

자기모멘트 및 비등방성 측정을 위한 양함수의 매개인자 결정법: 최소제곱맞춤법

한국과학기술원 물리학과 허진*, 신성철

Least square fitting the explicit and closed-form function of experimental parameters to measurements: Measurements of magnetic moment and magnetic anisotropy

KAIST Jeon Hur*, Sung-Chul Shin

1. 서론

본 논문에서는 일축비등방성 단자구 자성체의 돌림힘을 기술하는 닫힌형태의 양함수들 (explicit functions)을 이용하여 Levenberg-Marquart 맞춤법(method of fitting)에 의한 비등방성에너지 및 포화 자기모멘트 측정의 새방법을 개발하였다.

2. 본론

자기화량이 M 인 시료의 단위 부피당 총 에너지 E 는 $E = K \sin^2(\theta - \theta_0) - MH \cos(\phi - \theta)$ 로 나타낼 수 있다. 여기서, K 는 형상비등방성과 고유비등방성을 함께 고려한 일차 일축 비등방성 에너지 상수이고, θ , θ_0 및 ϕ 는 각각 자기화, 양의 용이축, 자기마당 방향들이다. 유효 비등방성 자기마당 H_K 는 $H_K = 2K/M$ 로 정의되었다. 한편, 돌림힘 $\tau (= \vec{M} \times \vec{H})$ 는 $\tau = MH \sin(\phi - \theta)$ 로 나타낼 수 있다. 이제, 무차원 자기마당 $h (= H/H_K)$, 무차원 돌림힘 $t (= \tau/K)$, 양의 용이축 방향으로부터 측정된 자기화의 방향 $\phi' (= \phi - \theta_0)$ 을 도입한다. 이때, 평형상태의 조건 $MH \sin(\phi - \theta) = K \sin 2(\theta - \theta_0)$ 은 $t^4 + 4h^2 \sin 2\phi' t^3 + 4h^2(h^2 - 1)t^2 - 8h^4 \sin 2\phi' t + 4h^4 \sin^2 2\phi' = 0$ 으로 변환될 수 있다. 이 4차 방정식을 만족하며 $h \geq \text{Min}(\sqrt{2}h_0, h_x')$ 일 때 물리적으로 합당한 자기화 역전을 고려하면, 돌림힘 함수는 다음과 같다.

$$t(\phi', h; h_0) = \begin{cases} t_1 & \text{for } 0 \leq \phi' \leq \frac{\pi}{4}, \\ t_2 & \text{for } \frac{\pi}{4} \leq \phi' < \phi_c, \\ t_3 & \text{for } \phi_c \leq \phi' \leq \frac{3\pi}{4}, \\ t_4 & \text{for } \frac{3\pi}{4} \leq \phi' \leq \pi, \end{cases} \quad (1)$$

여기서, h_0 , h_x' , 및 ϕ_c 는 자기화 역전기구 전환 이론[1]에서의 자벽이 생성되거나 이동하기 위한 무차원 최소 임계자기마당 세기, 자기화 역전기구 전환의 무차원 기준 자기마당 세기, 자기화 역전 자기마당 방향들이다. t_1, t_2, t_3, t_4 는 본 논문에서 언급한 4차 방정식의 수학적 해들이다. 한편, 4차

방정식의 좌우변을 ϕ' 및 h 로 편미분하여 다음 식들을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial t}{\partial \phi'} = \frac{2h^2 \cos 2\phi' t^3 - 2h^4 \cos 2\phi' t + h^4 \sin 4\phi'}{t^3 + 3h^2 \sin 2\phi' t^2 + 2h^2(h^2 - 1)t - 2h^4 \sin 2\phi'} \quad (2)$$

$$\frac{\partial t}{\partial h} = \frac{2h \sin 2\phi' t^3 + 2h(4h^2 - 1)t^2 - 8h^3 \sin 2\phi' t + 4h^3 \sin^2 2\phi'}{t^3 + 3h^2 \sin 2\phi' t^2 + 2h^2(h^2 - 1)t - 2h^4 \sin 2\phi'} \quad (3)$$

이제, 일축비등방성 단자구 자성체의 부피를 V , 실험 돌림힘 L 이라 하면, $L = \tau V$ 를 만족하므로 다음 식이 성립한다.

$$L(\phi, H; H_K, \theta_0, H_0) = KV t(\phi - \theta_0, h; h_0) \quad (4)$$

한편, 돌림힘 및 자기마당 방향의 원점 교정들이 부정확한 경우에 생길 수 있는 offset들을 각각 L_0 및 $\Delta\phi$ 라 하면, 실험적인 돌림힘은 다음과 같이 나타낼 수 있을 것이다.

$$L = K't(\phi - \theta_0 - \Delta\phi, h; h_0) + L_0 \quad (5)$$

$$= K't(\phi - \phi_0, h; h_0) + L_0 \quad (6)$$

여기서, $\phi_0 = \theta_0 + \Delta\phi$ 가 성립하고, $K' (= KV)$ 은 비등방성 에너지상수와 부피의 곱으로서 비등방성 에너지이다.

