

탄성지지된 2경간 연속 철근콘크리트 슬레브교와 샌드위치 패널슬레브의 진동해석

Vibration analysis of two span continuous special orthotropic plates with elastic intermediate support

김 덕 현* 김 경 진** 이 세 진*** 이 원 석****

Kim Duk-Hyun Kim Kyung-Jin Lee Se-Jin Lee Won-Suk

ABSTRACT

A method of calculating the natural frequency corresponding to the first mode of vibration of beams and tower structures, with irregular cross sections and with arbitrary boundary conditions was developed and reported by Kim, D. H. in 1974. In this paper, the result of application of this method to the subject problem is presented. The structure considered for this report is two span continuous special orthotropic plates with elastic intermediate support. The use of elastic support as one of the passive control means is common. Any method may be used to obtain the deflection influence surfaces needed for this vibration analysis. Finite difference method is used for this purpose, in this paper.

The influence of the modulus of the foundation, and D_i stiffnesses on the natural frequency is thoroughly studied.

1. 서 론

불규칙 단면을 갖는 보와 타워 구조물의 제 1모드에서의 정확한 고유진동수를 구하는 방법은 1974년에 김 덕현에 의해 발표되었다.

이 방법은 1989년 이후로 복합재료를 포함하는 2차원의 진동해석방법으로 확대되어, 여러 국내외 학회에 보고되어왔으며 불규칙한 단면과, 축하중의 유무, 첨가질량의 유무, 임의의 경계조건을 갖는 plate등의 해석에 유효함이 증명되어 왔다[5,6,7,8,9].

* KOREA COMPOSITE 소장
** 충주산업대학교 토목공학과 교수
*** 청석 엔지니어링
**** 강원대학교 토목공학과 석사과정

노후화된 고속도로 콘크리트 슬래브교의 문제가 전 세계적으로 심각한 문제가 되고 있다. 보수작업을 결정하기 이전에 신뢰할 수 있는 비파괴 평가가 필요하며, 신뢰할 수 있는 방법중의 하나는 고유진동수를 이용하여 현재 상태의 강성을 구하고 설계시의 강성과 비교함으로써 손상 정도를 평가하는 것이다.

철근 콘크리트 슬래브는 특별직교 이방성 판과같이 가정 할 수 있다. 그러한 구조물들을 개선하기 위해서는, 기존 구조물의 재료보다 많은 장점을 갖고있는 첨단 복합재료가 가장 적절히 쓰일 수 있다[1,2].

적층판의 ply수가 증가함에 따라 특별직교 이방성판 이론의 사용이 가능한 적층형태 및 보강재 보강방향에 관한 연구가 김덕현에 의해 충분히 이루어 졌다. 건설의 구조요소는 치수가 커서 길이에 대한 두께비가 전단변형의 영향을 무시 할 수 있을 정도로 적다. 저자는 그러한 구조물들의 간단하고도 정확한 해석방법을 발전시켜왔다[3].

이 논문에서 고려된 구조물은 중간지점이 탄성지지된 2경간 연속 콘크리트 슬래브교이다. 구조물은 적용하중의 형태에서 집중하중/하중균, 또는 테스트 장비에 대한 작용을 받는다. 이러한 판의 경우, 신뢰할만한 해를 얻기란 매우 어렵다.

이 논문에서는 주어진 문제에 대한 이 방법의 적용 결과가 제시되었다. 집중하중의 영향 또한 연구되었다.

이 방법은 김덕현에 의해 설명되어져 왔기 때문에[1], 여기서는 언급하지 않는다.

이 방법은 처짐 영향면을 사용한다. 처짐에대한 영향면을 구하는 것은 패널 설계와 해석에서 첫번째 단계이다. 그러한 값들을 구하기 위하여 어떠한 방법이라도 쓰일 수 있다.

그러나 교량의 특별한 경계조건 때문에 영향면을 구하기 위해 유한 차분법(F.D.M.)이 사용되었다.

유한차분식 형태에서, 4차 단일 미분항을 갖는 특별직교 이방성 판의 식은 중앙차분 사용시 한 방향으로의 pivotal point수가 5개가 되므로 계산상 번잡을 일으킨다. 이러한 어려움을 피하기 위해 세 개의 독립변수, w , M_x , M_y 를 갖는 3개의 2차 편미분 방정식으로된 평형 방정식을 사용한다[10].

