

납기지연 최소화를 위한 작업쌍 비교할당규칙 Job-Pair Tardiness Dispatching Rule for Minimize Total Tardiness

전태준* · 박성호**

* 전남대학교 산업공학과 · ** 담양대학 정보통신과

Abstract

This study proposes JPT(Job-Pair Tardiness) that choose operation to be expected to generate better schedule consequence in comparing schedulable operation sets in pair to minimize total tardiness evaluation function in performing scheduling.

In result of comparison with existing assignment rules, JPT generates better solution than most other rules in all kinds of problems. So it is anticipated that this is used for initial solution of heuristic and is used for finding more improved solution.

1. 서론

Heuristic 기법에서는 간편하고 쉬운 초기해를 빠르게 얻기 위하여 수 많은 One-pass Heuristic 이 개발되어져 왔는데, 이러한 Heuristic 의 대부분이 한번에 하나의 Job 만을 스케줄하는 할당규칙의 형태를 갖는다. 이러한 할당규칙은 크게 매개변수를 사용하는 것과 사용하지 않는 것으로 나누어 볼수 있다. 매개변수를 사용하지 않는 할당규칙 중 Conway[3]는 현장에서의 경험을 바탕으로 납기지연을 줄이는 네가지 할당규칙을 제안하였다. SLACK 은 납기까지 가공 여유와 긴급도(urgency)를 고려하였고, S/RPT 는 가공여유에 가공되지 않고 남아 있는 가공시간을 고려하였다. EDD 는 단지 부품의 납기만을 고려하였고, ODD 는 부품의 납기를 각공정에 배분하여 공정납기를 사용하였다. ODD 와 같이 공정납기를 사용하는 MOD, CEXSPT, HYBRID 는 공정납기를 주는 방법이 성능에 영향을 미친다. 또한 Baker 와 Bertrand[1]는 EDD 를 확장하여 실제 부품이 가공완료될 수 있는 가능한 시간으로 납기를 수정할 수 있는 MDD 를 제안하였고, Baker 와 Kanet[2]은 MDD 의 납기를 공정 납기로 변환한 MOD 를 제안하였다.

하지만 대부분의 할당규칙들은 고려되고 있는 공정들 중에서 단일 작업의 특성에 따른 하나를 할당해 나가기 때문에 현재 선택되어진 공정이 최종 해의 측면에서 과연 올바른 선택인지는 여부를 판단할 수 없기 때문에 좋은 해를 구하는데 한계점이 있다. 반면에 스케줄 고려 대상

공정들 간의 비교는 이루어지지 않기 때문에 고려할 공정수의 증가에 따른 시간영향을 받지 않는다.

이러한 단점을 극복하고자 본 논문에서 제시되는 작업쌍 비교 할당규칙(JPT)은 Adjacent Pairwise-Interchange 의 성질을 개선시켜 Sequence 에서의 고려 시점에 상관없이 모든 스케줄 대상 Job 들 간의 비교를 통하여 현재 스케줄 시점에서 할당되는데 가장 좋은 하나의 Job 을 선택하여 나가는 즉, Pair Rule 의 개념을 이용한다. 일반적인 Dispatching Rule 들이 하나의 Job 속성만을 고려하는 Single Rule 인 것에 비해, Pair Rule 은 2 개의 Job 서로간의 속성을 함께 고려하기 때문이다.

본 논문의 구성은 제 2 장에서는 작업쌍 비교 할당규칙을 제시하고 규칙적용 절차를 설명한다. 제 3 장에서는 제시된 작업쌍 할당규칙을 실험을 통하여 기존의 할당규칙과 비교 분석한다. 그리고 마지막으로 제 4 장은 결론으로 구성된다.

