

강성 및 강도저하 모델이 반응수정계수 산정에 미치는 영향 평가

Effect of Stiffness and Strength Degrading Model on Evaluating the Response Modification Factor

오 영 훈*
Oh, Young Hun

한 상 환**
Han, Sang Whan

이 리 형***
Lee, Li Hyung

ABSTRACT

Most recent seismic design codes include Response Modification Factor(RMF) for determining equivalent lateral forces. The RMF is used to reduce the linear elastic design spectrum to account for the energy dissipation capacity, overstrength and damping of the structure. In this study the RMF is defined as the ratio of the absolute maximum linear elastic base shear to the absolute maximum nonlinear base shear of a structure subject to the same earthquake accelerogram.

This study investigates the effect of hysteretic model, as well as target ductility ratio and natural period on ductility based RMF using nonlinear dynamic analyses of the SDOF systems. Special emphasis is given to the effects of the hysteretic characteristics such as strength deterioration and stiffness degradation. Results indicate that RMFs are dependent on ductility, period and hysteretic model.

1. 서 론

강진의 작용할 경우 대부분의 구조물은 상당한 정도의 비탄성 이력거동을 경험하게 된다. 이 경우 비탄성 이력거동에 의한 에너지소산능력은 설계수평강도를 저감할 수 있는 한가지 근거가 되고 있으며, 적절한 수준으로 비탄성 변형(피해)을 제어할 수 있도록 최소 비탄성 요구강도를 산정해야 할 것이다.

현행 설계규준에서는 구조물의 비탄성 변형능력, 초과강도 및 감쇠특성 등을 고려하여 경험적으로 설정한 반응수정계수를 사용하여 비탄성 설계강도를 산정하고 있다. 반응수정계수를 정량적으로 평가하기 위한 연구가 지난 30여년 동안 몇몇 연구자들에 의해서 진행되어 왔으며, 그 중에서 비탄성 변형능력을 바탕으로 반응수정계수를 평가한 대표적인 연구결과는 다음과 같다. Riddell과 Newmark(1979)은 2, 5, 10%의 감쇠를 갖는 탄소성(elasto-plastic) 시스템과 5%의 감쇠를 갖는 이선형(bilinear) 및 강성저하(stiffness degrading) 시스템에 대하여 변위연성비를 1에서 부터 10까지 다르게 하면서 반응수정계수를 평가하였다. 이 연구는 견고한 지반에서 관측된 10개의 지진기록을 사용하여 비탄성 응답스펙트럼을 산정하고, 이에 대한 통계학적 분석을 처음으로 수행한 것이다.

* 한양대 건축공학과 대학원 박사과정

** 한양대 건축공학부 전임강사

*** 한양대 건축공학부 교수

이 연구결과에 의하면 탄소성, 이선형 및 강성저하 시스템의 최대응답이 매우 유사하게 나타나고 있으며, 탄소성 응답스펙트럼을 사용하는 것이 일반적으로 안전측의 결과를 가져올 수 있다고 결론내리고 있다.

Nassar와 Krawinkler(1991)는 미국 서부지역에서 기록된 15개의 지진기록을 사용하여 단자유도 이선형(bilinear) 구조물들의 응답을 평가하였다. 이 연구에서는 고유주기, 변위연성비, 변형경화비 및 비탄성 이력거동과 같은 변수들 뿐만 아니라 진원거리에 따라 반응수정계수를 평가하였다. 그 결과 진원거리와 강성저하형 이력거동(수정 Clough 모델)은 반응수정계수에 큰 영향을 주지 않는 것으로 나타났다.

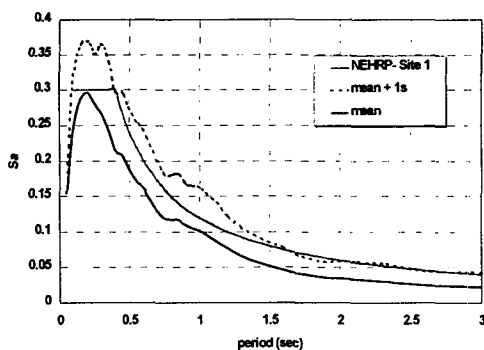
Fajfar와 Fischinger(1992)는 미국 서부지역과 1979년 유고 Montenegro 지진에서 기록된 20개의 지진기록을 사용하여 평균 반응수정계수를 산정하였다. 구조물의 이력거동은 이선형(bilinear), 강성저하형(Q-model) 모델을 사용하였으며, 반응수정계수는 2개의 주기영역으로 구분되어 산정되었다. 그 결과 짧은 주기영역에서는 변위연성비에 따라 선형적으로 반비례하는 것으로 나타났다.

