

# 카오틱 신경망을 이용한 카오틱 시스템의 모사

장 창 화\*, 홍 수 동\*, 김 상 희\*\*

\* 금오공과대학교 전자공학부 대학원

\*\* 금오공과대학교 전자공학부 조교수

## On the Identification of a Chaotic System using Chaotic Neural Networks

Chang-Wha Jang, Su-Dong Hong, and Sang-Hee Kim

School of Electronics Engineering, Kumoh Nat. Univ. of Tech., Korea

E-mail: cwjang@knut.kumoh.ac.kr

**Abstract** - In this paper, we discuss the identification of a chaotic system using chaotic neural networks. Because of selfconnections in neuron itself and interconnections between neurons, chaotic neural networks identifiers show good performance in highly nonlinear dynamics such as chaotic system. Simulation results are presented to demonstrate robustness of chaotic neural networks identifier.

### 1. 서론

신경회로망은 비선형동적시스템의 모사 및 제어에 광범위하게 적용되어 왔다. 일반적으로 물리적 시스템의 실질적인 모델은 비선형이고 거의 알 수 없거나 주위의 환경 변화에 따라 동반하여 변화하는 파라미터들을 포함하고 있다. 인공신경망은 외란에 적용하며 복잡한 모델링을 수학적 해석없이 미지의 플랜트에 직접 적용할 수 있다는 장점뿐만 아니라 학습 능력과 일반화 능력을 가지고 있어 모사기로 사용할 경우, 미지의 제어 대상을 단일 파라미터를 가지는 신경망으로 복제함으로써 지속적인 모사대상의 변화에 적용할 수 있어 비선형 다이내믹 시스템의 모사에 뛰어난 성능을 보이고 있다. Narendra[1]는 오차 역전파 알고리즘을 이용한 직접 적용 제어와 간접 적용 제어 기법에 대한 특징을 정리하고 직접 적용 제어 기법을 사용할 경우 제어 대상의 자코비언을 얻기 위해서는 제어 대상을 모사한 신경망 모사기의 사용을 정리하였다. 기존의 리커런트 신경망을 이용한 모사는 여러 논문에서 언급되었다. Dai[2]는 다이내믹 신경망을 이용한 미지의 다변수 비선형 시스템을 모사했으며, 또한 Suykens[3]는 리커런트 상태 공간 모델을 이용한 카오틱 시스템의 모사에 관하여 연구하여 기존의 모사 방식과 비교하여 우수한 성능을 보였으나 신경망 자체의 한계를 보이고 있다.

한편, 생체 신경망에서 일반적으로 나타나는 카오틱

특성을 고려한 카오틱 신경망에 대한 연구가 최근 활발하게 진행되고 있다[4-6]. 카오틱 다이내믹을 가지는 뉴런 모델로 구성된 카오틱 신경망은 기존의 다층 신경망과 리커런트 신경망이 가지는 층간 결합 계수와 상태 궤환 뿐만 아니라 자기 자신으로의 궤환항을 추가적으로 가지고 있으므로 비선형성이 강하고 복잡하며, 상호 커플링이 심한 비선형 동적 시스템에 더욱 효과적으로 적용한다.[6]

본 논문에서는 카오틱 특성을 가지는 시스템이 파라메터 상호간에 상호 커플링이 심하다는 점에서 카오틱 신경망을 이용하여 카오틱 특성을 가지는 동적 시스템의 모사를 구현하였다. 카오틱 시스템의 모델로 카오틱 동특성을 가지는 Chua's circuit[7]를 선정하여 카오틱 다이내믹을 가지는 카오틱 신경망을 이용한 모사를 모의 실험하고, 카오틱 신경망 모사기가 카오틱 특성을 가지는 시스템을 충분히 모사할 수 있음을 확인하는 연구를 수행하였다.