2. 작업쌍 비교 할당규칙(JPT)

2.1 작업쌍 할당규칙

납기를 고려한 스케줄링을 수행할 때 스케줄 대상 작업으로 작업 i 와 작업 j 가 있다고 하면, 이 때 작업 i 와 j 의 선행여부에 따라 (i;j) 와 (j;i) 의 2 가지 순서가 고려될 수 있다. 그리고 각 순서에서 예상되는 작업의 납기지연 값을 구할 수 있다. 모든 작업의 시작가능시간이 다양하게 주어지는 Dynamic 한 경우에서 각 작업의 예상되는 납기지연 값을 구할 수 있다. 이 때는 각 작업의 시작가능시간이 S_i 와 S_j 로 다르게 주어지며 작업 i 의 예상되는 납기지연 값을 (1)로 작업 j 의 예상되는 납기지연 값을 (2)로 표현할 수 있다.

$$T(i;j)=\max\{S_i+P_i-d_i,0\}+\max\{S_j+P_j+P_i-d_j,0\} \quad (1)$$

$$T(j;i)=\max\{S_j+P_j-d_j,0\}+\max\{S_i+P_i+P_j-d_i,0\} \quad (2)$$

여기서 T(i;j)와 T(j;i)의 값을 비교하여 더 작은 값을 갖는 순서에서의 선행공정만을 결정하는 것이 작업쌍 비교 할당규칙(Job-Pair Tardiness).

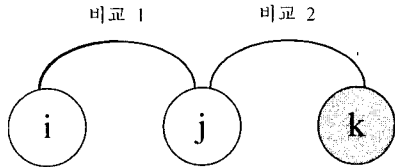
이하 JPT 라고 한다)이다. $T(i;j)$ 와 $T(j;i)$ 의 비교를 수행할 때 발생가능한 JPT의 경우는 다음과 같은 3가지가 가능하다.

- (경우 1) $T(i;j) < T(j;i)$
작업 i 가 작업 j 에 선행되는 것이 바람직 ($i \rightarrow j$)
- (경우 2) $T(i;j) > T(j;i)$
작업 j 가 작업 i 에 선행되는 것이 바람직 ($j \rightarrow i$)
- (경우 3) $T(i;j) = T(j;i)$
Tie Break

2.2 규칙적용 절차

앞에서 제시한 작업쌍 할당규칙을 적용하여 실제 상황에서, 예를 들면 Job Shop 문제에서 스케줄링을 수행할 때는 고려되는 스케줄 대상 공정들이 대부분 3개 이상의 다수개 공정들인 상황이 많이 발생한다.

예를 들어 <그림 1>과 같이 동일 기계를 사용하는 스케줄 대상 공정으로 i, j 그리고 k 의 3개 공정이 있다고 가정하자.



<그림 1> 3개의 스케줄 고려 대상 집합 여기에 JPT 규칙을 적용할 때 어느 공정을 먼저 비교하고 다른 공정을 나중에 비교해도 관계는 없다. 하지만 Active 스케줄을 가정하였기 때문에 가장 빠른 완료가능시간을 갖는 기준공정을 먼저 선택한다. <그림 1>에서는 공정 j 가 기준공정이라고 가정한다. 다음은 기준공정과 경쟁관계에 있는 공정(여기서는 두 개의 공정 j 와 k 가 해당된다)을 가정한다.

기준공정과 경쟁공정이 결정되면 이제 JPT 규칙을 적용해야 하는데 경쟁공정이 2개이기 때문에 먼저, 비교순서를 결정해야 한다. 이를 위해 경쟁공정들 중에서 시작가능시간이 빠른 순서대로 정렬하여 먼저 비교하기로 한다. 그 이유는 시작가능시간이 빠르면 기준공정과 비교시 선택될 가능성이 더 크다는 점에 착안하였다. <그림 1>에서 두 개의 경쟁공정 j 와 k 중에서 j 가 더 빠른 시작가능시간을 갖는다고 가정한다.

따라서 먼저 공정 i 와 j 에 대해 JPT를 적용하여 선행이 바람직한 하나의 공정을 선택한다. 여기서 공정 j 가 i 에 선행되는 것이 바람직($j \rightarrow i$)한 결과를 얻었다고 가정하자. 다음에 공정 j 와 k 에 JPT를 적용하여 공정 k 가 j 에 선행되는 것이 바람직($k \rightarrow j$)하다고 판단되면 최종적으로 공정 k 를 할당공정으로 선택한다.

이러한 개념으로 스케줄링을 수행할 때 전체 절차를 단계별로 살펴보면 다음과 같이 6 단계로 정리할 수 있다.

