상단(8 층)에서의 변위를 20 초 동안 나타낸 것이다. 그림에서 실선으로 나타낸 것은 식(8)에 의하여 구한 상태변수 중 변위에 대한 것이며 원으로 나타낸 것은 직접 적분법 중 조건없이 해의 안정성을 보장하는 방법중 하나인 Newmark 방법에 의하여 구한 변위이다. 두가지 경우 해가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

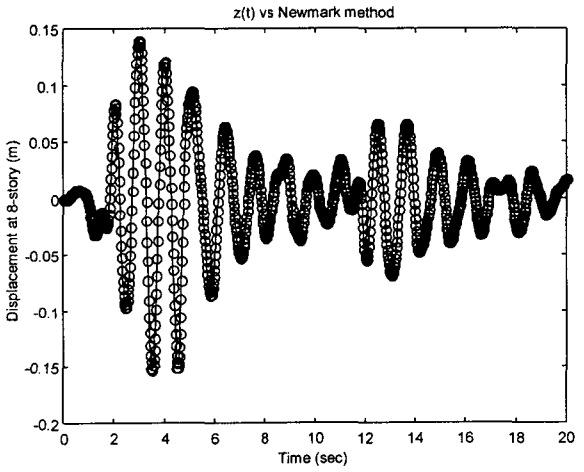
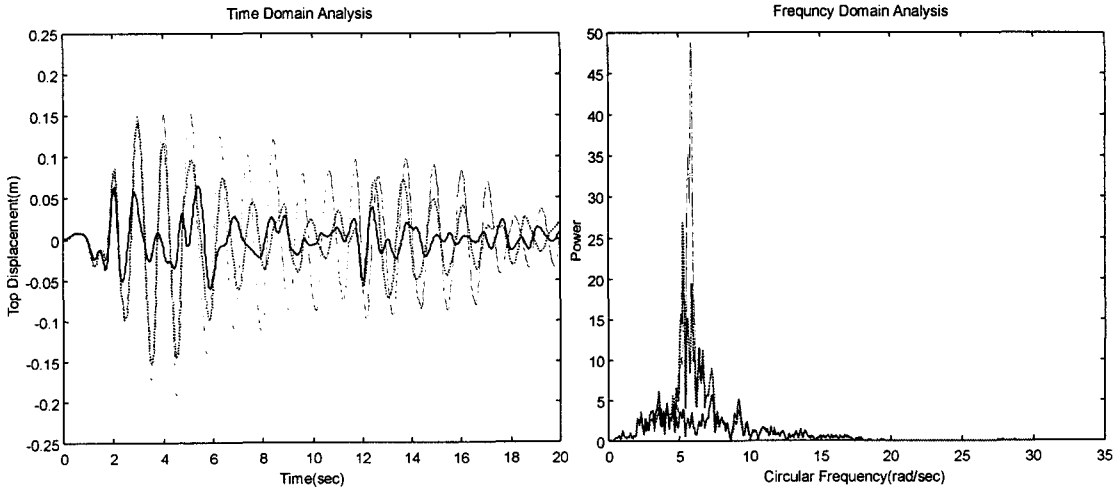


그림 3 상태방정식과 Newmark 방법에 의한 변위 비교

실제 지진하중에 대한 해석결과를 그림 4 에 도시하였다. 측정된 변위는 구조물의 최상층(8 층)에 대한 결과이고 제어장치를 사용하지 않은 경우(가는 실선), 수동 제어장치(TMD)를 사용한 경우(점선), 능동 제어장치(ATMD)를 사용한 경우(굵은 실선)에 대한 수치해석결과를 시간영역(time domain)과 주파수영역(frequency domain)에서 각각 제시하였다. 시간영역의 해석결과에서 보면 변위의 크기는 제어장치를 사용하지 않는 경우보다 TMD 를 이용할 경우 그 변위가 감소하였고 ATMD 를 사용하였을 경우에는 변위가 더욱 감소되는 것을 확인할 수 있다. 주파수영역의 해석결과에서 구조물의 가장 큰 진동은 역시 첫번째 고유진동수에서 발생하는 것을 알 수 있으며 TMD, ATMD 를 사용할수록 점차 에너지 소산이 잘 이루어 지는 것을 확인할 수 있다.