현재까지 반응수정계수를 평가하기 위한 연구들은 이선형 또는 강성저하 모델에 국한되어 왔으며, 강도저하 모델을 사용한 연구결과나 강성저하에 따른 정량적인 평가를 시도한 연구는 극히 부족한 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 강성저하 및 강도저하 이력특성을 나타내는 구조물의 반응수정계수를 산정하고, 그 결과를 완전탄소성 모델로 산정한 반응수정계수와 비교, 평가하고자 한다.

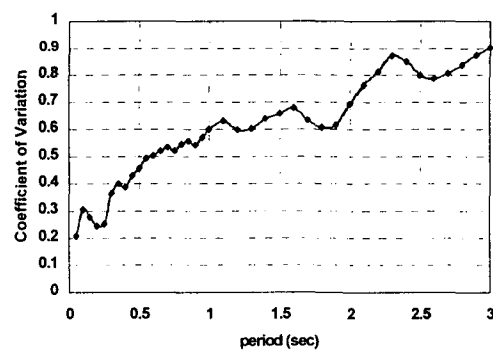
2. 비선형 동적해석을 위한 입력 지진동

본 연구에서는 단자유도 시스템에 대한 비선형 동적해석 결과로부터 반응수정계수를 산정하였으며, 동적해석에 사용된 입력 지진동은 세계 각지에서 기록된 총 40개의 지진파를 사용하였다. 이 기록들은 지진관측소가 위치한 지역의 토질상태를 암반지역(S1)으로 분류된 것 중에서 수평성분만을 선정하였으며, 선정된 지진기록의 세부적인 사항은 표1에 나타나 있다. 그림1에는 40개 지진기록의 PGA를 0.12g로 조정하여 구한 탄성 응답스펙트럼(평균 및 평균+표준편차) 값과 미국의 NEHRP 내진규정(1994)의 그것을 비교하여 보여주고 있다. NEHRP 내진규정에서 제시하고 있는 응답스펙트럼의 산정식은 아래의 식(1)과 같으며, 실제 규준식에서는 T대신 T^{2/3}을 사용하고 있다. 이는 다자유도 구조물에서 고차모드의 영향을 반영하기 위한 것인데, 본 연구에서는 단자유도계를 대상으로 응답스펙트럼을 비교하므로 T를 사용하고 있다.

$$S_a = \frac{1.2 A_v S}{T} < 2.5 A_a \quad (1)$$



(a) 탄성 응답스펙트럼



(b) 변동계수(COV)

그림1. 입력 지진동의 탄성 응답스펙트럼 및 변동계수 (최대 지반가속도=0.12g)

표1. 선정된 지진기록 (지반조건=S1)

