

가변 스텝사이즈를 갖는 월시-아다말 변환 적응 필터

오 신범 이 채욱
대구대학교 정보통신공학부

A Walsh-Hadamard Transform Adaptive Filter with Time-Varying Step Size

Shin-Byum Oh Chae-Wook Lee

Dept. of Computer and Communication Engineering, Taegu Univ.

osb@galaxy.taegu.ac.kr

cwlee@biho.taegu.ac.kr

Abstract

we propose the Walsh-Hadamard Transform adaptive filter with time-varying step size. The performance of the proposed algorithm is evaluated in system identification where computer simulations are performed for both time-invariant and time-varying system. It is shown that the proposed algorithm produces good results compared with similar algorithms under different conditions, particularly in case of time-varying circumstance

I. 서론

적용신호처리 분야에서 steepest descent 방식인 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 식이 간단하고 계산량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 고유치 분포폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 신호를 주파수영역으로 변환하여 고유치 분포폭을 줄임으로써 수렴속도를 향상시킬 수 있다 [1]. 그러나 주파수 영역으로 변환시키는 DFT(Discrete Fourier Transform)는 복소 변환이므로 실제 응용에서 복소 계산이 요구되어 진다. 이것은 실수값을 갖는 직교변환 알고리즘에 관한 연구의 계기가 되었으며, DCT(Discrete Cosine Transform), WHT(Walsh-Hadamard Transform)등이 많이 알려져 있다 [1][2][3].

적용 LMS알고리즘은 수렴속도와 수렴오차를 결정하는 핵심인자인 μ 를 입력값에 의해 결정되는 수렴법

위 안에 일정한 값으로 설정하는데, 실제 입력진력에 대한 사전정보가 없으면 μ 를 적절히 선택한다는 것은 매우 어렵다. 특히 주위의 환경이 변화하는 경우에 이러한 고정된 적응상수가 수렴범위를 넘게 되어 시스템이 발산하는 경우도 발생한다. 이러한 단점을 극복하기 위한 방법으로 적응상수를 입력신호의 전력에 역비례하도록 한 NLMS(Normalized LMS)알고리즘과 가변 step size를 가지는 알고리즘이 발표되고 있다. 그러나 이 방법들도 또 다른 수렴인자를 선택해야하는 불합리성을 가지고 있다 [4][5].

본 연구에서는 빠른 수렴을 얻기 위해 시간영역의 적용알고리즘을 WIIT변환을 사용하여, 적응상수인 μ 값을 주위환경 변화에 자동적으로 조절하는 알고리즘을 제안한다. 그리고 제안한 알고리즘의 계산량을 줄이기 위해 부분수정 가중치 알고리즘을 사용한다 [6]. 그리고 이 알고리즘을 시스템 식별에 적용하여 다른 방식의 알고리즘과 비교한다.

II. 변환영역 적응필터

변환영역 적응필터 구조는 그림 1과 같다. 지연선

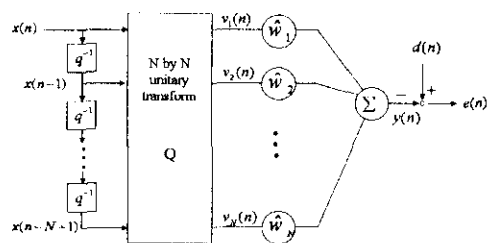


그림 1. 변환영역 적응필터

출력은 N개의 입력샘플들의 벡터임을 알 수 있다.

$$X(n)=[x(n)x(n-1)\cdots x(n-N+1)]^T \quad (1)$$

필터의 차수가 N으로 고정되어 있을 때 변환행렬 Q는 $N \times N$ 크기를 가지며 직교 변환이므로 $QQ^T=I$ 가 된다. 이 때 벡터 $V(n)$ 을 구성하는 변환출력은 다음과 같이 주어진다.

$$V(n)=[v_1(n)v_2(n)\cdots v_N(n)]^T \quad (2)$$

가중치벡터는

$$W(n)=[w_1(n)w_2(n)\cdots w_N(n)]^T \quad (3)$$

필터의 출력은

$$y(n)=W^T(n)V(n)=W^T QX(n) \quad (4)$$

출력오차는

$$e(n)=d(n)-y(n) \quad (5)$$

으로 나타낼 수 있으며, 가중치벡터를 업데이트하기 위한 알고리즘은 정규화된 LMS형태로 나타내면 다음과 같다.

$$W(n+1)=W(n)+2\mu\Lambda^{-2}e(n)V^*(n)$$

$$\Lambda^{-2}=\text{diag}[\sigma_1^2\sigma_2^2\cdots\sigma_N^2] \quad (6)$$

여기서, $\sigma_i^2 = E[|v_i(n)|^2]$ 로 근사화 할 수 있다. 식 (6)에서 위 첨자 *는 복소공액을 나타낸다. 일반적으로 변환영역은 복소수이다. 따라서 복소 LMS알고리즘이 적용된다. 이와 같은 직교변환 알고리즘은 자기상관 행렬이 고유치 분포폭을 감소 시키므로써 빠른 수렴을 얻을 수 있다 [1][2].