(a) 시간영역해석 (b) 주파수영역해석

그림 4 구조물의 최상부(8 층)에서의 해석결과

4. 제어실험

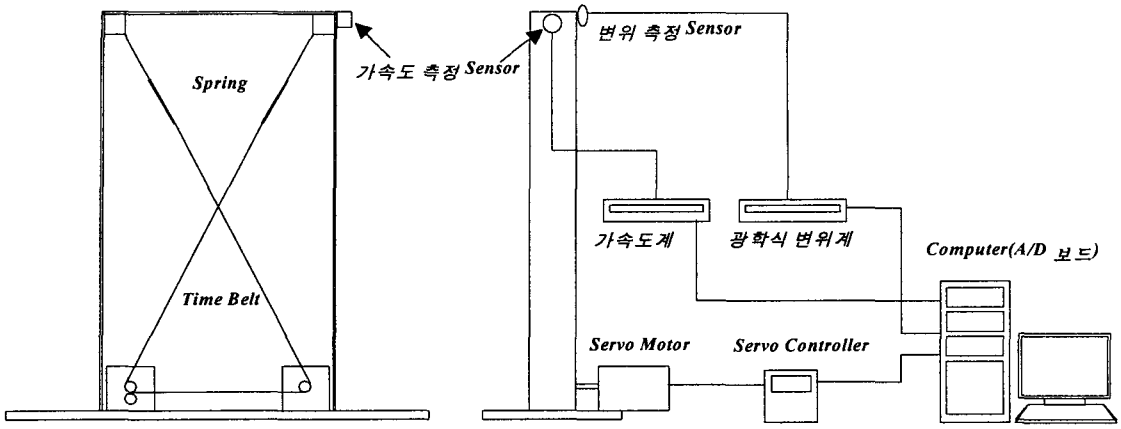
수치적인 제어의 경우에 있어서는 능동제어의 효율이 잘 나타나지만 실제문제에 있어서는 여러가지 고려해야할 사항과 변수들이 많기 때문에 수치해석과 동반하여 실험을 수행하는 것이 비교적 합리적인 결과를 얻기 위한 방편으로 사용되고 있다. 본 연구에서는 실험을 통하여 제어효과를 평가하기 위하여 그림 5 와 같은 프레임(frame) 형태의 모형에 대한 제어실험을 수행하였다. 모형의 제원은 높이가 1m 이고 폭이 10cm, 재질은 강재로 이루어져 있으며 1 자유도로 가정하였다.

제어 알고리즘을 구현하는데 있어 모형 자체의 특성들을 알아야 하는데 그 값들을 얻기 위하여 먼저 임팩트 해머(impact hammer)를 이용한 간략한 파라미터 추정(parameter estimation) 실험을 수행하였다. 본 연구에서 사용한 추정방법은 주파수 응답함수(frequency response function:FRF)을 이용하여 모형의 질량과 강성을 구하는 방법이다. 주파수 영역에서의 FRF $H(\overline{w})$는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$F(\overline{w}) \cdot H(\overline{w}) = X(\overline{w}) \tag{10}$$

여기서 $F(\overline{w})$와 $X(\overline{w})$는 각각 주파수 영역에서의 하중과 응답에 대한 값들이다. 본 연구에서는 임팩트 해머와 광학식변위계,가속도계의 시간이력(time history)을 구한 다음 fft(fast fourier transform)을 통해 주파수 영역에서의 값을 얻어서 이를 이용하여 FRF 를 구하였다. 그림 6 은 임팩트 해머의 시간이력을 20 초간 도시한 그림으로 비교적 좋은 값을 얻었음을 확인할 수 있으며, 그림 7 은 변위계에 대한 FRF(receptance)와 가속도계에 대한 FRF(inertance)를 로그-로그(log-log) 좌표계로써 1 부터 20Hz 까지 나타낸 것이다. 이 FRF 를 이용하여 모형의 질량은 inertance 에서, 강성은 receptance 에서 구하였으며 노이즈가 있는 부분은 평균을 내서 값을 구하였다. 각각 구한 값들을 비교해본 결과 어느 정도 일치하는 결과를 얻었다. 모형의 감쇠는 자유진동에 의한 감쇠비

를 측정하여 얻었으며 고유진동수 측정에 있어서는 정확한 값을 얻기 위하여 signal analyzer 를 이용하였다. 그 결과를 표 2 에 나타내었다.