### 2. 카오틱 신경 세포와 신경망

Aihara[4]는 Nagumo와 Sato[5]의 모델에 대하여 단일 입력의 뉴런으로 가정하고 다음과 같은 모델을 제안하였다.

$$x(t+1) = f\left(A(t) - \alpha \sum_{r=0}^{\infty} k^r x(t-r) - \theta\right) \quad (1)$$

여기서  $x(t+1)$ 는 이산 시간  $t+1$ 에서의 뉴런의 출력으로 뉴런의 내부 상태의 값에 따라 0과 1의 값을 가진다.  $f(\cdot)$ 는 시그모이드 함수이며  $A(t)$ 는 이산 시간  $t$ 에서 입력 신호의 세기를 의미한다.  $-ak^r$ 는 0과 1 사이의 값을 가지는 불응성의 시간 감쇠 지수를 의미하며  $\theta$ 는 카오틱 뉴런의 문턱치를 나타낸다.

이산 시간  $t+1$ 에서 카오틱 뉴런의 내부 상태를 다음과 가정하면 식 (1)은 식 (3)~(4)으로 표현할 수 있다.

$$y(t+1) = A(t) - a \sum_{r=0}^t k^r x(t-r) - \theta \quad (2)$$

$$y(t+1) = ky(t) - af[y(t)] + a(t) \quad (3)$$

$$x_i(t+1) = f[y(t+1)] \quad (4)$$

여기서  $a(t)$ 는 주기 배가 변수(bifurcation parameter)로서 다음 식과 같이 정의된다.

$$a(t) = A(t) - kA(t-1) - \theta(1-k) \quad (5)$$

카오틱 신경망내 단일 요소로서의 카오틱 뉴런 모델은 그림 1로 나타난다. 단위 카오틱 뉴런은 2가지의 입력으로 표현되지만 카오틱 신경망 내의 카오틱 뉴런은 3개의 입력 - 하위층으로부터의 외부 입력, 동일층으로부터의 내부 입력, 그리고 뉴런 자신의 자기 재환에 의한 입력 - 으로 구성된다.

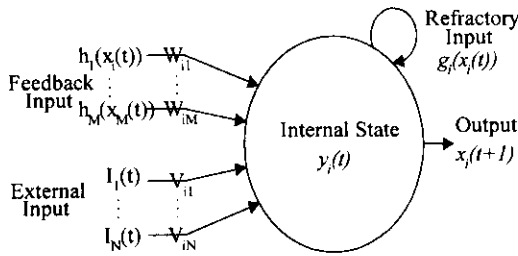


그림 1. 단일 카오틱 뉴런

일반적으로 시간  $t+1$ 에서의 카오틱 신경망 내의  $i$ 번째 뉴런의 동역학 모델은 식 (6)으로 나타난다.

$$x_i(t+1) = f_i \left[ \sum_{j=1}^N V_{ij} \sum_{r=0}^t k_j^r I_j(t-r) + \sum_{j=1}^M W_{ij} \sum_{r=0}^t k_H^r h_j(x_j(t-r)) - a \sum_{r=0}^t k_G^r g_i(x_i(t-r)) - \theta \right] \quad (6)$$

여기서  $f_i(\cdot)$ 는 활성화 함수로서 시그모이드 함수를 사용하였다.  $V_{ij}$ 와  $W_{ij}$ 는 하위층과 동일층의  $j$ 번째 뉴런과의 결합 계수를 의미한다.  $I_j(t-r)$ ,  $h_j(x_j(t-r))$  그리고  $g_i(x_i(t-r))$ 는 각각 시간  $t+1$ 에서의 하위층과

동일층 그리고 불응성에 의한 입력 함수를 나타낸다.  $N$ 과  $M$ 은 하위층과 동일층의 카오틱 뉴런의 수를 의미한다.  $k_I, k_H$ , 그리고  $k_G$ 는 각각 외부 입력, 동일층 입력 그리고 불응성의 시간 감쇠 지수이며 본 논문에서는 3개의 시간 감쇠 지수를 모두 동일하게 설정하였고  $\theta$ 는 카오틱 뉴런의 문턱값이다.

식 (3)을 동일층에서의 입력과 하위층에서의 입력 그리고 과거값에 의한 불응의 값으로 나누어 생각할 수 있다.