- (단계 1) 초기화
스케줄 대상공정 집합 S_i 선택

만약 $S_i = \emptyset$ 이면 종료

- (단계 2) 기준공정
 S_i 에서 α 를 선택
- (단계 3) 경쟁공정
 S_i 에서 β 를 시작가능시간 순으로 정렬
만약 $\beta = \emptyset$ 이면 (단계 6)으로 진행
- (단계 4) JPT 적용
 $T_{(\alpha, \beta)} = T_{\alpha}(\alpha : \beta) + T_{\beta}(\alpha : \beta)$
 $T_{(\beta, \alpha)} = T_{\beta}(\beta : \alpha) + T_{\alpha}(\beta : \alpha)$
- (단계 5) 비교

(1) $T_{(\alpha, \beta)} < T_{(\beta, \alpha)}$
만약 $\beta \neq \emptyset$ 이면 (단계 3)으로 복귀
그렇지 않으면 (단계 6)으로 진행

(2) $T_{(\alpha, \beta)} > T_{(\beta, \alpha)}$
 β 를 새로운 α 로 변경하고,
만약 $\beta \neq \emptyset$ 이면 (단계 3)으로 복귀
그렇지 않으면 (단계 6)으로 진행

- (단계 6) 할당
공정 α 를 할당하고 (단계 1로) 복귀

3. 비교실험

3.1 실험설계

본 논문에서 제시한 JPT를 기존의 다른 할당규칙과 비교하기 위하여 납기를 갖는 Job Shop 스케줄링 문제를 실험 대상으로 한다. 먼저 비교되는 할당규칙으로는 과거의 여러 문헌에서 비교적 우수한 해를 구하는데 많이 사용되었던 6가지 규칙들을 고려한다. 6가지 할당규칙은 SPT(Shortest Processing Time), EDD(Earliest Due Date), MDD(Modified Due Date), MST(Minimum Slack Time), S/RMOP(Slack per Remaining Operations), S/RMWK(Slack per Remaining Work)이다.

그리고 실험에 사용되는 문제는 랜덤하게 생성하는데 첫째, 작업수와 기계수가 각각 10, 20 그리고 30개인 경우를 고려하였고, 각 작업의 공정수를 기계에서의 최대한의 경쟁력을 부여하기 위하여 기계수와 같은 크기를 고려하였다. 둘째, 각 공정의 가공시간은 1에서부터 100까지 20씩 증가시켜 가며 랜덤하게 생성시킴으로써 5가지의 가공시간분포([1, 100], [21, 100], [41, 100], [62, 100], [81, 100])를 고려하였다. 셋째, 각 작업의 납기 D_i 는 작업 가공시간(P_i)의 곱수, 즉 $D_i = k P_i$ 로 결정되는데 이는 납기의 긴급도를 의미하는 것이며 본 연구에서는 1.0, 1.2 그리고 1.4의 3가지를 고려하였다.

마지막으로 스케줄링 수행은 Active 스케줄을 가정하였고, 평가함수는 납기를 갖는 스케줄링 문제에서 스케줄 결과를 평가하기 위하여 일반적으로 받아들여지는 하나의 평가함수가 없지만 대부분의 연구자들이 선호하고 본 연구의 JPT의 특성에 맞는 총납기지연(Total Tardiness)으로 하였다.

3.2 결과분석

각 문제의 범주에 대하여 10 개씩의 문제를 생성하여 실험을 수행한 뒤 평균값을 구하여, 즉 평균 총납기지연(Mean Total Tardiness)값에 대하여 결과를 분석하였다. 각 문제에 대한 실험 결과를 <표 1>에서 <표 3>까지 정리하였다.

실험결과 기존의 할당규칙들은 각 문제의 범주에서 다른 규칙들을 지배하는 하나의 할당규칙은 존재하지 않는다. 하지만 JPT 는 모든 문제의 범주에서 다른 할당규칙들보다도 문제 크기 및 납기의 긴급도에 관계없이 상당히 우수한 결과를 구한다는 사실을 알 수 있다.