F.D.M.을 교량 전반에 걸쳐 적용하면 매우 큰 matrix 방정식이 얻어지는데 이것은 김덕현이 사용한 tridiagonal matrix 해법을 이용하여 쉽게 해결 할 수 있다[11].

특별직교 이방성 판의 효과적인 해석 방법의 하나인 Navier의 해는 사변 단순지지의 경우에만 정확하므로, 단순지지 판에대해 Navier해와 F.D.M. 결과값을 비교하였다. 형상비는 $l_m/l_n = 1$, mesh의 크기는 $\Delta x=0.1$, $\Delta y=0.1$ 을 사용하였다. 이 결과 F.D.M.의 정확성이 충분히 증명되었다.

2. 대상 구조물

고려된 교량의 형상은 Figure 1과 같다.

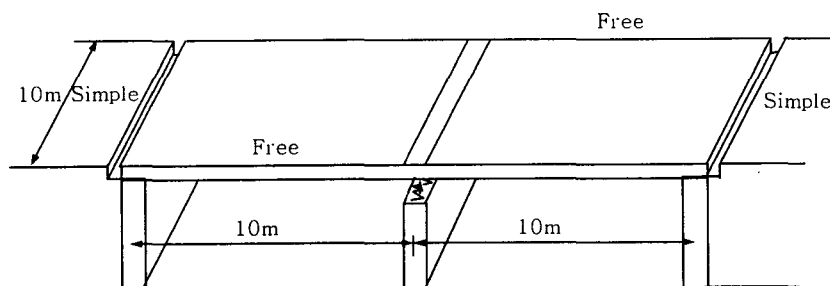


Figure 1. Two span continuous slab bridge

트럭 하중의 재하 위치는 Figure. 2에 주어졌다.

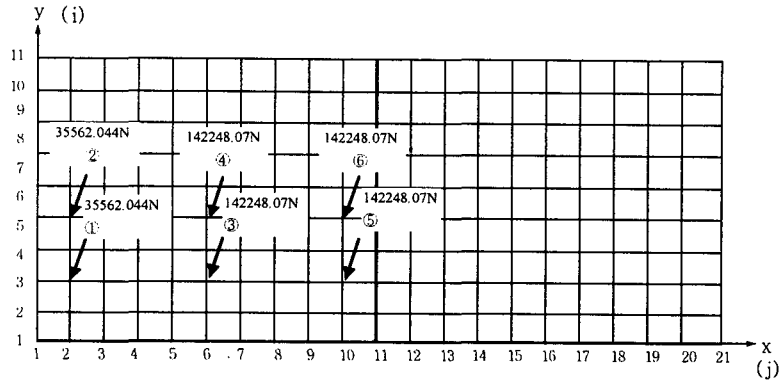


Figure 2. Location of truck loading

2.1 철근 콘크리트 슬래브

$\sigma_{ck} = 210 \text{ kg/cm}^2 = 20.5942926 \text{ MPa}$, $E_c = 15000\sqrt{\sigma_{ck}} = 21.317118060 \text{ GPa}$. 콘크리트 포아송비 $\nu_{12} = \nu_{21} = 0.18$. 콘크리트 사하중 $W_d = 2.5 \text{ t/m}^3 = 24500 \text{ N/m}^3$

Figure 3은 단위 폭당 슬래브 단면을 보여준다.

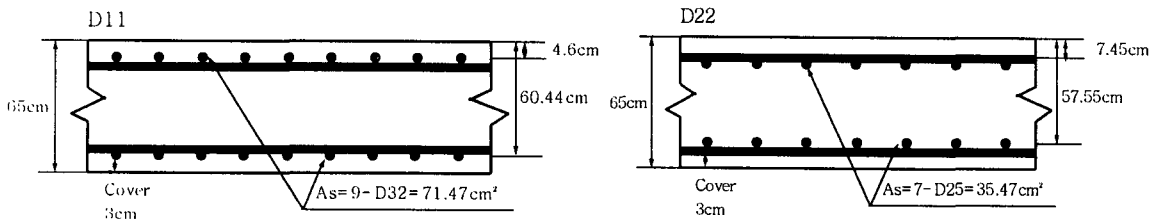


Figure 3. Cross section of the slab with unit width

강성값 D_{ij} 를 구하기 위해 세가지 서로다른 방법이 사용되었다.