No.	Event Name	Station Name	Event Date	M	Component	PGA _y (cm/s ²)	PGV (cm/s)	PGD (cm)
S1-1	Offshore Eureka	Cape Mendocino	1994.9.1	7.2	90	23.3	-2.4	1.5
S1-2	Western Washington	Olympia, Washington Hghwy Test Lab	1949.4.13	7.1	356	-177.8	-17.8	3.7
S1-3	Western Washington	Olympia, Washington Hghwy Test Lab	1949.4.13	7.0	86	274.6	17.0	*
S1-4	Whittier	Pacoima - Kagel Canyon	1987.10.1	6.1	90	154.9	7.7	1.0
S1-5	Iwate Prefecture	Miyako Harbor Works, Ground	1970.4.1	5.8	NS	-189.7	-4.4	-0.3
S1-6	Iwate Prefecture	Miyako Harbor Works, Ground	1970.4.1	5.8	EW	161.8	3.3	-0.3
S1-7	Michoacan, Mexico City	Caletc De Campo	1985.9.19	8.1	N90E	137.8	-12.6	3.2
S1-8	San Fernando	Lake Hughes, Array Station 4, CAL.	1971.2.9	6.5	S69E	168.2	5.7	1.2
S1-9	San Fernando	Lake Hughes, Array Station 4, CAL.	1971.2.9	6.5	S21W	-143.5	-8.6	1.7
S1-10	Humbolt County	Petrolia, California, Cape Mendocino	1975.6.7	5.3	S60E	-198.7	5.9	0.6
S1-11	Humbolt County	Petrolia, California, Cape Mendocino	1975.6.7	5.3	N30E	103.0	-3.3	0.4
S1-12	Kern County	Taft Lincoln School Tunnel	1952.7.21	7.7	21	152.7	15.7	*
S1-13	Kern County	Taft Lincoln School Tunnel	1952.7.21	7.7	111	175.9	17.7	*
S1-14	Puget Sound	Olympia, Washington Hwy Test Lab	1965.4.29	6.5	176	194.3	12.7	*
S1-15	Long Beach	Public Utilities Building	1933.3.10	6.3	180	192.7	29.3	*
S1-16	Long Beach	Public Utilities Building	1933.3.10	6.3	270	156.0	15.8	*
S1-17	Imperial Valley	Holtville P.O.	1979.10.15	6.6	225	246.2	44.0	*
S1-18	Imperial Valley	Calexico Fire Station	1979.10.15	6.6	225	269.6	18.2	*
S1-19	Coalinga	Parkfield Zone 16	1983.5.2	6.5	0	178.7	14.7	*
S1-20	Adak,Alaska,Us	Naval Base	1971.5.1	6.8	North	85.38	-3.22	1.40
S1-21	Alaska Subduction	Cordova, Mt. Eccles School	1964.7.5	5.2	N196E	34.20	3.48	0.51
S1-22	Alaska Subduction	Chernabura Island	1983.2.14	6.3	N070E	46.90	3.11	0.34
S1-23	Alaska Subduction	Chernabura Island	1983.2.14	6.3	N070E	16.70	1.05	0.30
S1-24	Dursunbey	Dursunbey Kandilli Gozlem Istasyonu	1979.7.18	5.2	NS	233.77	*	*
S1-25	Imperial Valley	Cerro Prieto	1979.10.15	6.6	135	163.20	*	*
S1-26	Loma Prieta	Anderson Dam, Lest Abutment	1989.10.18	7.1	250	59.70	12.13	3.77
S1-27	Mammoth Lakes	Long Valley Dam Left Abutment	1980.5.25	6.1	90	-75.45	7.12	-3.37
S1-28	Mammoth Lakes	Long Valley Dam (Right Crest)	1980.5.25	6.1	90	-147.72	13.06	-3.89
S1-29	Mexicali Valley	Cerro Prieto	1979.10.10	4.1	S33E	-42.00	*	*
S1-30	Miyagi Prefecture	Ofunato Harbor, Jetty	1978.6.12	6.3	E41S	-222.1	14.10	-5.10
S1-31	Miyagi Prefecture	Ofunato Harbor, Jetty	1978.6.12	6.3	N41E	-206.70	-12.8	-2.20
S1-32	Morgan Hill	Gilroy - Gavilan College	1984.4.24	6.2	67	94.98	-3.39	0.47
S1-33	New Ireland	Bato Bridge, Papua New Guinea	1983.3.18	7.7	270	31.60	4.12	1.92
S1-34	San Fernando	800 W. First Street, 1st Floor, LA	1971.2.9	6.5	N53W	138.02	19.36	9.99
S1-35	San Salvador	Hotel Sheraton	1986.10.10	5.4	0	213.90	-17.67	-4.55
S1-36	San Salvador	Hotel Sheraton	1986.10.10	5.4	270	295.62	26.34	4.36
S1-37	Sitka,Alaska	Sitka Observatory	1972.7.30	*	North	-70.11	10.79	9.86
S1-38	WestMorland	Superstition Mountain, California	1981.4.26	5.6	135	-102.47	-7.67	-2.03
S1-39	Whittier Narrows	Garvey Reservoir - Control Building	1987.10.1	5.9	330	468.20	19.78	2.21
S1-40	Whittier Narrows	Los Angeles, Griffith Park Observatory	1987.10.1	5.9	270	133.80	7.54	0.96