10X10 문제에서는 납기의 긴급도가 상대적으로 높은(즉, k 값이 작은) 경우에는 가공시간의 분포에 관계없이 MDD 또는 EDD 규칙이 JPT 다음으로 좋은 결과값을 얻었지만 납기의 긴급도가 낮아지면 S/RMOP 또는 S/RMWK 규칙이 JPT 다음으로 좋은 결과를 얻었다. 그리고 20X20 문제와 30X30 문제에서는 납기의 긴급도나 가공시간분포에 상관없이 대부분 MDD 와 EDD 규칙이 다른 할당규칙들보다는 JPT 다음으로 좋은 결과를 얻는 경향을 보이고 있다

<표 1> 10 X 10 문제의 평균 총납기지연

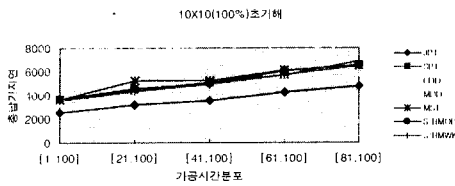
K	할당규칙	가공시간 분포				
		[1, 100]	[21, 100]	[41, 100]	[61, 100]	[81, 100]
1.0	SPT	3627.2	4394.4	5111.7	5727.7	6477.1
	EDD	3404.1	4081.6	4558.4	5415.9	5964.5
	MDD	3321.9	4136.4	4429.6	5393.1	5908.4
	MST	3635.7	5216.5	5215.5	6107.4	6512.8
	S/RMOP	3668.2	4554.9	4990.4	6063.1	6544.5
	S/RMWK	3552.0	4318.1	4940.8	5687.8	6893.2
	JPT	2540.9	3203.9	3548.2	4239.8	4778.2
1.2	SPT	2740.04	3178.90	3753.92	4536.42	5018.48
	EDD	2466.92	2815.02	3375.64	4238.40	4688.70
	MDD	2268.34	2749.34	3134.58	4288.62	4530.94
	MST	2996.92	3330.92	3908.08	4969.04	5199.56
	S/RMOP	2780.44	3117.42	3638.88	4727.04	5152.76
	S/RMWK	2535.02	2879.72	3464.18	4651.74	5310.88
	JPT	1671.68	1838.08	2363.18	3105.16	3276.32
1.4	SPT	1977.20	2521.34	2636.72	2696.12	3253.02
	EDD	1634.60	1977.92	2582.60	2466.92	3393.78
	MDD	1573.24	1960.76	2459.88	2508.80	3291.96
	MST	2033.40	2214.10	2689.44	2951.42	3249.90
	S/RMOP	1988.96	1830.14	2668.50	2802.12	3022.50
	S/RMWK	1839.52	20421.8	2398.64	2572.38	2976.46
	JPT	953.50	9690.8	1175.02	1263.72	1858.98

<표 2> 20 X 20 문제의 평균 총납기지연

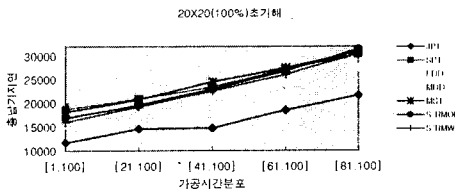
K	할당규칙	가공시간 분포				
		[1, 100]	[21, 100]	[41, 100]	[61, 100]	[81, 100]
1.0	SPT	18747.2	20910.6	23378.4	27094.8	30440.0
	EDD	15458.7	18154.7	20586.5	23411.2	27479.2
	MDD	15051.2	18224.4	20448.4	22826.7	27827.4
	MST	18204.4	20805.9	24490.9	27406.9	30994.2
	S/RMOP	16886.1	19616.7	23004.3	26800.1	31421.8
	S/RMWK	16011.9	19301.4	22537.6	26039.9	30514.6
	JPT	11706.6	14586.8	14752.3	18581.5	21608.9
1.2	SPT	14069.24	16879.82	18727.36	20825.00	23125.60
	EDD	11340.86	14149.66	16654.96	17910.56	20225.94
	MDD	11361.62	13442.14	16229.04	17799.78	20358.62
	MST	14566.46	17153.48	19424.48	21984.54	23576.86
	S/RMOP	13356.96	15396.18	17396.08	20955.74	22678.46
	S/RMWK	12704.16	14730.08	17602.48	20151.84	22157.26
	JPT	8186.56	9350.28	11842.98	13578.14	13848.76
1.4	SPT	10402.06	11752.64	13905.16	15529.12	16406.80
	EDD	8260.72	9696.88	11631.74	13200.92	15612.12
	MDD	7917.48	9620.76	11382.86	12918.64	15499.88
	MST	9581.32	11626.58	13444.72	16230.86	17620.08
	S/RMOP	9028.32	10125.58	12397.82	14424.66	16816.58
	S/RMWK	8792.22	9673.18	12040.12	14049.36	16875.48
	JPT	4631.38	5261.18	6659.18	8354.02	8876.66