모든 경우에서의 휨 인장강성 B_{ij} 는 무시될 수 있다.

Case 1. 단면의 관성모멘트를 계산하는데 철근의 환산단면을 사용한 균형설계.

Case 2. $E_c = 15000\sqrt{\sigma_{ck}} = 21.317118060 \text{ GPa}$, $E_s = 199.92 \text{ GPa}$, 콘크리트의 $Q_{11} = E_c / (1 - \nu_{12}^2)$

근의 $Q_{11} = E_s$ 일 때 D_{ij} 에 대한 전형적인 적층이론을 사용한 경우.

Case 3. 최대 모멘트에 의한 균열단면을 사용하여 단면의 관성모멘트를 구하여 D_{ij} 를 얻는 경우.

철근 콘크리트 슬래브 단면으로부터 D_{11} , D_{22} , D_{12} , 그리고 D_{66} 를 계산하여 Table 1에 나타내었다.

Table 1. The stiffness of each case (N · m)

Case \ Stiffness	Case 1	Case 2	Case 3
D ₁₁	351761502.8	323428383.7	323416426.7
D ₂₂	155665708.1	151828300.8	151827047.8
D ₁₂	90690632.4	90690632.4	90690632.4
D ₆₆	206573097.2	206573097.2	206573097.2

D₁₁, D₂₂, D₁₂, 그리고 D₆₆의 영향을 연구하기 위해 Case 2에 대해 다섯 가지 판을 고려하여 그 강성을 Table 2에 나타내었다.

Table 2. The stiffnesses of five sub-cases, for Case 2 (N · m)

Case \ Stiffness	Case 2-1	Case 2-2	Case 2-3	Case 2-4	Case 2-5
D ₁₁	323428383.7	323428383.7	323428383.7	323428383.7	323428383.7
D ₂₂	151828300.8	209028328.4	266228356.0	323428383.7	323428383.7
D ₁₂	90690632.4	90690632.4	90690632.4	90690632.4	0.
D ₆₆	206573097.2	206573097.2	206573097.2	206573097.2	0.

2.2 샌드위치 패널 슬래브

쓰여진 코어는 단위 무게가 64 kg/m³의 foam core이며, 상면과 하면은 [ABA]_r 형태의 적층판으로 A = 0°, B = 90°,의 배양각을 갖는다.

Type A. r=40, h=0.1m. 코어의 두께, t_c는 0.374m.

슬래브 전체의 두께, t_t = 2×0.1 + 0.374 = 0.57m.

단위 면적당의 사하중 :

core : 64kg/m³ × 9.8m/sec² × 0.368m × 1m × 1m = 230.8096N.

face : 1800kg/m³ × 9.8m/sec² × 0.1m × 1m × 1m = 1764 N.

전체 사하중 : 230.8096 N + 2×1764 N = 3758.81 N.

Type B. r=34, h=0.085

t_c=0.41 m

t_t=2×0.085+0.41=0.4117 m

Type C. r=44, h=0.22

t_c=0.36 m

t_t=0.8 m

샌드위치 패널 슬래브로부터 강성값 D_{11} , D_{22} , D_{12} 그리고 D_{66} 를 계산하여 Table 3에 나타내었다. 단위 폭을 갖는 샌드위치 패널 슬래브의 Type A 단면을 Figure 4에 나타내었다.

Table 3. The stiffnesses of sandwich panels (N · m)

Type \ Stiffness	Type A	Type B	Type C
D_{11}	323563008.0	321637824.0	323427040.0
D_{22}	218628864.0	315060800.0	163584336.0
D_{12}	24873502.0	29209076.0	22342050.0
D_{66}	47197928.0	55424760.0	42394448.0