3. 반응수정계수의 평가 방법

지진작용시 구조물이 경험하는 비탄성 변형의 수준은 항복변위에 대한 상대변위 절대치의 비로 정의되는 변위연성비 μ 로서 나타낼 수 있으며, 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$\mu = \frac{\max. |u(t)|}{u_y} \quad (2)$$

지진에 대한 비선형 단자유도 구조물의 시간이력응답은 아래와 같은 운동방정식으로 부터 구해진다.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + F(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (3)$$

여기에서, m , c 및 $F(t)$ 는 각각 질량, 감쇠상수 및 구조물의 복원력을 나타낸 것이며, $u(t)$ 는 상대변위, $u_g(t)$ 는 지반의 변위, 그리고 이런 변수들 위에 있는 점들은 시간에 대한 미분차수를 의미한다.

구조물의 고유주기는 다음과 같이 주어진다.

$$T = 2\pi \left[\frac{m}{k} \right]^{1/2} = 2\pi \left[\frac{mu_y}{F_y} \right]^{1/2} \quad (4)$$

여기에서, K 는 구조물의 초기 강성, F_y 는 구조물의 항복강도이다.

지진의 작용할 때 나타나는 구조물의 비탄성응답의 특성은 그림2에 나타낸 바와 같이 구조물의 수평항복강도가 감소함에 따라 비탄성 변형이 증가하는 형태로 나타나게 된다. 결과적으로 주어진 지진의 작용에 대해서 구조물의 최대 변위연성비 μ_i 보다 더 큰 연성비가 나타나지 않도록 제한해 줄 수 있는 최소 수평강도 $F_y(\mu = \mu_i)$ 를 결정하는 것이 중요한 일이다. 그림3에서 보여주고 있는 바와 같이 수평강도 $F_y(\mu = 1)$ 와 $F_y(\mu = \mu_i)$ 를 구조물의 관성중량으로 무차원화하면, 각각 탄성 응답스펙트럼(linear elastic response spectrum) 및 목표 변위연성비에 대한 비탄성 응답스펙트럼이 된다.