<표 3> 30 X 30 문제의 평균 총납기지연

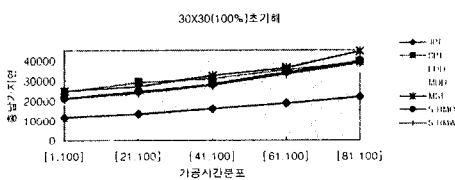
K	할당규칙	가공시간 분포				
		[1, 100]	[21, 100]	[41, 100]	[61, 100]	[81, 100]
1.0	SPT	42402.4	50235.8	55962.3	64111.7	71192.4
	EDD	36121.8	42795.4	48969.3	56027.9	63762.0
	MDD	35596.0	41388.8	48651.3	55963.6	63244.5
	MST	43232.6	49305.5	56863.9	64586.4	74362.8
	S/RMOP	39431.1	45785.4	53856.0	62193.5	71611.0
	S/RMWK	37897.6	45037.8	52582.9	60785.9	71485.0
	JPT	27559.5	32750.6	38142.4	44556.3	50359.1
1.2	SPT	34370.00	39450.40	43488.34	49661.08	54921.24
	EDD	26874.04	32634.86	37043.52	42689.22	48719.86
	MDD	27206.38	31806.12	36714.34	42830.84	50093.68
	MST	32790.46	38238.58	45391.74	51369.42	59515.30
	S/RMOP	30209.86	35157.88	42186.14	47856.02	55478.43
	S/RMWK	29656.46	34667.08	40353.54	46573.02	54678.30
	JPT	19845.36	22912.08	27643.44	31304.02	36437.80
1.4	SPT	24671.84	28940.22	30842.12	35418.50	39132.44
	EDD	19927.58	23884.64	27102.50	31128.52	35722.90
	MDD	19755.18	23338.74	26683.83	30758.34	36993.48
	MST	24908.72	27070.36	32364.62	36430.44	44480.40
	S/RMOP	21216.12	24445.96	28161.22	34068.34	39468.20
	S/RMWK	20863.62	23750.16	27575.42	33128.04	38879.70
	JPT	11703.36	13448.28	15819.58	18721.74	21818.60



<그림 2> 10X10 문제의 평균 총납기지연 비교



<그림 3> 20X20 문제의 평균 총납기지연 비교



<그림 4> 30X30 문제의 평균 총납기지연 비교

4. 결론

본 연구에서는 먼저, 두개 공정씩 쌍으로 비교하여 예상되는 총납기지연 값에 대하여 선행이 바람직한 하나의 공정을 선택하는 JPT를 제시하였다.

JPT와 기존 할당규칙들과의 비교 실험결과 JPT가 상대적으로 우수한 스케줄 결과를 얻을 수 있었다 특히 납기의 긴급도가 낮아질수록, 즉 납기에 대한 여유가 있을수록 더욱 우수한 결과를 보이는데 이는 총납기지연 측면에서 보다 더 선행이 바람직한 공정들을 쌍으로 비교해서 할당해 나가는 JPT 특성의 우수성을 더욱 확실하게 해주었다.

그리고 JPT에 의해 얻어진 스케줄 결과를 근사적기법(Heuristic)에서 초기해로 사용한다면 더욱 빠르고 향상되는 개선해를 구하는데 크게 도움이 될 것으로 예상된다. 따라서 현재 JPT에 근거한 근사적기법의 개발에 대한 연구가 진행 중에 있다.

참고문헌

- [1] Baker, K. R and Bertrand, J. W., "A Dynamic Priority Rule for Scheduling against Due-Dates", Journal of Operations management, 3(1982), pp37-42.
- [2] Baker, K. R. and Kanet, J. J. "Job shop scheduling with modified due dates", J. Ops Mamt 4(1983), pp11-21.
- [3] Conway, R. W. "Priority dispatching and job lateness in a job shop", J. ind. Engng 29(1965), pp228-237.