

## 탄성지반효과가 곡선보의 고유진동수에 미치는 영향

### Influence of Elastic Foundations on Natural Frequencies of Curved Beams

이 병 구\* 오 상 진\*\* 이 재 만\*\*\*  
Lee, Byoung Koo Oh, Sang Jin Lee, Jae Man

#### ABSTRACT

This paper deals with the influence of elastic foundations on natural frequencies of curved beams. Taking into account the effects of rotatory inertia and shear deformation, the differential equations governing free, out-of-plane vibrations of circular curved beams resting on Winkler-type foundations are derived and solved numerically. Hinged-hinged, hinged-clamped and clamped-clamped end constraints are considered in numerical examples. The lowest three natural frequencies are calculated over a range of non-dimensional system parameters: the horizontal rise to span length ratio, the slenderness ratio, the foundation parameter, and the width ratio of contact area between the beam and foundation. The effects of rotatory inertia and shear deformation are also analyzed.

#### 1. 서 론

지반위에 놓인 구조물의 거동특성 규명은 구조공학, 기초공학 및 진동제어분야에서 중요한 연구대상으로 취급되고 있어 보, 평판 등을 대상으로 많은 연구가 수행되고 있다. 곡선보는 유체저장조 등의 기초로서 이용<sup>(1)</sup>되고 있지만, Laura와 Maurizi<sup>(2)</sup>가 고찰한 바와 같이 지반위에 놓인 곡선부재에 대한 유용한 연구결과는 부족한 실정이다. 지반위에 놓인 곡선부재에 대한 연구로서 Volterra<sup>(3,4)</sup>, Panayotounakos와 Theocaris<sup>(5)</sup>는 원호형 곡선보의 정적거동에 관한 연구를 수행하였으며, Panayotounakos와 Theocaris<sup>(6)</sup>는 문헌 [5]의 연구결과를 확장하여 동적거동에 관한 연구를 수행하였다. Wang과 Brannen<sup>(7)</sup>은 탄성지반위에 놓인 고정-고정의 단부조건을 갖는 원호형 곡선보의 고유진동수방정식을 유도하였다. 이 연구에서는 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려하지 않았으며, 일반적인 보문제에서와 같이 수직방향 지반반력만을 고려하였다. Issa<sup>(8)</sup>는 원호형 곡선부재의 동적강성행렬을 유도하여 Winkler형 지반위에 놓인 연속곡선보의 고유진동수를 산출하였다.

본 연구에서는 회전관성과 전단변형을 고려한 Timoshenko보이론을 적용하여 탄성지반위에 놓인 곡선보의 면외 자유진동 특성을 고찰하는데 연구목적이 있다. 이를 위하여 Winkler형 지반위에 놓인 원호형 곡선보의 자유진동을 지배하는 미분방정식을 유도하였으며, 회전-회전, 회전-고정, 고정-고정의 단부조건을 갖는 곡선보의 수평높이, 지간길이비, 세장비, 지반계수 및 접촉면의 폭비에 따른 고유진동수 변화를 고찰하였다.

\* 정회원 · 원광대학교 토목환경공학과 교수

\*\* 원광대학교 공업기술개발연구소 연구원

\*\*\* 원광대학교 대학원 석사과정

## 2. Winkler형 지반위에 놓인 곡선보

그림 1은 탄성지반위에 놓인 지간길이  $l$ , 수평높이  $h$ 인 원호형 수평 곡선보의 기하학적 형상과 진동형의 예를 나타낸 것이다. 이 그림에서  $(x, y)$ 는 곡률중심이  $O$ 인 곡선보의 좌단을 원점으로 하는 직교좌표계,  $a$  및  $\alpha$ 는 각각 곡률반경과 중심각이며,  $\theta$ 와  $\theta_L$ 은 각각 곡선보축상 임의점 및 좌단에서  $x$ 축과 곡률중심방향에 이루는 각도이다. 그리고  $v$ ,  $\Psi$ ,  $\beta$  및  $\phi$ 는 각각 곡선보축상 임의점에서의 수직방향변위, 순수휨에 의한 단면회전각, 전단에 의한 회전각 및 비틀림각이다. 한편  $R_V$ 와  $R_T$ 는 지반반력 성분으로서 각각 단위길이당 수직반력과 회전반력이다.