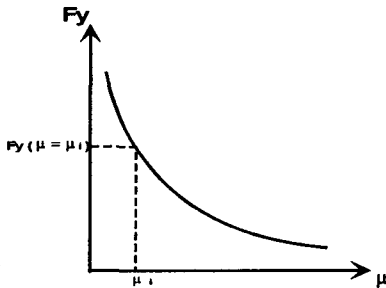


그림2. 변위연성비에 따른 구조물 항복강도의 변화

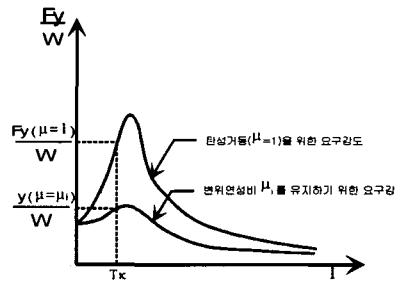


그림3. 탄성 및 비탄성 요구강도 스펙트럼

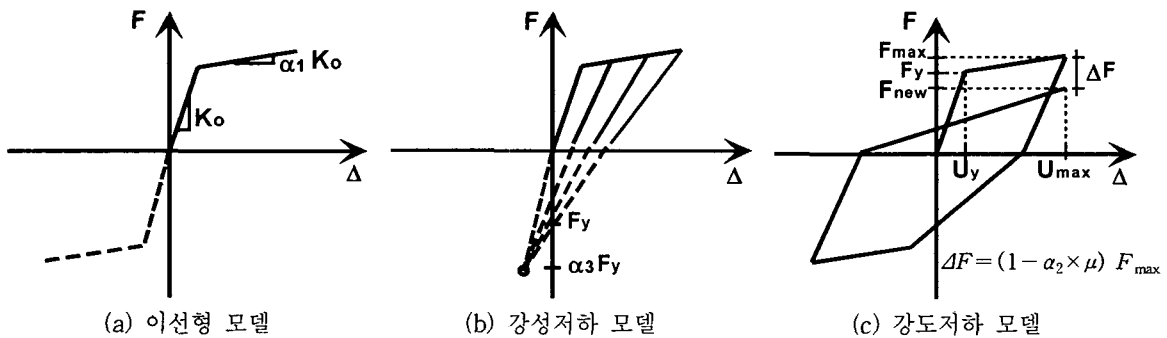


그림4. 구조물의 이력거동(hysteretic behavior)에 대한 모델링

주어진 지반운동에 대해서 $F_y(\mu = \mu_i)$ 를 구하는 일은 계산된 변위연성비 μ 가 목표 변위연성비 μ_i 와 어느

정도의 허용오차 범위내로 수렴할 때까지 식(3)의 반복적인 계산을 필요로 하며, 고유주기와 목표 연성비를 각각 다르게 하면서 반복적으로 계산하게 된다. 구조물의 고유주기는 0.05초에서 3.0초 사이에 분포하는 40개를 사용하였으며, 목표 변위연성비는 1(탄성), 2, 3, 4, 5, 6, 8 및 10을 대상으로 하였다. 단자유도 시스템의 감쇠상수는 5%로 동일하게 적용하였다.

단자유도 시스템의 이력거동 특성은 그림4에 나타나 있는 완전탄소성, 강성저하 및 강도저하 모델을 사용하였으며, 강성저하 및 강도저하의 크기를 다르게 하면서 식(5)로부터 반응수정계수를 산정하였다.

$$R_{\mu} = \frac{F_y (T, \mu = 1)}{F_y (T, \mu = \hat{i})} \quad (5)$$

4. 이력 모델이 반응수정계수에 미치는 영향

4.1 완전탄소성 모델로 산정한 반응수정계수

완전 탄소성(elasto perfect plastic) 모델은 휨 거동을 하는 구조물의 이력거동을 이상화한 것으로서 강성저하 또는 강도저하를 나타내는 경우와 비교하기 위한 기준으로 선택되었다. 그림5에는 변위연성비가 2, 4, 6 및 8인 경우 완전 탄소성 모델에 대해서 각각의 고유주기별로 산정한 40개의 반응수정계수의 평균 및 평균-표준편차 값을 보여주고 있다. 그림에 의하면 평균 반응수정계수는 변위연성비가 커짐에 따라 선형적으로 증가하는 양상을 나타내며, 고유주기가 1.0초 이상인 경우에는 변위연성비와 동일한 크기로 평균 반응수정계수를 평가할 수 있는데 이는 Newmark와 Hall의 제안식과도 부합되는 결과이다.