시간  $t+1$ 에서의  $i$ 번째 카오틱 뉴런의 내부 상태를 동일층으로부터의 입력과 하위층으로부터의 입력 그리고 불응항으로 다음과 같이 분리하여 표현할 수 있다.

$$y_i(t+1) = \xi_i(t) + \eta_i(t) + \zeta_i(t) \quad (7)$$

이때 다음 시간에서 우변 항의 각각의 값은 다음 식으로 표현되고 결국 출력의 값은 식 (11)로 표현된다.

$$\xi_i(t+1) = k\xi_i(t) + \sum_{j=1}^N V_{ij} I_j(t) \quad (8)$$

$$\eta_i(t+1) = k\eta_i(t) + \sum_{j=1}^M W_{ij} h_j(f(y_j(t))) \quad (9)$$

$$\zeta_i(t+1) = k\zeta_i(t) - ag_i(f_i(y_i(t))) - \theta_i(1-k) \quad (10)$$

$$x_i(t+1) = f[y_i(t+1)] \quad (11)$$

카오틱 신경망의 학습은 오차 역전파 알고리즘을 이용하여 결합계수를 갱신함으로써 이루어진다.

카오틱 신경망을 이용하여 모사할 카오틱 다이내믹 시스템으로 다음과 같은 Chua's circuit를 선택하였다[7].

$$C_1 \frac{\partial v_{C_1}}{\partial t} = G \cdot (v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \quad (12)$$

$$C_2 \frac{\partial v_{C_2}}{\partial t} = G \cdot (v_{C_1} - v_{C_2}) - i_L \quad (13)$$

$$L \frac{\partial i_L}{\partial t} = -v_{C_2} \quad (14)$$

$$g(v_{C_1}) = m_0 \cdot v_{C_1} + 0.5 \cdot (m_1 - m_0) \cdot |v_{C_1} + B_p| + 0.5 \cdot (m_0 - m_1) \cdot |v_{C_1} - B_p| \quad (15)$$

여기서 각 파라미터 값을  $m_0 = -0.5$ ,  $m_1 = 0.8$ ,  $\frac{1}{C_1} = 9$ ,  $\frac{1}{C_2} = 1$ ,  $\frac{1}{L} = 7$ ,  $G = 0.7$ ,  $B_p = 1$ 로 설정하고 초기 조건을  $v_{C_1}(0) = 0.9365$ ,  $v_{C_2}(0) = -0.0610$ ,  $i_L(0) = -0.1889$ 로 설정하면 두 개의 어트랙터를 가지는 카오틱 다이내믹을 구현한다.

### 3. 카오틱 신경망 모사기의 구성

카오틱 신경망 모사기의 구조는 그림 2와 같다.

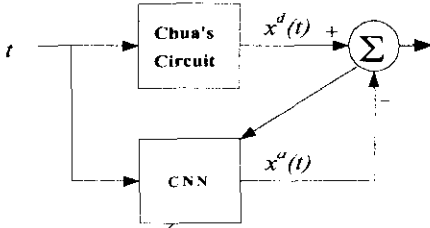


그림 2. 신경망 모사기의 구조

그림 2에서  $t$ 는 시간,  $x^d(t)$ 와  $x^a(t)$ 는 각각 원하는 출력값과 실제 신경망의 출력값을 의미한다. 사용된 비용함수는 다음과 같다.