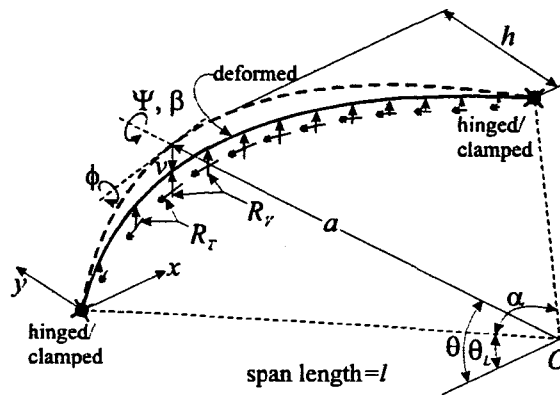


그림 1 탄성지반위에 놓인 곡선보의 제원 및 진동형

그림 2(a)는 Winkler지반위에 놓인 곡선보의 단면형상과 비틀림각으로 인한 단면회전을 나타낸 것으로  $B$ 는 지반과 접하는 단면폭,  $t$ 는 단면높이,  $k$ 는 Winkler지반계수,  $r$ 은 단면도심을 원점으로 하는 곡률중심방향의 좌표이다.

곡선보와 지반이 접하는 면에서의 압력과 처짐의 관계는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$p(r, \theta) = kz(r, \theta) \quad (1)$$

윗 식에서  $p(r, \theta)$ 는 곡선보축상 임의점( $\theta$ )의 단면에서 곡률중심방향의 압력변화이고,  $z(r, \theta)$ 는 곡선보 단면을 따라 변화하는 면의방향 수직변위이다.

곡선보축상 임의점의 중심축에서 수직방향변위는  $v$ 이므로 압력은  $kv$ 이며,  $\phi$ 는 미소각이므로  $z(r, \theta)$ 는 다음 (2)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$z(r, \theta) = v - r\phi \quad (2)$$

(1), (2)식으로부터 단면 양쪽끝에서의 압력을 구하면 다음 (3)식과 같다.

$$p\left(-\frac{B}{2}, \theta\right) = k\left(v + \frac{B\phi}{2}\right), \quad p\left(\frac{B}{2}, \theta\right) = k\left(v - \frac{B\phi}{2}\right) \quad (3)$$

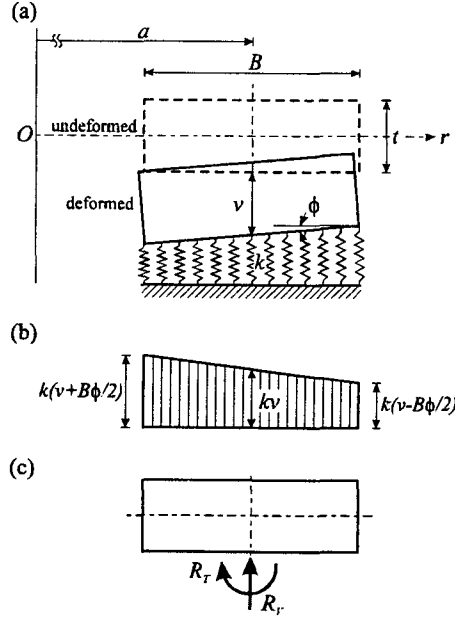


그림 2 지반과 곡선보가 접하는 면에 작용하는 힘

그림 2(b)는 이상의 결과를 이용하여 곡선보 단면에 작용하는 압력분포를 나타낸 것으로 이는 그림 2(c)에 보여진 바와 같이 곡선보 중심축에 대한 단위길이당 수직반력  $R_V$ 와 회전반력  $R_T$ 로 나타낼 수 있으며 그 결과는 다음 식들과 같다.