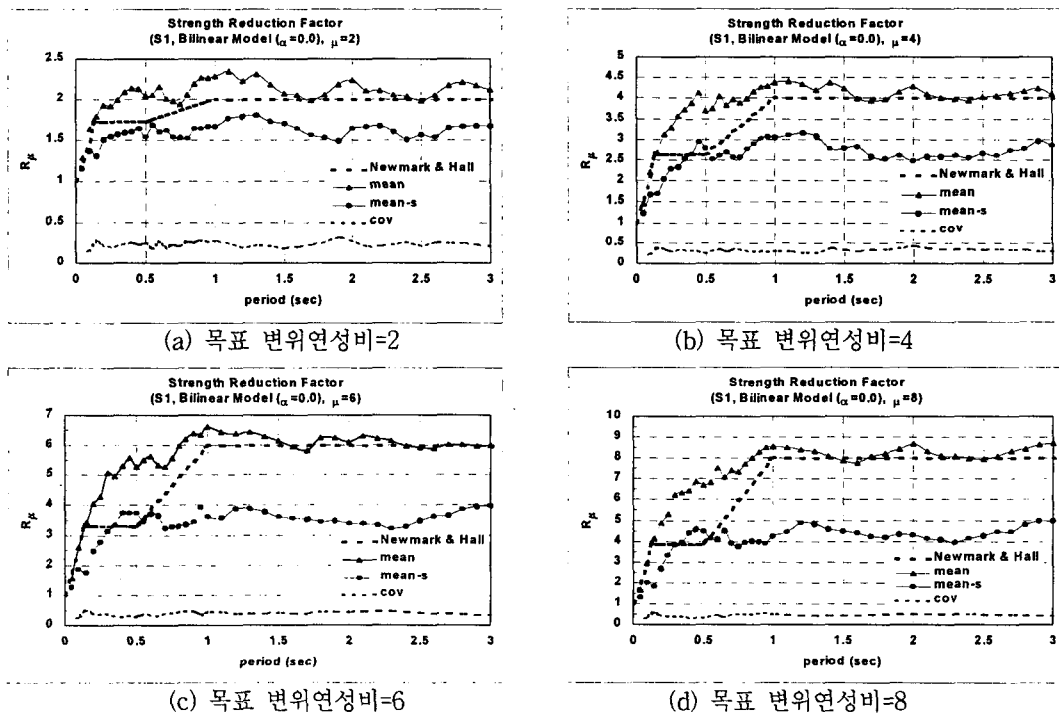


그림5. 완전 탄소성 모델의 반응수정계수

4.2 강성저하 모델의 영향

철근콘크리트 구조물의 복원력 특성은 강성저하 모델을 사용하여 적절하게 고려할 수 있는데, 본 연구에서 적용한 강성저하 모델은 그림4.(b)와 같이 항복강도의 임의의 배수($\alpha_3 \times F_y$)에 해당하는 점을 지향하면서 재하(unloading)되게 표현되었다. 강성저하 현상의 정도를 결정하는 배율 α_3 는 콘크리트의 연성적인 변형능력을 기대할 수 있도록 적절하게 배근상세를 취한 단면이라면 대략 2~4의 값을 사용하는 것이 적당하다고 보고된 바 있다. 한편, 강성저하의 배율 α_3 를 0으로 선택한 경우에는 원점지향형 모델(origin oriented model)과 동일한 이력거동을 보여주게 되며, 가장 심각한 강성저하 현상을 표현하게 된다.

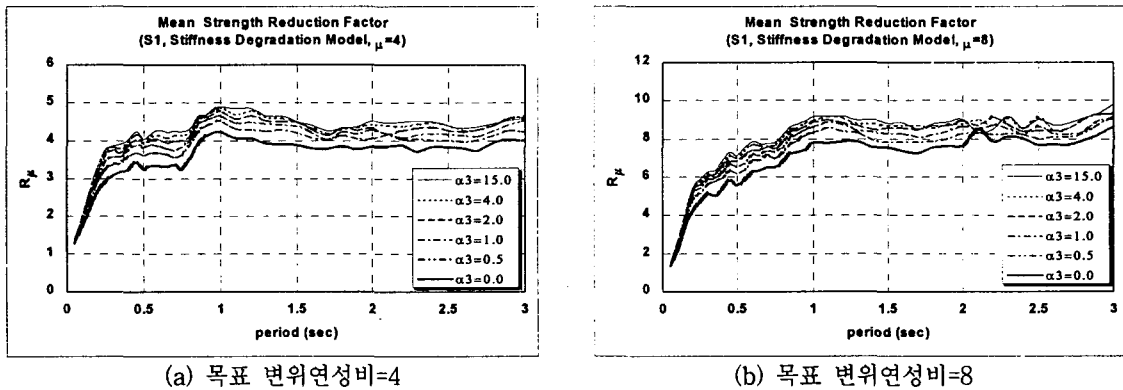


그림6. 강성저하 모델의 반응수정계수

표2. 강성저하 모델과 완전 탄소성 모델을 사용한 반응수정계수의 비교

		강성저하 모델					
		$\alpha_3 = 15$	$\alpha_3 = 4$	$\alpha_3 = 2$	$\alpha_3 = 1$	$\alpha_3 = 0.5$	$\alpha_3 = 0$
$\mu = 2$	mean	1.0	0.9875	0.9718	0.9474	0.9212	0.8719
	σ	0.0	0.0073	0.0109	0.0155	0.0217	0.0287
	cov (%)	0.0	0.74	1.12	1.64	2.35	3.3
$\mu = 4$	mean	1.0	0.9884	0.9697	0.9414	0.906	0.8408
	σ	0.0	0.0114	0.0192	0.0256	0.0306	0.0398
	cov (%)	0.0	1.16	1.98	2.72	3.37	4.74
$\mu = 6$	mean	1.0	0.9882	0.9716	0.9428	0.9078	0.8407
	σ	0.0	0.0104	0.0182	0.0224	0.0331	0.0433
	cov (%)	0.0	1.06	1.87	2.38	3.65	5.16
$\mu = 8$	mean	1.0	0.9886	0.9725	0.9428	0.9076	0.8462
	σ	0.0	0.0195	0.026	0.0263	0.0315	0.0472
	cov (%)	0.0	1.97	2.67	2.79	3.47	5.58