$$J = \frac{1}{2} [x^d(t) - x^a(t)]^2 \quad (16)$$

제안된 카오틱 신경망은 기존의 카오틱 신경망과는 달리 층내 뉴런사이에 단 방향을 가지는 결합계수를 2개씩 설정하였으며, 층간 결합계수와 층내 결합계수를 오차 역전파 알고리즘을 이용하여 학습하였다. 이는 출력층의 오차가 감소하는 방향으로 각 결합계수를 갱신함을 의미한다. 학습의 효율성을 향상시키기 위해 출력층을 제외한 모든 층에 바이어스를 설정하였다. 층간의 결합계수는 일반적인 다층신경망의 경우와 같이 하위층에서 상위층으로의 단방향 결합계수를 가지게 하였고, 같은 층내의 뉴런들 사이의 결합계수는 단방향을 가지도록 하였으며, 바이어스와 결합계수는 바이어스에서 뉴런으로의 결합계수만을 정의하였다. 제안된 카오틱 신경망의 초기 결합계수들은 임의로 설정되고 입력은 원하는 출력값으로 하였으며 용도에 따라 입·출력의 정의를 변경하여 사용할 수 있다. 카오틱 신경망의 입력 뉴런은 입력신호를 그대로 출력하게 하였으며 입력층을 제외한 모든 층의 뉴런은 활성화함수와 불응성을 가지도록 하였다. 활성화함수는 시그모이드 함수를 선택하였으며, 각 뉴런의 축삭의 전달함수와 불응함수는 1의 값을 가지는 항등함수(Identity Function)로 설정하였다.

### 4. 모의 실험 결과

카오틱 신경망 모사기는 3개의 입력 뉴런과 실험적으로 설정된 10개의 카오틱 뉴런을 가지는 하나의 은닉층 그리고 각 층에 해당하는 하나의 출력 뉴런으로 설정하였다. 입력은 각각 입력 번호, 원하는 출력 값, 그리고

Bias로 설정하였다. 카오틱 신경망의 입력 뉴런은 입력 신호를 그대로 출력하게 하였으며 입력층을 제외한 모든 층의 뉴런은 활성화함수와 불응성을 가지도록 하였다. 신경망 모사기의 결합계수는  $\pm 0.5$ 사이의 임의의 값으로 할당하였으며 기타 사용된 파라미터는 실험적으로 다음과 같이 설정하였다. 학습률  $\eta = 0.005$ , 모멘텀률  $\alpha = 0.6$ , 그리고 시간 감쇠 지수  $k_I = k_H = k_G = 0.7$ 로 설정하였으며 카오틱 뉴런의 활성화 함수는 기울기 1의 값을 가지는 시그모이드 함수를 사용하였다. 그림 3은 2000회 학습에 따른 정규화된 학습 오차를 표현하였다. 최종적인 정규화 오차는 0.007804이다. 그림 4.은 2000회 학습 후의 각 층에 대한 모사 상태를 나타내고 있다. 그림에 따르면 실제된 카오틱 신경망 모사기는 적은 수의 뉴런에도 불구하고 거의 완벽하게 목표값을 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 여기서, X, Y 그리고 Z는 각각  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$ ,  $i_L$  을 의미한다. 그림 5은 그림 4에서의 카오틱 모사기 출력을 2차원적으로 표현한 것이다. 모사후 카오틱 다이내믹이 신경망의 출력으로 나타남을 확인할 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 카오틱 다이내믹 특성을 가지는 비선형 시스템을 카오틱 신경망을 이용하여 모사하였다. 카오틱 다이내믹을 가지는 뉴런 모델로 구성된 카오틱 신경망은 기존 신경망이 가지는 상호 결합 계수 뿐 만 아니라 자기 자신으로의 추가적인 궤환항을 가지고 있으므로 복잡하고 상호 커플링이 심한 시스템에 더욱 효과적으로 적용된다. 모의 실험 결과 Time delay를 설정하지 않았고 시간을 입력으로하여 카오틱 신경망 모사기가 완벽한 모사 능력을 가짐을 확인할 수 있었다. 모의 실험결과 카오틱 시스템과 같이 비선형성이 매우강한 시스템에서 매우 빠른 모사가 이루어짐에 따라 비선형 시변 시스템의 온라인 방식의 적용제어의 붐조에 사용될 수 있는 가능성을 보여주었다. 추후, 단일 신경망에 의한 카오틱 모선의 모사에 대하여 연구할 분야이다.