III. 월시-아다말 적응필터링

푸리에 변환은 사인파 및 코사인파의 기본주파수와 그 고조파 성분에 대해서 함수 변환 연산을 행하고 있지만 이것에 비해 월시 변환은 사인파 및 코사인파를 포화시켜 +1과 -1의 2치를 취하도록 한 것이다 [7].

임의의 $N=2^r$ 개의 샘플값에 신호 $g(n)$ 에 대한 월시 변환 $G(m)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$G(m)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}g(n)wal(m,n) \quad (7)$$

식(7)을 푸리에 계수에 대한 월시 계수라고 부른다. 여기서 $wal(m,n)$ 은 다음과 같다.

$$wal(m,n)=\frac{1}{N}\prod_{i=0}^{r-1}(-1)^{b_i(m)b_{n+i}(n)} \quad (8) \text{ 식}$$

(7)로 주어진 월시 변환은 $N \times N$ 행렬인 W_N 을 이용해서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G=\frac{1}{N}W_N g \quad (9)$$

적용신호처리에서 DFT를 이용한 직교변환이 복소 곱셈과 덧셈을 필요로 하는 반면에, WHT은 오직 실수

덧셈과 뺄셈만을 필요로 한다. 이는 DFT에 비해 상당한 계산량을 줄일 수 있음을 의미한다. WHT 또한 DFT의 FFT처럼 fast 알고리즘을 사용하여 계산량을 줄일 수 있다. FFT는 $(N/2)\text{Log}_2 N$ 의 복소 곱셈과 $N\text{Log}_2 N$ 의 복소 덧셈이 요구된다. 게다가 한번의 복소 덧셈을 위해서는 두 번의 실수 덧셈을 필요로 하므로 FFT는 총 $2N\text{Log}_2 N$ 번의 실수 덧셈이 필요하다. 반면에 fast WHT은 실수 값을 갖는 직교변환으로, 입력이 실수라고 가정할 때 직교변환을 위해서는 오직 $N\text{Log}_2 N$ 의 덧셈만이 필요로 하며 곱셈은 필요하지 않는다 [3].

IV. 제안하는 변환영역 적응 알고리즘

1) μ 적응 알고리즘

먼저 적응상수 μ 를 시변이라고 가정하면, 변환영역 알고리즘은 다음과 같다.

$$w_i(n+1)=w_i(n)+2\mu_i e(n)v_i(n) \quad (10)$$

식(6)과 비교했을 때 다른 점은 $\mu_i, v_i(n)$ 가 포함되어 있다. μ_i 는 식(6)에서 고정된 값인데 반하여 식 (10)은 각 가중치, 각 반복 구간마다 변하는 값임을 의미한다. 또 식(10)에서 $v_i(n)$ 이 실수 값인 반면에 식(6)의 $V^*(n)$ 은 복소수이다. 이 차이는 일반적으로 DFT와 같이 복소 변환을 사용하였을 때, 나타나는 것으로 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 실수 값을 갖는 직교변환 중의 하나인 WHT를 사용하였다. 즉 Q를 아다말 행렬인 W_n 을 적용하였다.

다음으로 수렴범위 내에서 정규화된 적응상수의 변화를 얻기 위해서는 기울기 계급근의 절대치를 사용하여 지수(exponential)함수에 적용함으로써 아주 작은 기울기에서는 적응상수 값을 작게 변화시키고, 기울기가 클 때는 수렴범위의 최대 μ 값을 갖도록하기 위하여 다음과 같은 가변 스텝 사이즈를 제안한다.

$$\mu_i=[1-\exp(-\sqrt{(-2e(n)v_i(n))})]/\sigma_i^2 \quad (11)$$

제안한 알고리즘에서 반복 수행마다 각 가중치에 대해 개별적으로 수렴인자 μ_i 값이 주어지며 입력신호의 전력이나 오차의 크기에 관계없이 항상 안정된 수렴을 한다. 또한 기존의 가변 스텝사이즈를 갖는 방식에 비해 다른 인자의 도입이 필요 없다.