그림6에서는 변위연성비가 4 및 8인 경우에 대해서 강성저하 모델의 배율 α_3 를 다르게 하면서 산정한 평균 반응수정계수를 완전탄소성 모델($\alpha_3 = 15$)에 대한 그것과 비교하여 나타내었다. 또한, 표2에서는 변위연성비가 2, 4, 6, 및 8일 때 강성저하 현상의 정도에 따라 완전 탄소성 모델의 평균 반응수정계수 보다 어느정도로 감소된 반응수정계수가 산정되는지를 정리하여 나타내었다. 그 결과에 의하면 변위 연성비가 증가하고 강성저하를 유발하는 배율 α_3 가 작아질수록 강성저하 모델로 평가한 반응수정계수는 작게 평가되고 있으며,

원점지향형 모델이 각각의 변위연성비에 대해서 13~16% 정도로 가장 많이 감소된 값을 나타내고 있다.

4.3 강도저하 모델의 영향

강도저하 모델은 구조물의 이력거동이 전단력이나 축력에 의해 지배될 경우에는 비탄성 변형이 진행됨에 따라 횡하중 저항능력이 감소되는 현상을 고려하기 위한 것이다. 강도저하 모델에서 적용한 강도저하 현상의 크기는 그림4.(c)에 나타난 것처럼 변위연성비에 비례적으로 감소되도록 모델링하였다. 그림7에서는 변위연성비 4 및 8에 대해서 강도저하 배율 α_2 를 3, 6, 9, 12 및 15% 로 적용하여 산정한 평균 반응수정계수를 보여 주고 있다. 그림7에 나타난 것처럼 평균 반응수정계수는 강도저하 배율 α_2 가 증가함에 따라 감소하는 것으로 나타나고 있다. 표3에서는 변위연성비와 강도저하 배율에 따라 강도저하 모델로 산정된 반응수정계수를 완전 탄소성 모델의 반응수정계수에 대한 비율로서 나타내었다. 반응수정계수를 산정하는데 있어서 강도저하 모델의 영향은 앞서 나타난 강성저하 모델의 경우보다 더 크게 나타나고 있으며, 최대 20~23% 까지 감소되는 것을 알 수 있다. 따라서, 안전측의 설계강도를 산정하기 위해서는 적합한 이력모델을 사용하여 반응수정계수를 산정하는 것이 필요하다고 판단된다.