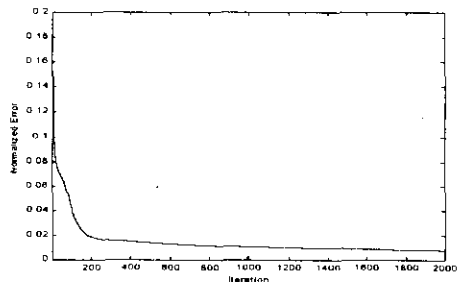
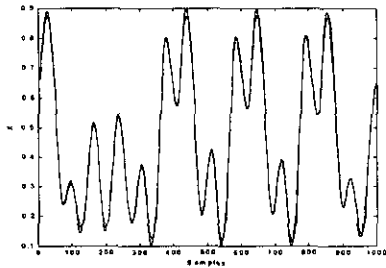
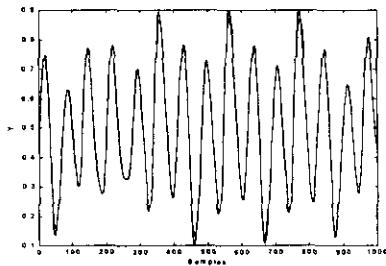


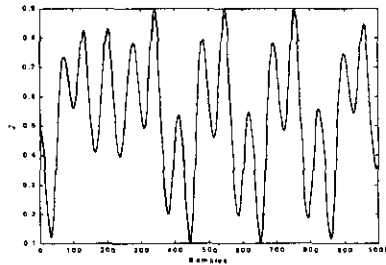
그림 3. 학습에 따른 오차 변화 곡선



(a) X 축

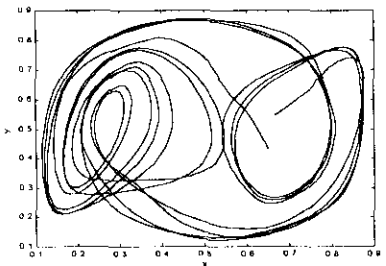


(b) Y 축

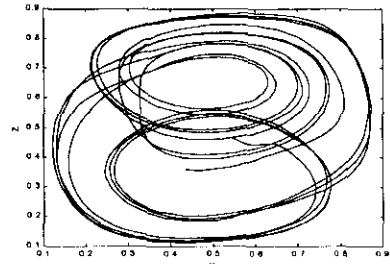


(c) Z 축

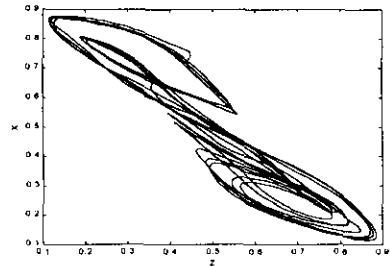
그림 4. 2000회 학습후의 각 축에 대한 모사 결과



(a) X-Y Table



(b) Y-Z Table



(c) Z-X Table

그림 5. 2000회 학습후의 각 평면 출력

참고문헌

- [1] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Gradient Methods for Self-learning Control Systems containing Neural Networks", *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 2, pp. 252-262, Mar. 1991.
- [2] Q. H. Dai, Z. T. Tao, Y. M. Zhang, T. Y. Chai and L. H. Xia, "Robust Identification for Unknown Nonlinear Multivariable Systems Based on Dynamic Neural Networks", *ICNN*. pp 2244-2249. 1996.
- [3] J. A. K. Suykens and J. Vandewalle, "On the identification of a chaotic system by means of recurrent neural state space models", *ICNN*. pp 1570-1573. 1995.
- [4] K. Aihara, T. Takabe and M. Toyoda, "Chaotic Neural Networks", *Phys. Lett. A*144, pp. 333-340, 1990.
- [5] J. Nagumo and S. Sato, "On a Response Characteristics of a Mathematical Neuron Model", *Kybernetik*. 10, pp. 155-164, 1972.
- [6] S. H. Kim, C. W. Jang, H. G. Choi and C. H. Chai, "Trajectory Control of Robotic Manipulators using Chaotic Neural Networks", *ICNN*. Vol. 3, pp. 1685-1688, 1997.[6]
- [7] L. O. Chua, M. Komuro and T. Matsumoto, "The Double Scroll Family", *IEEE Trans. Circuit and Systems*. Vol. CAS-33, No. 11, pp. 1072-1118. 1986.