$$R_V = kBv, \quad R_T = \frac{kB^3\phi}{12} \quad (4.5)$$

### 3. 지배방정식

그림 3은 진동시 곡선보 미소요소에 작용하는 힘들을 나타낸 것으로  $M$ ,  $T$  및  $Q$ 는 각각 휨모멘트, 비틀림모멘트와 전단력이고,  $F_v$ 와  $C_\psi$ 는 각각 단위길이당 수직방향 관성력과 회전관성우력이다. 곡선보 미소요소에 작용하는 이들 합응력과 관성력 및 반력  $R_V$ ,  $R_T$ 사이의 동적평형방정식을 세우면 다음 (6)~(8)식과 같다.

$$\frac{1}{a} \frac{dQ}{d\theta} - F_v - R_V = 0 \quad (6)$$

$$\frac{1}{a} \frac{dM}{d\theta} - Q + \frac{T}{a} + C_\psi = 0 \quad (7)$$

$$\frac{M}{a} - \frac{1}{a} \frac{dT}{d\theta} + R_T = 0 \quad (8)$$

휨모멘트와 비틀림모멘트를  $\Psi$ 와  $\phi$ 의 항으로 나타내면 다음 (9), (10)식과 같다<sup>(1)</sup>.

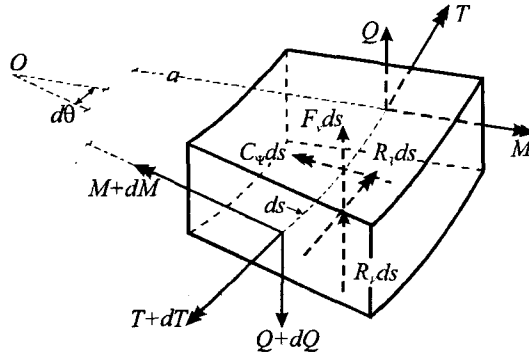


그림 3 곡선보 미소요소에 작용하는 힘

$$M = EIa^{-1}(\phi - \Psi'), \quad T = GJa^{-1}(\Psi + \phi') \quad (9,10)$$

여기서  $(\cdot) = d/d\theta$ 이며,  $I$ 와  $J$ 는 각각 곡선보 단면의 단면2차모멘트 및 비틀림상수,  $E$ 와  $G$ 는 각각 재료의 탄성계수 및 전단탄성계수이다.

전단변형을 고려하는 경우 전단력  $Q$ 는 다음 식과 같다.

$$Q = \alpha_s AG\beta = \alpha_s AGa^{-1}(v' - a\Psi) \quad (11)$$

윗 식에서  $\alpha_s$ 는 단면형상에 따른 상수이다.

곡선보가 조화진동을 한다고 가정하면  $F_v$ 와  $C_\Psi$ 는 각각 다음 (12), (13)식과 같다.

$$F_v = -\gamma A\omega^2 v, \quad C_\Psi = -\gamma I\omega^2 \Psi \quad (12,13)$$

윗 식에서  $\gamma$ 는 부재재료의 단위체적당 질량,  $A$ 는 부재단면의 단면적,  $\omega$ 는 고유각진동수(rad/sec)이다.

지배 미분방정식을 무차원 형태로 나타내기 위하여 다음의 무차원 변수들을 도입한다.

$$\xi = x/l, \quad \delta = y/l, \quad \eta = v/l, \quad f = h/l, \quad \rho = a/l \quad (14-18)$$

$$s = l/\sqrt{I/A}, \quad \varepsilon = GJ/(EI), \quad \mu = \alpha_s G/E \quad (19-21)$$

$$\lambda = kl^5/(\pi^4 EI), \quad b = B/l \quad (22,23)$$

$$C_i = \omega_i l^2 \sqrt{\gamma A/(EI)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

(17)식의  $f$ 는 수평높이 지간길이비, (19)-(21)식의  $s$ ,  $\varepsilon$  및  $\mu$ 는 각각 세장비, 강성계수 및 전단계수, (22), (23)식의  $\lambda$ 와  $\beta$ 는 각각 지반계수 및 접촉면의 폭비, (24)식의  $C_i$ 는 무차원 고유진동수이다.