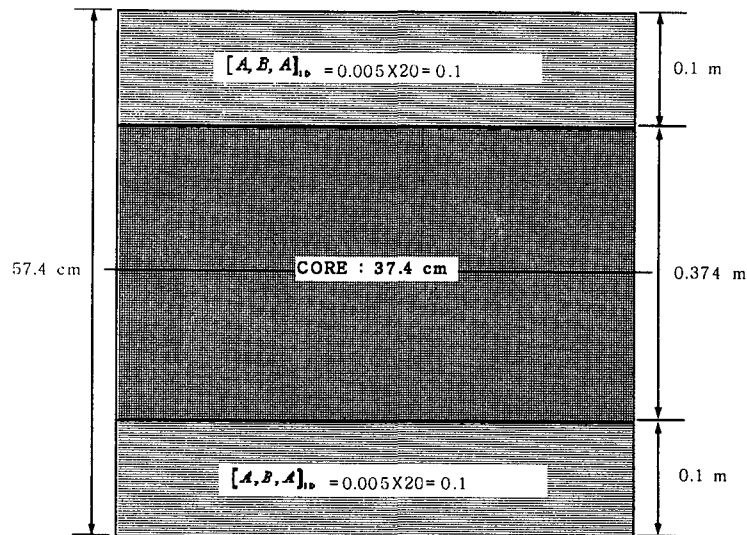


Figure 4. Cross section of Type A sandwich panel slab

3. 해석결과

3.1 지반반력계수 k의 영향

처짐과 진동수에 대한 지반반력계수의 영향은 Type A 샌드위치 패널 슬래브에 대해 k값을 14504×10^3 , 14504×10^4 , 14504×10^5 , 14504×10^6 , 14504×10^7 N/m/m 로 증가시키며 고찰하였다. Table. 4,5는 Type A 샌드위치 패널 슬래브에 대한 집중하중 점에서의 처짐과 고유진동수를 보여준다.

Table 4. Deflection at loading points for the Type A sandwich panel slab (m)

k(N/m ²) Load Point	14504×10 ³	14504×10 ⁴	14504×10 ⁵	14504×10 ⁶	14504×10 ⁷
1	0.4318E-02	0.2139E-02	0.1887E-02	0.1862E-02	0.1859E-02
2	0.4018E-02	0.1972E-02	0.1735E-02	0.1711E-02	0.1708E-02
3	0.1672E-01	0.6671E-02	0.5507E-02	0.5388E-02	0.5376E-02
4	0.1557E-01	0.6135E-02	0.5034E-02	0.4919E-02	0.4908E-02
5	0.1744E-01	0.2957E-02	0.1256E-02	0.1074E-02	0.1055E-02
6	0.1637E-01	0.2758E-02	0.1129E-02	0.9556E-03	0.9378E-03

Table 5. The natural frequency of vibration for Type A sandwich panel slab

k(N/m ²)	Natural frequency (rad/sec)
14,504,000	0.8334543E+01
145,040,000	0.1223896E+02
1,450,400,000	0.1237083E+02
14,504,000,000	0.1238135E+02
145,040,000,000	0.1238244E+02

3.2 고유 진동수

F.D.M에 의해 구한 처짐 영향면을 갖고, 주어진 방법으로 세 개의 콘크리트 슬래브와 샌드위치 패널 슬래브의 고유진동수를 구하였다. 고유진동수 계산은 지반반력계수 k값의 증가에 따라 수행하였고, 그 결과값이 Table 6에 주어졌다.

k값이 14,504×10⁶ N/m²일 때, 고유진동수에 대한 강성 D₁₁, D₂₂, D₁₂, 그리고 D₆₆의 영향을 연구하고 그 결과를 Table 7에 나타내었다.

Table 6. Natural frequencies of three concrete slab cases and three sandwich panel types (rad/sec)

k(N/m ²) Case, Type	14504×10 ³	14504×10 ⁴	14504×10 ⁵	14504×10 ⁶	14504×10 ⁷
Case 1	0.8462107E+01	0.1237723E+02	0.1248865E+02	0.1249908E+02	0.1250045E+02
Case 2	0.8361858E+01	0.1182794E+02	0.1193021E+02	0.1192997E+02	0.1193122E+02
Case 3	0.8361813E+01	0.1182770E+02	0.1192086E+02	0.1192997E+02	0.1193122E+02
Type A	0.8334543E+01	0.1223896E+02	0.1237083E+02	0.1238135E+02	0.1238244E+02
Type B	0.8351694E+01	0.1223645E+02	0.1236263E+02	0.1237266E+02	0.1237367E+02
Type C	0.8316307E+01	0.1220909E+02	0.1234417E+02	0.1235505E+02	0.1235612E+02

Table 7. The natural frequency of vibration of Case 1 concrete slab, with $k=14,504,000,000 \text{ N/m}^2$

Case	Natural frequency
Case 1-1	0.1193021E+02
Case 1-2	0.1207596E+02
Case 1-3	0.1216461E+02
Case 1-4	0.1222458E+02
Case 1-5	0.1198009E+02

4. 결 론

본 논문에는 제목의 문제에 대한 김덕현이 개발한 간단하고도 정확한 진동해석방법의 응용결과가 제시되었다. 사용된 진동 해석방법은 간단하지만 아주 정확하다. 처짐 영향계수를 구하기 위해서 어떠한 방법이라도 사용 할 수 있다. 이 해법의 정확성은 이 방법을 사용하기 위해서 얻어지는 처짐 영향계수에 전적으로 의존하는데 영향선을 구하기 위해서 본 논문에서는 유한 차분법이 사용되었다.