(a) 정면 (b) 측면

그림 6 실험 모형

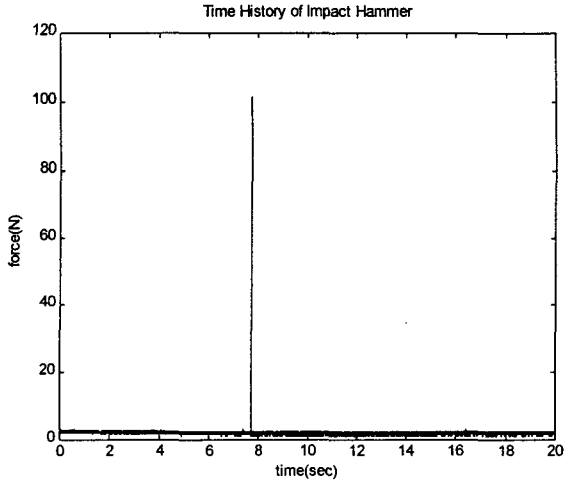
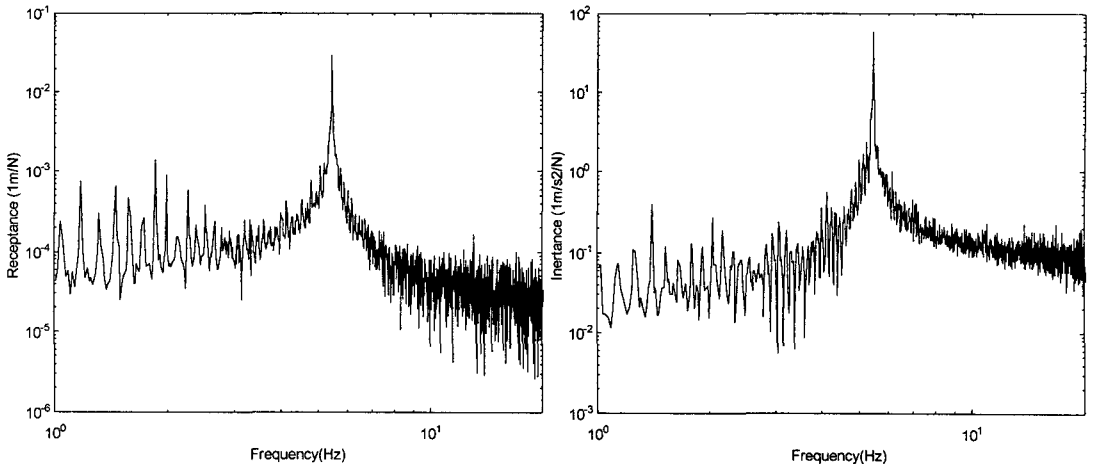


그림 7 임팩트 해머의 시간이력

표 2 파라미터 추정 결과

질량(mass, M)	9.32 kg	감쇠비	0.007743
감쇠(damping, C)	4.96 kg/sec	고유진동수	5.469 Hz
강성(stiffness, K)	11005.03 N/m	측정 시간간격	0.001 초



(a) Receptance (b) Inertance

그림 8 주파수 응답함수(FRF)

앞에서 모형의 질량, 강성 등을 추정하였으므로 식(7)에 의하여 제어력을 산정할 수 있게 된다. 본 제어 실험에 있어서는 하중을 작용시키지 않고 자유진동에 대하여 제어 하지 않았을 때와 제어를 했을 때 경우에 진동의 감쇠 정도를 살펴보았다. 제어의 시간간격은 0.02 초로 하였고 총 15 초 동안 측정하였으며 제어 알고리즘으로는 순간최적제어를 이용하였다. 구조물의 변위는 광학식 변위계를 이용하여 측정하였고 시간간격이 충분히 작다고 생각하여 전 시간단계와 현 시간단계에서의 변위차를 시간간격으로 나눈 값을 구조물의 순간속도로 생각하여 상태변수 $z(t)$를 구성하였다. 그림 6 에서 알 수 있듯이 제어력은 서보 모터의 회전속도(rpm)를 조절하여 힘이 전달되는 방식이며 전체적인 제어의 흐름은 구조물의 변위를 측정하여 제어알고리즘에 의해 제어력을 산정하고 이 힘을 다시 구조물에 전달하는 폐루프(closed-loop) 방식의 제어로 구성된다. 그림 9 는 실험결과로 실제로 제어가 잘 이루어 지는 것을 알 수 있다. 그러나 본 실험에서 제어력은 모터의 속도조절에 관계하므로 실제로는 구조물에 전달되는 제어력의 크기가 정확히 얼마인지는 알 수 없었다. 현재 계속적으로 실험을 수행하고 있으며 좀 더 정확한 제어실험을 계획 중에 있다.

