

변형된 Chebyshev 함수를 이용한 대역통과 필터 설계

안 정철*, 정 국성**, 최 석우**, 윤 창훈***

*전자통신연구원, **전북대학교 전기전자회로합성연구소, ***우석대학교 정보통신공학과

Tel. 0652-270-3698, Fax. 0652-270-3699

Design of a Passband Filter Using Modified Chebyshev Function

Joung-Chul Ahn*, Gook-Sung Jeong**, Seok-Woo Choi**, Chang-Hun Yun***

*Electronics and Telecommunication Research Institute

**Electrical Circuits and Systems Research Institute, Chonbuk National University

***Dept. of Communication Engineering, Woosuk University

Tel. 0652-270-3698, Fax. 0652-270-3699

Abstract

In this paper, a new class of bandpass filter using a modified Chebyshev lowpass filter function is described. The proposed bandpass filter which exhibits diminishing ripples in the passband has maximum value at the center frequency. Due to the lower pole- Q , the performance in the frequency and time domains is improved as compared with the classical Chebyshev bandpass filter.

I. 서 론

신호를 송수신하는 과정에서 발생하는 잡음을 제거 하는데 필수적인 각종 신호처리를 필터는 필터 함수 근사법(Approximation)을 이용하여 설계한다. 이때 필터 설계자는 어떠한 종류의 필터 함수를 이용하느냐에 따라 필터 특성을 결정하게 된다. 위상 특성을 고려할 때는 일반적으로 Bessel이나 Butterworth 함수를 이용하고, 낮은 차수를 필요로 하는 필터를 실현하고자 하는 경우에는 Chebyshev나 Elliptic 함수를 사용한다.^[1,2]

특히 변형된 Chebyshev 저역통과 필터 함수는 통과대역에서 기존의 Chebyshev 함수의 등파상(Equal ripple) 특성 대신에 점진적으로 감소하는 파상을 갖기 때문에 통과대역에서의 크기 특성이 개선된다. 또한 개선된 함수는 점진적으로 감소하는 파상의 영향으로 극점- Q 가 감소하여 위상, 지연 특성등이 개선된다.^[3,6]

본 논문에서는 변형된 Chebyshev 저역통과 필터 함수를 이용하여 새로운 형태의 Chebyshev 대역통과 필터 함수를 제안한다.

새안된 Chebyshev 대역통과 필터는 통과대역에서 변형된 Chebyshev 저역통과 필터 함수의 점진적 감소 파상 특성이 그대로 유지되어 통과대역에서의 크기 특성이 개선되었다. 또한 위상 및 지연특성등이 기존의 Chebyshev 대역통과 필터와 비교하여 향상되었다.

II. Chebyshev 저역통과 필터

Chebyshev 저역통과 필터 함수는 동일한 설계명세 조건하에서 Butterworth 필터 함수보다 낮은 차수로 실현할 수 있지만 통과대역에서의 등파상 특성으로 지연, 위상 특성이 바람직하지 않다. 통과대역의 크기를 1로 규준화할 때의 Chebyshev 필터 함수의 크기특성은 식(1)과 같다.^[1]

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega)}} \quad (1)$$

이때 ϵ 은 소파상 인자(ripple factor)이고, $C_n(\omega)$ 는 Chebyshev 다항식이다.

기존의 Chebyshev 함수는 통과대역에서의 등파상 특성 때문에 감도 특성이 우수한 수동 복종단 제자형 회로로 실현하는 경우 우수 차수인 경우 최대 전력전송이 불가능하다.^[7,8]

그러나 식(2)의 변형된 Chebyshev 함수는 분모항에 ω^2 항이 존재하여 통과대역에서 $\omega=0$ 으로 파상이 점진적으로 감소하기 때문에 우수 차수에서도 최대 전력 전송이 가능하다.^[3]

$$|H_c(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \omega^2 C_{n-1}^2(\omega)}} \quad (2)$$

통과대역 파상 $\alpha_p = 3$ [dB]의 4차 Chebyshev와 변형된 Chebyshev 저역통과 필터 함수는 식(3)과 같고, 그림 1은 크기 특성이다.