콘크리트 슬래브의 강성값 D_0 를 구하기 위해서 세가지의 서로 다른 개념이 사용되었는데 이 세가지의 결과는 서로 크게 상이하지 않다. 각 Case별 고유진동수는 단지 몇 퍼센트의 차이밖에 나지 않는다. 세가지 형태의 샌드위치 패널이 비교를 위해서 고려되었는데 최적의 설계를 위한 최고의 구조적 효과와 최저가를 위해서 그러한 비교를 하였다. 서로 다른 탄성 지지값과 서로 다른 슬래브의 강성값에 대한 고유진동수가 연구되었다. 경계면들이 교통진행 방향에 평행한 면은 자유단이기 때문에 D_{22} , D_{12} 그리고 D_{66} 값의 영향이 작다.

참고문헌

- [1] Kim, D. H., Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, Published by E & FN SPON, Chapman & Hall, London, 1995.
- [2] Kim, D. H., COMPOSITE MATERIALS FOR REPAIR AND REHABILITATION OF BUILDINGS AND INFRASTRUCTURES, Plenary Lecture at The Third International Symposium on Textile Composites in Building Construction, Seoul, Korea, November 7-9, 1996.
- [3] Kim, D. H., A SIMPLE METHOD OF ANALYSIS FOR THE PRELIMINARY DESIGN OF PARTICULAR COMPOSITE LAMINATED PRIMARY STRUCTURES FOR CIVIL CONSTRUCTION, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 55, Elsevier, London, 1995, pp 242-248.

- [4] *Kim, D. H.*, A METHOD OF VIBRATION ANALYSIS OF IRREGULARLY SHAPED STRUCTURAL ELEMENTS, Proc. International Symposium on Engineering Problems in Creating Coastal Industrial Sites, Seoul, Korea, 1974.
- [5] *Kim, D. H.*, et al., A SIMPLIFIED METHOD OF VIBRATION ANALYSIS OF IRREGULARLY SHAPED COMPOSITE STRUCTURAL ELEMENTS, First Japan International Symposium of the Society for the Advancement of Materials and Process Engineering, Tokyo, December, 1989.
- [6] *Kim, D. H.*, VIBRATION ANALYSIS OF IRREGULARLY SHAPED COMPOSITE STRUCTURAL MEMBERS-FOR HIGHER MODES, 8th Structures Congress, ASCE, Baltimore, MD, U.S.A., April 30-May 3, 1990.
- [7] *Kim, D. H.*, VIBRATION ANALYSIS OF LAMINATED THICK COMPOSITE PLATES, 3rd EASEC, Shanghai, China, April 23-26, 1991.
- [8] *Kim, D. H.*, VIBRATION ANALYSIS OF IRREGULARLY SHAPED LAMINATED THICK COMPOSITE PLATES II, 2nd Japan International SAMPE Symposium and Exhibition, December 1991.
- [9] *Kim, D. H.*, A SIMPLE METHOD OF VIBRATION ANALYSIS OF LAMINATED COMPOSITE PLATES UNDER AXIAL LOADINGS AND WITH ATTACHED POINT MASSES, 4th Japan International SAMPE Symposium and Exhibition, Tokyo, September 25-28, 1995.
- [10] *Kim, D. H.*, THE EFFECT OF NEGLECTING THE RADIAL MOMENT TERMS IN ANALYZING A FINITE SECTORIAL PLATE BY MEANS OF FINITE DIFFERENCES, International Symposium on Space Technology and Sciences, Tokyo, Japan, May, 1967.
- [11] *Kim, D. H.*, TRIDIAGONAL SCHEME TO SOLVE SUPER LARGE SIZE MATRICES BY THE USE OF COMPUTER, Jour., K.S.C.E., Vol 15-1, 1967.