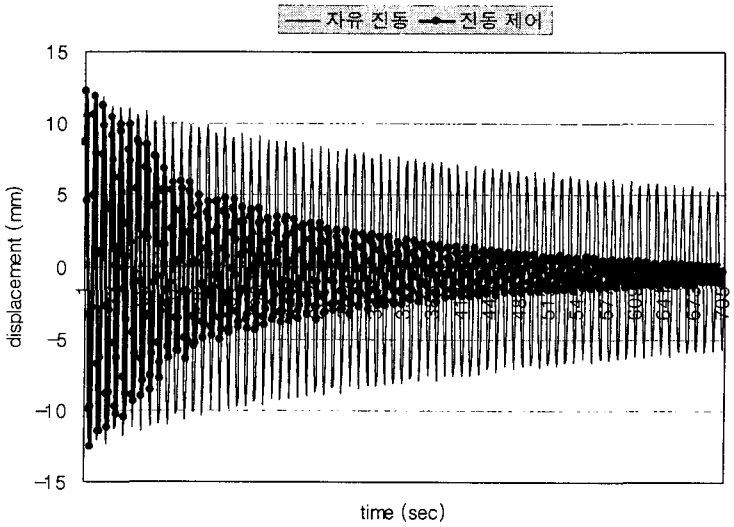


그림 9 제어실험 결과

5. 결론

본 연구에서는 순간최적제어에 대한 수치해석 및 제어실험을 수행하였다. 수치해석에 있어서 일반적으로 사용되는 상태방정식에 의해 구해지는 상태변수 외에 구조계의 운동방정식을 기반으로 직접 적분법에 의하여 얻어진 상태변수가 거의 일치함을 확인하였고 대상구조물에 대한 제어를 수행한 결과 진동에 대하여 적절한 가중행렬을 사용할 시에는 본 알고리즘이 좋은 제어효과를 나타내는 것을 알 수 있었다.

제어실험에 있어 대상모형에 대한 간략한 파라미터 추정을 통하여 모형의 질량 등을 구하였고 이를 이용하여 자유진동에 대한 제어실험을 수행한 결과 좋은 제어 효과를 확인할 수 있었다.

앞으로 본 연구에서 사용된 실험모형에 대해서 파라미터들에 대한 추정에 있어 보완이 필요하며 또한 실험결과 자유진동에 대해서는 좋은 제어효과를 확인할 수 있었으나 제어력은 모터의 속도조절에 관계하므로 가해지는 제어력의 크기를 정확히는 알 수 없었다. 현재 이에 대한 실험을 계속적으로 수행하고 있으며 추후 실제로 동적하중을 작용시켜 좀 더 정확한 제어실험을 수행하고자 한다.

감사의 글

본 연구는 한국학술진흥재단의 연구비 지원에 의하여 이루어졌음을 밝히며 재단측에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

1. Abdel-Rohman and H.H.E.Leipholz, "Active Control of Tall Buildings", ASCE Journal of Structural Engineering, 109, pp628–645, 1983
2. J.N. Yang, Z. Li and S.C. Liu, "Stable Controllers for Instantaneous Optimal Control", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 8, pp1612–1630, 1992
3. T.T.Soong, *Active Structural Control:Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, 1990
4. J. N. Yang, A. Danielians and S.C. Liu, "Aseismic Hybrid Control Systems for Building Structures", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, No. 4, pp836–853, April 1991
5. Kenji Kawano, "Active Control Effects on Dynamic Response of Offshore Structure", Proceedings of the Third International Offshore and Polar Engineering Conference, pp594–598, 1993
6. L.L. Chung, C.C. Lin and S.Y. Chu, "Optimal Direct Output Feedback of Structural Control", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No.11, pp2157–2173, 1993
7. C.H. Loh and C.H. Lee, "Identification Study on Base Isolation Systems by Full–scale Buildings", Structural Engineering / Earthquake Engineering, Vol. 9, No. 3, pp169–180, October, 1992
8. J.N. Yang and A. Akbarpour, "Effect of System Uncertainty on Control of Seismic–Excited Buildings", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 2, pp462–478, February, 1990
9. M. Hoshiya and A. Sutoh, "Karman Filter–Finite Element Method in Identification", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 2, pp197–210, Semtember, 1993
10. D.J. Ewins, *Modal Testing : Theory and Practice*, Research Studies Press Ltd. 1986