$$H(s) = \frac{K}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (3)$$

$a_3 = 0.5816, a_2 = 1.1691$: 기존의 Chebyshev 필터
 $a_1 = 0.4048, a_0 = 0.1770$

$a_3 = 1.1551, a_2 = 1.4171$: 변형된 Chebyshev 필터
 $a_1 = 0.8428, a_0 = 0.2506$

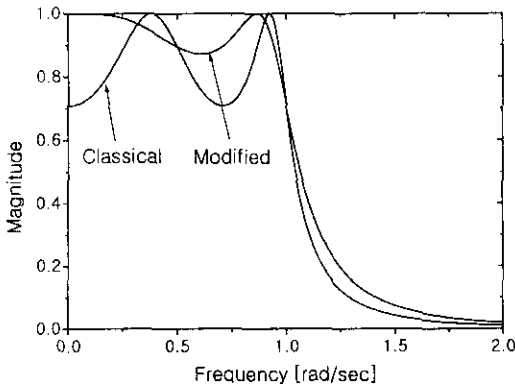


그림 1. 4차 저역통과 필터 크기 특성

III. Chebyshev 대역통과 필터

저역통과 필터는 식(4)의 변환식으로 대역통과 필터로 변환된다.

$$H(s) = H(S) \Big|_{s = \frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs}} \quad (4)$$

본 논문에서는 식(3)의 4차 Chebyshev와 변형된 Chebyshev 저역통과 필터를 이용하여 위 변환식으로 식(5)의 8차 대역통과 필터로 변환하였다. 이때 표준화된 대역통과 필터의 중심주파수 $\omega_0 = 2$ [rad/sec]이고, 하한주파수는 1 [rad/sec], 상한주파수는 4 [rad/sec]이다.

$$H(s) = \frac{Ks^4}{s^8 + a_7s^7 + a_6s^6 + a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

$s_7 = 1.7447, a_6 = 26.5221$
 $a_5 = 31.8656, a_4 = 194.521$: 기존의 Chebyshev 필터
 $a_3 = 127.462, a_2 = 424.353$
 $a_1 = 111.663, a_0 = 256$ (5)

$s_7 = 3.4653, a_6 = 28.7543$
 $a_5 = 64.3387, a_4 = 218.332$: 변형된 Chebyshev 필터
 $a_3 = 257.355, a_2 = 460.068$
 $a_1 = 221.782, a_0 = 256$

필터 특성에 중요한 변수인 극점-Q 값을 변환된 대역통과 함수로부터 계산한 결과 표 1과 같이 변형된 함수의 극점-Q 값이 감소하였다.

표 1. 극점-Q 값 비교

	기존의 Chebyshev 함수	변형된 Chebyshev 함수
극점-Q 값	3.38	1.59
	3.38	1.59
	9.60	5.56
	9.60	5.56

3.1. 주파수 영역 특성 해석

그림 2는 두 함수의 크기 특성을 비교한 것으로 통과대역에서 기존의 함수는 등파상을 갖는데 비해 변형된 함수는 중심주파수에서 최대값을 갖고, 저지주파수 쪽으로 점진적으로 감소하는 파상의 형태를 갖는다. 이때 변형된 대역통과 필터 함수의 극점-Q값이 기존의 함수에 비하여 감소함에 따라 천이영역에서의 선택도는 다소 감소하지만 통과대역에서의 크기 특성은 이상적인 특성에 가까워진다.

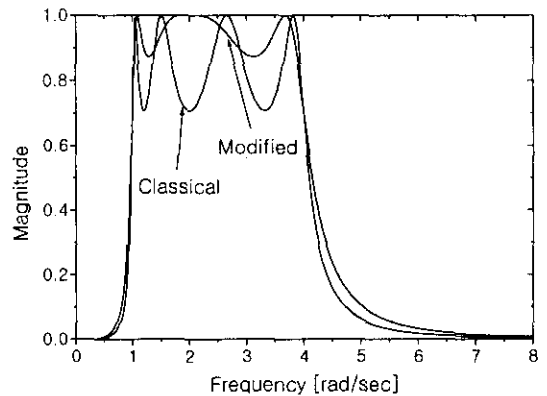


그림 2. 8차 대역통과 필터 크기 특성

또한 소자 변환법으로 저역통과 필터 회로에서 대역통과 필터 회로로 변환하는 경우 L, C 값이 변화하고 저항값은 변화하지 않는다. 따라서 기존의 Chebyshev 필터 함수를 이용하여 수동 복종단 제자형 회로망으로 실현하는 경우 저역통과 필터와 마찬가지로 대역통과 함수도 최대전력전송이 불가능하다. 그러나 변형된 함수는 저역통과 필터에서 $\omega=0$ 에서 최대값을 갖기 때문에 입·출력 저항이 같아 소자 변환법으로 대역통과 필터를 실현해도 최대 전력전송이 가능하다.