일반적으로 맞춤측정법은 측정된 결과와 잘 부합하는 이론적인 모델의 맞춤인자들을 구하는 방법이다. 여기서 모델은 다항식 같은 단순한 양함수일 수도 있고 측정된 결과가 만족해야 하는 이론에서 나온 양함수일 수도 있다. 본 연구에서는 맞추기를 실행하는 알고리즘으로는 Levenberg-Marquart의 알고리즘을 이용하고, 맞춤함수로는 식 (6)를 이용하고, 맞춤인자로는 K' , L_0 , ϕ_0 , 및 h 를 이용하였다. Levenberg-Marquart 방법은

맞춤함수외에 맞춤인자에 대한 편미분 함수들이 필요한데, 이들 인자들에 대한 식 (6)의 편미분 함수들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial L}{\partial K'} = t(\phi - \phi_0, h; h_0), \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_0} = 1, \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_0} = -K' \frac{\partial t(\phi - \phi_0, h; h_0)}{\partial \phi}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = K' \frac{\partial t(\phi - \phi_0, h; h_0)}{\partial h}. \quad (10)$$

여기서 식 (7), (8), (9), (10)들도 닫힌형태의 양함수임은 강조되어야 한다. 즉, K' , h , ϕ_0 , L_0 의 값을 돌림힘 곡선으로부터 맞춤법을 이용하여 측정할 수 있다.

한편, $H_k = H/h$ 및 $M'_s = 2K'h$ 이 성립한다. 여기서, M'_s 은 포화 자기모멘트 (saturated magnetic moment)이다. 따라서, H , K' 및 h 를 측정하면, 비등방성 자기마당세기 및 포화 자기모멘트를 구할 수 있다. 이때, 시료의 부피 V 를 알면 $M'_s = MV$ 및 $K' = KV$ 로부터 비등방성 에너지 상수 및 포화 자기화량도 구할 수 있다. 개발된 새 측정법의 신뢰도를 알아보기 위해 (x -Å Co/9-Å Pd) 다층박막들($x = 4, 6, 8$)의 L - ϕ 곡선 해석에 새로운 방법을 적용하여 K' , L_0 , ϕ_0 , 및 h 를 측정하여 표 1에 요약하였다. 그림 1에 L - ϕ 돌림힘 곡선들과 새 측정법에 의해 측정된 맞춤인자를 이용하여 계산되어진 이론적인 돌림힘 곡선들을 각각 기호와 실선으로 나타냈다. $x = 4$ 인 시료를 제외하고는 $L_{hp+}L'_0 + L'_{\frac{\pi}{2}}L'_0 - L_{hp+}L'_{\frac{\pi}{2}} = 0$ 을 만족하였다. $x = 4$ 인 시료의 실험 τ - ϕ 곡선이 이론 곡선과 큰 차이가 나는 원천으로 두가지를 들 수 있다. 먼저 Co의 두께의 증가에 따른 Co층에서의 2차 비등방성 에너지의 기여이다. 그러나 이러한 주장이 맞다면, Co층이 두꺼워짐에 따라 2차 비등방성 에너지의 기여가 커지므로 이론 곡선과 실험 곡선의 차이는 증가해야 할 것이다. 그러나 이러한 주장은 타당하지 않다. 왜냐하면, (x -Å Co/9-Å Pd) 다층박막들에서 Co층이 두께 x 가 증가함에 따라 $x > 4$ 인 시료의 실험 L - ϕ 곡선들은 오히려 식 $L_{hp+}L'_0 + L'_{\frac{\pi}{2}}L'_0 - L_{hp+}L'_{\frac{\pi}{2}} = 0$ 을 잘 만족하기 때문이다. 따라서, (x -Å Co/9-Å Pd) 다층박막에서 Co층 두께 x 의 증가에 따라 용이축이 박막면에 수직인 방향에서 박막면으로 전이하는 두께(≈ 5 Å)와 가까운

4 Å의 Co층들의 제조시, 각 Co층들의 두께의 변동 및 한 Co층안에서 Co두께 변동에 의한 수평자성 지역과 수직자성 지역들의 공존한다고 사료된다. 이를 규명하기 위해, 각 Co층들의 두께의 변동 또는 한 Co층안에서 Co두께 변동을 측정할 수 있는 실험과 수평 및 수직 용이축을 갖는 시료의 돌림힘 곡선에 대한 이론적 연구가 수행되어야 할 것이다.

표 1. Summary of measurements Quantities measured from $h = L'_0/(2L_{hp+} - L'_0)$ were given in parenthesis.

Samples	K' (dyne cm)	M'_s (emu)	ϕ_0 (deg.)	h
4-Å Co/ 9Å Pd	1.68	33.8	1	20.1 (9.23)
6-Å Co/ 9Å Pd	0.48	0.96	97	2.01 (1.97)
8-Å Co/ 9Å Pd	1.60	1.63	92	1.02 (1.16)

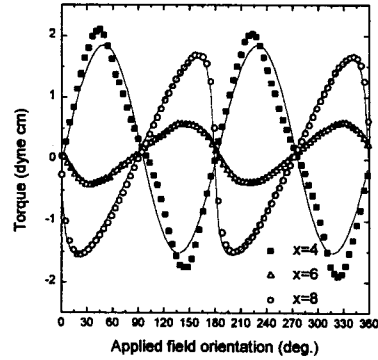


그림 1. Theoretical and experimental L - ϕ curves of (x -Å Co/9-Å Pd). Here, $x=4, 6, 8$.

3. 결론

본 논문에서 제시하는 방법은 측정된 모든 결과를 활용하므로 몇개의 측정결과를 활용하는 다른 방법들에 비해 정확한 측정이 가능하고, 실험 및 이론 L - ϕ 곡선들의 비교로부터 측정 결과의 신뢰도를 간단히 파악할 수 있고, 돌림힘 및 자기마당 측정시 그들의 원점교정들이 필요없는 장점을 갖는다.

4. 참고 문헌

- [1] 허진, 신성철, 응용물리, 10 (5), 463 (1997).