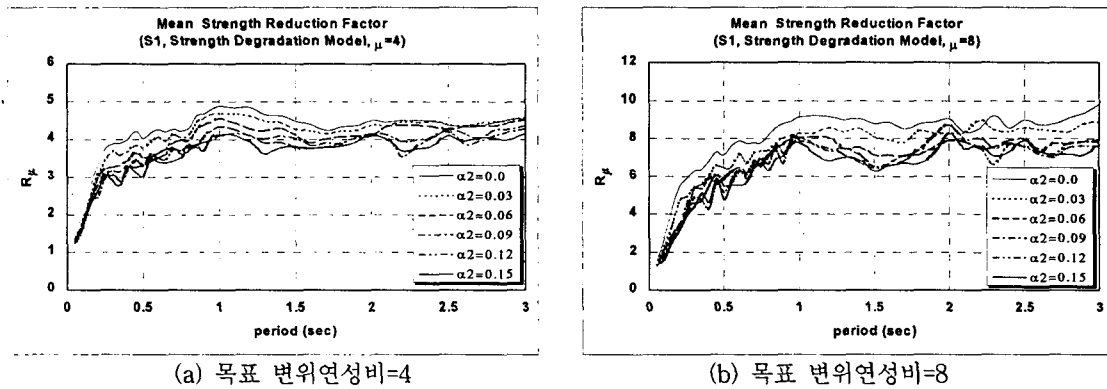


그림7. 강도저하 모델의 반응수정계수

표3. 강도저하 모델과 완전 탄소성 모델을 사용한 반응수정계수의 비교

		강도저하 모델					
		$\alpha_2 = 0\%$	$\alpha_2 = 3\%$	$\alpha_2 = 6\%$	$\alpha_2 = 9\%$	$\alpha_2 = 12\%$	$\alpha_2 = 15\%$
$\mu = 2$	mean	1.0	0.9881	0.9694	0.9508	0.9297	0.9122
	σ	0.0	0.011	0.0154	0.0178	0.0207	0.0277
	cov (%)	0.0	1.11	1.59	1.88	2.23	3.04
$\mu = 4$	mean	1.0	0.9652	0.9222	0.8798	0.8619	0.8435
	σ	0.0	0.0276	0.0456	0.0482	0.0516	0.0542
	cov (%)	0.0	2.86	4.95	5.48	5.99	6.43
$\mu = 6$	mean	1.0	0.9482	0.8757	0.8437	0.8198	0.8154
	σ	0.0	0.0296	0.067	0.0618	0.069	0.0738
	cov (%)	0.0	3.13	7.65	7.33	8.42	9.06
$\mu = 8$	mean	1.0	0.9181	0.8433	0.8092	0.8019	0.7775
	σ	0.0	0.0453	0.0632	0.0763	0.0821	0.0832
	cov (%)	0.0	4.93	7.5	9.43	10.24	10.71

5. 결 론

본 연구는 목표 변위연성비를 만족시키기 위한 반응수정계수를 산정하기 위하여 단자유도 시스템의 고유주기와 변위연성비 및 이력모형을 변화시키면서 비선형 동적해석을 수행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 완전 탄소성(elasto perfect plastic) 모델은 휨 거동을 하는 구조물의 이력거동을 이상화한 것으로서 각각의 고유주기별로 산정된 반응수정계수의 평균치는 변위연성비가 커짐에 따라 선형적으로 증가하는 양상을 나타내고 있으며, 고유주기가 1.0초 이상인 경우에는 변위연성비와 동일한 크기로 반응수정계수를 평가할 수 있었다.

2) 강성저하 모델로 평가한 반응수정계수는 변위 연성비와 강성저하율이 증가함에 따라 완전 탄소성 모델의 그것보다 작게 평가되고 있으며, 가장 현저한 강성저하 현상을 유발하는 원점지향형 모델의 경우는 각각의 변위연성비에 대해서 13~16% 정도로 감소된 값을 나타내고 있다.

3) 반응수정계수를 산정하는데 있어서 강도저하 모델의 영향은 강성저하 모델의 경우보다 더 크게 나타나고 있으며, 최대 20~23% 까지 감소되는 것으로 평가되었다. 따라서, 안전측의 설계강도를 산정하기 위해서는 적합한 이력모형을 사용하여 반응수정계수를 산정하는 것이 필요하다고 판단된다.

감사의 글

본 연구는 초대형구조시스템연구센터와 주택연구소의 지원에 의한 것으로서 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 대한건축학회 (1987), 내진설계 지침서 작성에 관한 연구, 건설부
2. H. Krawinkler (1995), "New Trends in Seismic Design Methodology", Proceedings of Tenth European Conference on Earthquake Engineering, Duma, pp. 821-830.
3. Building Seismic Safety Council (1992), NEHRP Recommended Provisions for the Development of Seismic Regulation for New Buildings, Part 1 and 2, Provisions and Commentary, FEMA.
4. J. D. Osteraas and H. Krawinkler (1990), "Strength and Ductility Considerations in Seismic Design", John A. Blume Earthquake Engineering Center, Report No. 90, Stanford University, California.
5. Christopher Rojahn (1988), "An Investigation of Structural Response Modification Factors", Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 5, Tokyo-Kyoto, Japan, pp. 1087-1092.
6. Aladdin A. Nassar and H. Krawinkler, "Seismic Demands for SDOF and MDOF Systems", John A. Blume Earthquake Engineering Center, Report No.95, Stanford University, California, 1991.
7. Rafael Riddell and N. M. Newmark, "Statistical Analysis of the Response of Nonlinear Systems Subjected to Earthquakes", Structural Research Series No. 468, Dept. of Civil Engineering, 1979.
8. Miranda, "Site-dependent Strength Reduction Factors", Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol.119, No.12, Dec 1993, pp.3503-3519.