그림 1에 보인 바와 같이 곡선보 좌단을 원점으로 하는  $(x, y)$ 좌표계 위에 원호형 곡선보가 정의된 경우 이의 무차원 선형식은 다음 (25)식과 같다. 그리고 부재축상 임의점의 위치를 나타내는  $\theta$ , 무차원 곡률반경  $\rho$  및 곡선보의 중심각  $\alpha$ 는 (26)~(28)식과 같다<sup>(9)</sup>.

$$\delta = \rho \sin \theta + f - \rho, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (25)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left( \frac{1-2\xi}{2\rho} \right) \quad (26)$$

$$\rho = \frac{4f^2+1}{8f} \quad (27)$$

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{4f}{1-4f^2} \right) \quad (28)$$

(4), (11) 및 (12)식을 (6)식에, (9), (10), (11) 및 (13)식을 (7)식, 그리고 (5), (9) 및 (10)식을 (8)식에 대입하여 무차원 변수들을 이용하여 정리하고, (27)식의 무차원 곡률반경을 대입하면 다음 (29)-(31)식의 지배미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\eta'' = -\frac{(4f^2+1)^2}{64f^2\mu s^2} (\pi^4 \lambda b - C_i^2) \eta + \frac{4f^2+1}{8f} \Psi' \quad (29)$$

$$\Psi'' = \left[ -\frac{(4f^2+1)^2}{64f^2} (\mu s^2 - s^{-2} C_i^2) + \varepsilon \right] \Psi + (1+\varepsilon) \phi' - \frac{4f^2+1}{8f} \mu s^2 \eta' \quad (30)$$

$$\phi'' = \varepsilon^{-1} \phi - (1+\varepsilon^{-1}) \Psi' + \frac{\pi^4 \lambda b^3 (4f^2+1)^2}{768 \varepsilon f^2} \Psi \quad (31)$$

곡선보 양단의 단부조건에 대한 경계조건식은 다음과 같다. 먼저 회전단 ( $\theta = \theta_L$  또는  $\theta = \alpha + \theta_L$ )에서는 수직방향변위, (9)식의 휨모멘트 및 비틀림각이 "0"이므로 경계조건식은 다음과 같다.

$$\eta = 0, \quad \Psi' = 0, \quad \phi = 0 \quad (32-34)$$

고정단 ( $\theta = \theta_L$  또는  $\theta = \alpha + \theta_L$ )에서는 수직방향변위, 단면회전각 및 비틀림각이 "0"이므로 경계조건식은 다음과 같다.

$$\eta = 0, \quad \Psi = 0, \quad \phi = 0 \quad (35-37)$$

#### 4. 해석방법 및 결과

본 연구에서는 (29)-(31)식의 지배방정식을 수치해석하여 고유진동수를 산출하였다. 미분방정식의 수치적분은 Runge-Kutta method<sup>(10)</sup>를 이용하였으며, 행렬값탐사법을 적용하는 과정에서 Regula-Falsi method<sup>(10)</sup>를 적용하여 대상구조에 대한 최저차 3개의 무차원 고유진동수를 구하였다. 해석예로서  $E=200 \text{ tf/cm}^2$ ,  $G=83.4 \text{ tf/cm}^2$ 의 재료특성과  $B=2t$ 인 직사각형 단면 ( $\alpha_s=0.833$ ) 즉  $\varepsilon=1.146$ ,  $\mu=0.347$ 에 대한 결과를 표 1-4 및 그림 4-6에 나타내었다.

본 연구에서 얻어진 해석결과를 검증하기 위하여 ADINA의 결과와 표 1에 비교하였다. 여기서 본 연구결과와 ADINA의 결과는 매우 우수하게 근접함을 알 수 있어 본 연구결과의 타당성을 검증할 수 있다.