2) 가중치 부분 수정 알고리즘

한 스텝 동안 가중벡터를 수정하는 데 입력값의 차

이 때문에 모든 요소들이 동일한 폭으로 수정되지 않음을 알 수 있다. 즉 입력벡터의 각 요소의 크기에 따라 가중벡터의 변화량이 다르며 큰 입력이 가중벡터의 수정에 상대적으로 더 많은 영향을 미친다. 이런 점에 착안하여 입력벡터의 크기를 비교해서 크기가 큰 M 개를 선택해서 이에 해당하는 가중벡터의 요소들만 수정하고 선택되지 않은 요소, 즉 입력의 크기가 작아 수정에 영향이 적은 가중치들은 그 이전 값을 그대로 유지한다. 이렇게 함으로써 LMS 알고리즘의 수렴속도를 크게 훼손하지 않고 계산량을 줄일 수 있다. 다만 이 알고리즘은 입력의 크기를 비교해서 입력의 큰 M 개를 소팅하는 과정이 필요하다. 다음은 식(10)과 식(11)을 가중치 부분 수정 알고리즘에 적용했을 때, 그것에 대한 수식 표현이다.

$$w_i(n+1) = \begin{cases} w_i(n) + \mu_i e(n) v_i(n) & \text{if } |v_i(n)| \in \text{입력값 } N\text{개중} \\ & \text{크기가큰 } M\text{개} \\ w_i(n) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

식(12)에서 보듯이 적응필터의 길이가 N 인 시스템에서 N 개의 요소들 중 M 개만을 수정함으로써 계산량을 줄일 수 있다 [6][8].

V. 컴퓨터 시뮬레이션

실험은 제안한 알고리즘과 기존의 알고리즘을 시스템 식별에 적용하여 수행하였다. 그림 2의 시스템 식별 구조에서 보듯이 바라는 신호는 FIR필터 형태를 갖는 미지의 시스템에서 출력되며 적응필터와 미지 시스템으로 입력되는 신호는 평균이 0인 백색 균일 잡음 신호를 이용하였고, 적응필터가 수렴하여 이 미지 시스템의 계수를 추정해 내는 구조이다.

이 때 바라는 신호에 첨가되는 잡음 성분은 없다고 가정하여 미지 시스템과 적응필터의 출력오차를 비교하였다. 컴퓨터 시뮬레이션은 미지 시스템의 시불변인 경우와 시변인 시스템으로 나누어 NLMS, 그리고 변환영역 적용 알고리즘에서는 WHT를 사용하여 입력전력에 의해 정규화한 알고리즘과 제안한 알고리즘인 식(10), 식(11)과 비교하였다. 편이상 전자를 WLMS알고리즘, 식(10)은 μ -WLMS알고리즘, 그리고 식(11)을 μ -WSLMS알고리즘이라 부르기로 한다. 이 때 수렴속도와 수렴오차, 그리고 적응력을 나타내는 MSE의 dB값을 사용하기로 한다.

모든 필터의 차수는 16차로 하였으며 미지 시스템의 시불변, 시변환경에서 필터 계수는 표 1, 표 2와 같다. 고정된 적용상수 값을 가지는 NLMS와 WLMS인 경우, $\mu=0.01$ 로 하였으며 μ -WSLMS알고리즘에서는 $M=8$ 로 하였다.

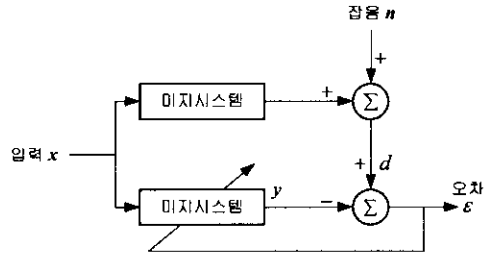


그림 2. System 식별 구조

표 1. 필터계수 1

$h(1)=-.07568268$
$h(2)=-.00000002 =h(16)$
$h(3)=.06236592 =h(15)$
$h(4)=.00000000 =h(14)$
$h(5)=.09354896 =h(13)$
$h(6)=.00000000 =h(12)$
$h(7)=-.30273070 =h(11)$
$h(8)=-.00000002 =h(10)$
$h(9)=.39999990$

표 2. 필터 계수 2

$h(1)=-.02338721$
$h(2)=-.08226114 =h(16)$
$h(3)=-.05045511 =h(15)$
$h(4)=.00000000 =h(14)$
$h(5)=-.07568266 =h(13)$
$h(6)=-.19194270 =h(12)$
$h(7)=-.09354894 =h(11)$
$h(8)=.21994670 =h(10)$
$h(9)=.40000000$

1) 시불변 시스템

미지의 시스템의 필터계수가 표 1과 같을 때 각 알고리즘에 대한 MSE[dB]를 그림 3에 보였다. 그림 3의 시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이 제안한 알고리즘인 μ -WSLMS와 μ -WLMS 알고리즘이 다른 알고리즘에 비해 좋은 성능을 보였다. NLMS알고리즘은 직교변환형태인 WLMS알고리즘에 비해 수렴속도가 느렸으며, 제안한 알고리즘에서는 μ -WLMS 알고리즘이 μ -WSLMS알고리즘에 비해 우수한 수렴능력을 보여주고 있으나, μ -WSLMS 알고리즘은 μ -WLMS알고리즘에 비해 계산량이 적다는 장점이 있다.