표 2-4는 곡선보의 수평높이 지간길이비  $f$ , 세장비  $s$ , 지반계수  $\lambda$  및 접촉면의 폭비  $b$ 에 따른 회전-회전, 회전-고정, 고정-고정 보의 무차원 고유진동수를 나타낸 것이다. 여기서  $\lambda$ 와  $b$ 가 클수록 고유진동수가

크고,  $s$ 가 클수록 그리고,  $f$ 가 작을수록 고유진동수가 큼을 알 수 있다. 한편  $\lambda$  및  $b$ 의 영향은 회전-회전, 회전-고정, 고정-고정 순서로 크며,  $f$ 가 클수록  $\lambda$  및  $b$ 가 고유진동수에 미치는 영향이 큼을 알 수 있다. 그리고  $\lambda$  및  $b$ 의 영향은 저차모드일수록 크며, 특히 제1모드에 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

표 1 본 연구결과와 유한요소법(ADINA)에 의한 결과 비교

Geometry*	$i$	Frequency parameter, $C_i$	
		This study	ADINA
Hinged-hinged $f=0.1, s=75$ $\lambda=5, b=0.02$	1	9.072	9.065
	2	36.31	36.47
	3	81.25	81.06
Hinged-clamped $f=0.3, s=50$ $\lambda=2, b=0.04$	1	8.200	8.217
	2	29.05	29.21
	3	62.09	61.90
Clamped-clamped $f=0.15, s=100$ $\lambda=7, b=0.06$	1	20.02	19.98
	2	53.30	53.13
	3	103.8	104.0

\*  $\varepsilon=1.146, \mu=0.347$

표 2 회전-회전보의 무차원 고유진동수

$f$	$\lambda$	$b$	Frequency parameter, $C_i$						
			$s=20$			$s=200$			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	
0.1	0	0	8.227	31.72	63.39	8.540	36.56	83.13	
		1.0	0.01	8.285	31.73	63.39	8.597	36.58	83.13
		0.04	8.456	31.78	63.41	8.765	36.62	83.15	
	0.07	8.624	31.82	63.44	8.930	36.66	83.17		
	5.0	0.01	8.512	31.79	63.42	8.821	36.63	83.16	
		0.04	9.315	32.01	63.53	9.613	36.83	83.24	
		0.07	10.05	32.22	63.63	10.34	37.03	83.33	
	9.0	0.01	8.733	31.85	63.45	9.039	36.68	83.18	
		0.04	10.10	32.23	63.64	10.39	37.04	83.34	
		0.07	11.30	32.62	63.83	11.59	37.39	83.49	
	0.2	0	0	5.520	26.46	55.29	5.650	29.73	70.02
			1.0	0.01	5.606	26.48	55.29	5.735	29.74
0.04			5.856	26.53	55.32	5.985	29.79	70.05	
0.07		6.096	26.58	55.34	6.224	29.84	70.07		
5.0		0.01	5.937	26.55	55.33	6.066	29.81	70.05	
		0.04	7.042	26.81	55.45	7.169	30.05	70.16	
		0.07	7.995	27.06	55.57	8.125	30.29	70.26	
9.0		0.01	6.251	26.62	55.36	6.379	29.87	70.08	
		0.04	8.055	27.08	55.58	8.184	30.31	70.27	
		0.07	9.523	27.54	55.79	9.658	30.74	70.45	
0.3		0	0	2.877	20.23	45.12	2.913	22.06	54.70
			1.0	0.01	3.039	20.25	45.13	3.076	22.08
	0.04		3.480	20.32	45.16	3.519	22.15	54.73	
	0.07	3.871	20.39	45.19	3.912	22.22	54.76		
	5.0	0.01	3.615	20.34	45.17	3.655	22.17	54.74	
		0.04	5.239	20.68	45.32	5.288	22.50	54.88	
		0.07	6.467	21.01	45.47	6.525	22.82	55.01	
	9.0	0.01	4.111	20.43	45.21	4.154	22.26	54.78	
		0.04	6.541	21.04	45.48	6.599	22.84	55.02	
		0.07	8.287	21.62	45.74	8.357	23.41	55.26	

표 3 회전-고정보의 무차원 고유진동수

$f$	$\lambda$	$b$	Frequency parameter, $C_i$						
			$s=20$			$s=200$			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	
0.1	0	0	12.81	37.49	68.65	14.01	46.57	97.63	
		1.0	0.01	12.84	37.50	68.66	14.05	46.58	97.63
		0.04	12.96	37.54	68.68	14.15	46.61	97.65	
	0.07	13.07	37.58	68.70	14.25	46.64	97.66		
	5.0	0.01	12.99	37.55	68.68	14.18	46.62	97.65	
		0.04	13.53	37.74	68.78	14.69	46.77	97.73	
		0.07	14.05	37.92	68.88	15.18	46.93	97.80	
	9.0	0.01	13.14	37.60	68.71	14.32	46.66	97.67	
		0.04	14.08	37.93	68.89	15.21	46.94	97.81	
		0.07	14.97	38.26	69.06	16.05	47.22	97.94	
	0.2	0	0	10.17	32.15	60.58	10.90	38.68	82.79
			1.0	0.01	10.22	32.17	60.59	10.94	38.69
0.04			10.35	32.21	60.61	11.08	38.73	82.82	
0.07		10.49	32.25	60.63	11.21	38.77	82.84		
5.0		0.01	10.40	32.22	60.62	11.12	38.74	82.82	
		0.04	11.07	32.44	60.73	11.76	38.93	82.91	
		0.07	11.70	32.65	60.84	12.36	39.12	83.00	
9.0		0.01	10.58	32.28	60.65	11.29	38.79	82.85	
		0.04	11.74	32.67	60.85	12.40	39.13	83.01	
		0.07	12.79	33.05	61.05	13.42	39.47	83.16	
0.3		0	0	7.399	25.63	50.31	7.773	29.67	65.32
			1.0	0.01	7.463	25.65	50.32	7.835	29.69
	0.04		7.653	25.70	50.35	8.019	29.74	65.35	
	0.07	7.838	25.75	50.38	8.199	29.79	65.37		
	5.0	0.01	7.715	25.72	50.36	8.080	29.75	65.36	
		0.04	8.596	25.99	50.49	8.938	30.00	65.47	
		0.07	9.394	26.26	50.63	9.721	30.24	65.58	
	9.0	0.01	7.960	25.79	50.39	8.317	29.82	65.39	
		0.04	9.445	26.27	50.64	9.771	30.26	65.59	
		0.07	10.73	26.75	50.88	11.03	30.69	65.79	

표 4 고정-고정보의 무차원 고유진동수

f	λ	b	Frequency parameter, $C_i$							
			s=20			s=200				
			i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3		
0.1	0	0	17.90	42.98	73.55	20.75	57.66	113.2		
		1.0	17.93	42.99	73.55	20.78	57.67	113.2		
		0.04	18.01	43.02	73.57	20.85	57.70	113.2		
		0.07	18.09	43.05	73.59	20.92	57.72	113.2		
	5.0	0.01	18.04	43.03	73.58	20.87	57.71	113.2		
		0.04	18.43	43.19	73.67	21.22	57.83	113.3		
		0.07	18.82	43.36	73.76	21.56	57.96	113.4		
		9.0	18.14	43.08	73.60	20.96	57.74	113.3		
	9.0	0.04	18.84	43.37	73.77	21.58	57.97	113.4		
		0.07	19.52	43.65	73.94	22.18	58.19	113.5		
		0.2	0	0	15.15	37.57	65.49	17.09	48.52	96.49
				1.0	15.18	37.58	65.50	17.11	48.53	96.49
0.04	15.28			37.62	65.52	17.20	48.56	96.51		
0.07	15.37			37.65	65.54	17.28	48.59	96.52		
5.0	0.01		15.31	37.63	65.53	17.23	48.57	96.51		
	0.04		15.77	37.81	65.63	17.65	48.72	96.59		
	0.07		16.22	38.00	65.73	18.06	48.87	96.66		
	9.0		15.43	37.68	65.55	17.34	48.61	96.53		
9.0	0.04		16.25	38.01	65.74	18.08	48.88	96.67		
	0.07		17.03	38.34	65.93	18.80	49.15	96.80		
	0.3		0	0	11.98	30.77	55.14	13.13	37.91	76.66
				1.0	12.02	30.79	55.15	13.16	37.92	76.66
0.04		12.14		30.83	55.17	13.27	37.96	76.68		
0.07		12.26		30.88	55.20	13.38	38.00	76.70		
5.0		0.01	12.18	30.85	55.18	13.31	37.97	76.69		
		0.04	12.76	31.08	55.31	13.85	38.17	76.78		
		0.07	13.31	31.30	55.43	14.37	38.36	76.88		
		9.0	12.34	30.91	55.22	13.46	38.02	76.71		
9.0		0.04	13.35	31.32	55.44	14.40	38.37	76.88		
		0.07	14.28	31.72	55.66	15.29	38.71	77.05		