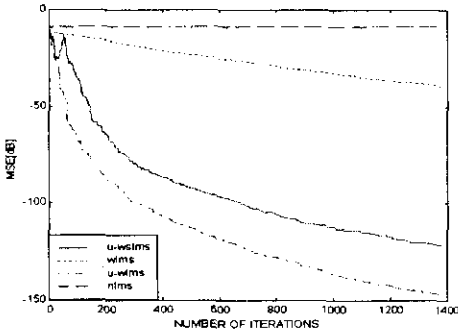


그림 3. 시불변 시스템의 식별

2) 시변 시스템

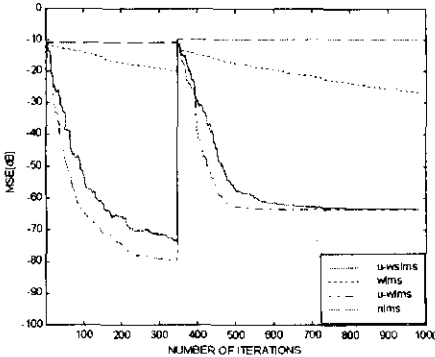


그림 4. 시변 시스템의 식별

미지 시스템의 필터계수가 350번 반복 시에 표 1에서 표 2로 변화하는 환경에 대한 컴퓨터 시뮬레이션이다. 그림 4의 결과에서 알 수 있듯이 제안한 알고리즘이 시변 환경에서도 안정되고 빠른 수렴 특성을 보여주었다. 직교변환 형태인 WHT 알고리즘이 시간영역에서 NLMS 알고리즘에 비해 약간의 우수성을 보이나 만족할 만한 수준은 아니다. 그러나 제안한 두 알고리즘인 경우에는 시변 환경에서 거의 비슷한 수렴성능을 나타내고 있다. 특히 μ -WSLMS 알고리즘은 적은 계산량으로도 안정되고 빠른 수렴 특성을 보여주었다.

VI. 결론

본 연구에서는 새로운 형태의 변환영역 적응 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 직교변환인 WHT 변환을 통해 입력의 고유치 분포폭을 줄임으로써 시간영역에 비해 빠른 수렴을 얻고, 적응상수를 반복

구간마다 가중치 별로 독립적으로 조절하여 적응인자를 갖도록 하였다. 여기에 입력신호 중 크기가 큰 M개의 값만 가중치를 조절하는 부분 수정 알고리즘을 적용함으로써 제안한 알고리즘의 계산량을 줄일 수 있었다. 제안한 알고리즘을 시불변 환경과 시변 환경으로 나누어 시스템 식별 구조에 적용하여 그 성능이 우수함을 보였다. 따라서 제안한 알고리즘은 적응신호처리 여러 분야에서 응용될 수 있으리라 본다. 향후 연구 과제로 여러 형태의 변환영역 적응 알고리즘의 특성을 비교, 분석하는 것과 적응인자의 도입이 없는 보다 효율적인 알고리즘에 대한 연구가 있어야 하겠다.

참고 문헌

[1] S.S.Narayan, M.Peterson, and J.Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-31, pp. 609-615, June. 1983.
 [2] D.F.Marshall, W.K.Jenkins, and J.J.Murphy, "The use of orthogonal transform for improving performance of adaptive filters" IEEE Trans. Circ. Syst., pp. 474-484, Apr. 1989.
 [3] W.K.Jenkins and J.R.Kreidler, "Adaptive digital filters using the Walsh-Hadamard transform" in Proc. 1986 Int.Symp. on Circuits and Systems, San Jose, CA, pp. 875-878, May. 1986.
 [4] S.Stearns and R.A.David. "Signal Processing Algorithm Englewood Cliffs" NJ:Prentice-Hall. 1988.
 [5] T.J.Shan and T.Kailath, "Adaptive algorithm with an automatic gain control feature" IEEE Trans. Circ, Syst., vol.35, pp. 122-127, Jan. 1988.
 [6] W.B.Mikhael and F.H.Wu, "Selective coefficient update of gradient-based adaptive algorithms" IEEE, pp. 1929-1932, 1997.
 [7] 구기준, "화상 정보 처리" 기문사, 1996.
 [8] 손준일, 이채욱, "선택적 계수 수정 알고리즘을 이용한 적응 잡음 제거기에 관한 연구" 한국통신학회 하계 종합학술 발표회 논문집, vol. 17. no. 2, pp. 1121-1124, 1998.