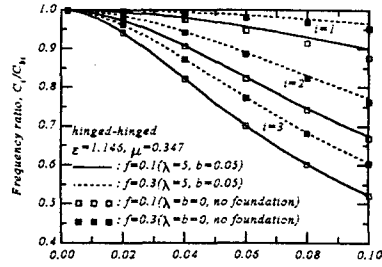


그림 4 회전관성 및 전단변형의 영향(회전-회전)

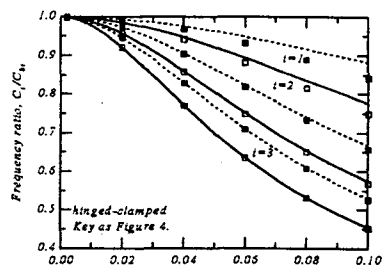


그림 5 회전관성 및 전단변형의 영향(회전-고정)

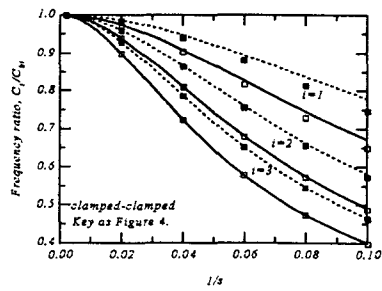


그림 6 회전관성 및 전단변형의 영향(고정-고정)

그림 4-6은 회전관성 및 전단변형의 영향을 분석하기 위하여 세장비와  $C_i/C_{bi}$ 의 관계를 나타낸 것이다. 여기서  $C_i$ 는 회전관성과 전단변형을 고려하여 산출한 무차원 고유진동수이며,  $C_{bi}$ 는 세장비  $s=10000$  ( $1/s=0.0001$ )에 대하여 얻어진 무차원 고유진동수로서 다음과 같다.

▷  $f=0.1, \lambda=b=0$ 인 경우

회전-회전 :  $C_{bi}=8.543, 36.63, 83.46$

회전-고정 :  $C_{bi}=14.03, 46.70, 98.18$

고정-고정 :  $C_{bi}=20.79, 57.91, 114.1$

▷  $f=0.1, \lambda=5, b=0.05$ 인 경우

회전-회전 :  $C_{bi}=9.866, 36.96, 83.61$

회전-고정 :  $C_{bi}=14.87, 46.96, 98.30$

고정-고정 :  $C_{bi}=21.37, 58.12, 114.2$

▷  $f=0.3, \lambda=b=0$ 인 경우

회전-회전 :  $C_{bi}=2.913, 22.08, 54.84$

회전-고정 :  $C_{bi}=7.777, 29.73, 65.56$

고정-고정 :  $C_{bi}=13.14, 38.01, 77.04$

▷  $f=0.3, \lambda=5, b=0.05$ 인 경우

회전-회전 :  $C_{bi}=5.731, 22.63, 55.06$

회전-고정 :  $C_{bi}=9.210, 30.13, 65.75$

고정-고정 :  $C_{bi}=14.04, 38.33, 77.20$

그림 4-6에서  $C_i/C_{bi}$ 는 항상 "1"보다 작아 회전관성 및 전단변형은 고유진동수를 감소시키는 요인임을 알 수 있으며, 세장비가 작을수록( $1/s$ 이 클수록) 그리고 고차모드일수록 영향이 큼을 알 수 있다. 한편

$f=0.1$ 에 대한 결과는  $f=0.3$ 인 경우에 비해 고유진동수비가 작아 수평높이 지간길이비가 작을수록 회전관성 및 전단변형의 영향이 큼을 알 수 있다. 따라서 회전관성 및 전단변형이 곡선보의 고유진동수에 미치는 영향은 직선보에 비해 작음을 알 수 있다. 이 그림들에서 탄성지반을 고려한 경우에는 고려하지 않은 경우(□와 ■로 표시)에 비해  $C_i/C_{bi}$ 가 큼을 알 수 있어, 탄성지반을 고려하는 경우 회전관성 및 전단변형의 영향은 감소함을 알 수 있다. 한편 탄성지반을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우 고유진동수비 차이는 저차 모드일수록 큼을 알 수 있다. 또한 다른 조건이 동일한 경우 고정-고정, 회전-고정, 회전-회전의 순서로 회전관성 및 전단변형이 고유진동수에 미치는 영향이 큼을 알 수 있다.

## 5. 요약 및 결론

이 논문에서는 회전관성과 전단변형을 고려한 Timoshenko보이론을 적용하여 Winkler형 지반위에 놓인 원호형 수평 곡선보의 자유진동을 지배하는 미분방정식을 유도하고, 유도된 방정식을 수치해석하여 회전-회전, 회전-고정 및 고정-고정 보의 고유진동수를 산출하였다. 수치해석결과로서 곡선보의 수평높이 지간길이비, 세장비, 지반계수 및 접촉면의 폭비에 따른 무차원 고유진동수를 산출하였다.

해석결과로부터 지반계수 및 접촉면의 폭비가 클수록 고유진동수가 크며, 곡선보의 수평높이 지간길이비가 클수록 지반계수 및 접촉면의 폭비가 고유진동수에 미치는 영향이 큼을 알 수 있었다. 또한 지반계수 및 접촉면 폭비의 영향은 저차모드일수록 크고, 다른 조건이 동일한 경우 회전-회전, 회전-고정, 고정-고정의 단부조건 순으로 영향이 큼을 알 수 있었다. 한편 탄성지반을 고려하는 경우 이를 고려하지 않은 경우에 비해 회전관성 및 전단변형의 영향이 작으며, 다른 조건이 동일한 경우 고정-고정, 회전-고정, 회전-회전의 단부조건순으로 회전관성 및 전단변형이 고유진동수에 미치는 영향이 큼을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

1. E. Volterra and J.H. Gains, *Advanced Strength of Materials*, Prentice-Hall, 1971.
2. P.A.A. Laura and M.J. Maurizi, "Recent Research on Vibrations of Arch-Type Structures," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 19, 1987, pp.6-9.
3. E. Volterra, "Bending of Circular Beam Resting on an Elastic Foundation," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 19, 1952, pp.1-4.
4. E. Volterra, "Deflection of Circular Beams Resting on an Elastic Foundation obtained by the method of Harmonic Analysis," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 20, 1953, pp.227-237.
5. D.E. Panayotounakos and P.S. Theocaris, "Circular Beam on Elastic Foundation," *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 105, 1979, pp.839-853.
6. D.E. Panayotounakos and P.S. Theocaris, "The Dynamically Loaded Circular Beam on an Elastic Foundation," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 47, 1980, pp.139-144.
7. T.M. Wang and W.F. Brannen, "Natural Frequencies for Out-of-Plane Vibrations of Curved Beams on Elastic Foundations," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 84, 1982, pp.241-246.
8. M.S. Issa, "Natural Frequencies of Continuous Curved Beams on Winkler-Type Foundation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 127, 1988, pp.291-301.
9. 이병구, 오상진, 모정만, 김현상, "불연속 변화단면 아치의 자유진동 해석," *한국소음진동공학회 논문집*, 제3권 제4호, 1993, pp.331-339.
10. J.H. Mathews, *Numerical Methods*, Prentice-Hall, 1987.