그리고 변형된 함수는 극점-Q가 감소하여 그림 3과 같이 기존의 함수보다 선형적인 위상 특성을 갖는다.

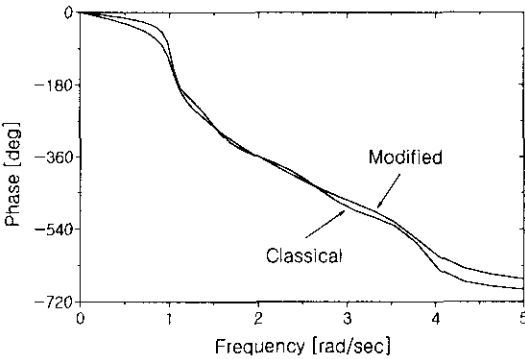


그림 3. 위상 특성

식(6)으로 정의되는 지연 특성은 위상 특성과 직접적인 관계가 있으므로 지연 특성이 개선되기 위해서는 위상 특성이 선형성을 가져야 한다.

$$T(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d(\omega)} \quad (6)$$

변형된 Chebyshev 대역통과 필터 함수는 그림 3과 같이 기존의 함수보다 위상 특성이 선형적으로 개선되어 지연 곡선이 기존의 함수보다 평탄해져 그림 4와 같이 지연 특성이 개선되었다.

3.2. 시간영역 특성 해석

임펄스 함수를 대역통과 회로의 입력단에 인가하였을 때 필터 함수의 임펄스 응답 $h(t)$ 는 식(7)로 나타낸다.

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n/2} A_i e^{\sigma_i t} \sin(\omega_i t + \theta_i) \quad \sigma_i < 0 \quad (7)$$

이때 n 은 대역통과 필터 함수의 차수이고, σ_i 과 ω_i 는 복소근의 실수부와 허수부이다.

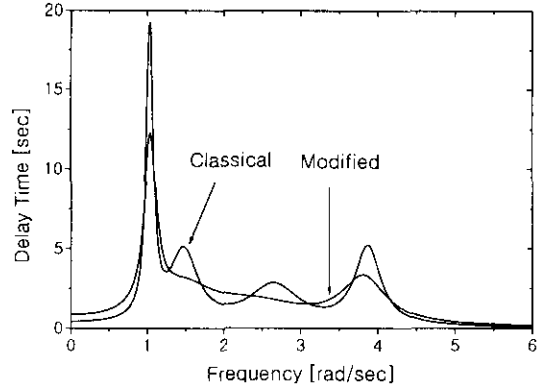


그림 4. 지연 특성

따라서 임펄스 응답의 정착 시간이 짧아지기 위해서는 σ_i 가 부 실수축에서 왼쪽으로 이동하여야 한다. 그림 5는 크기가 1인 임펄스 함수 입력에 대한 두 함수의 임펄스 응답 특성이다.

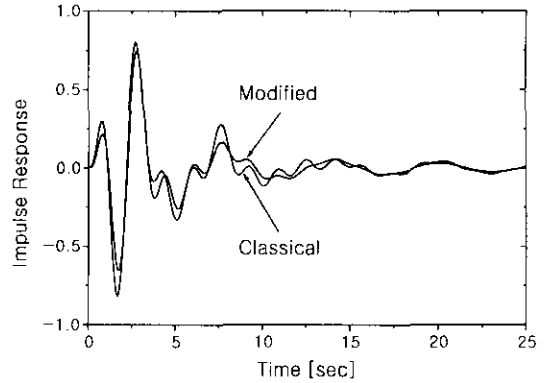


그림 5. 임펄스 응답

그림 5에서 정착 시간 t_s 는 링킹(ringing)이 점점 감소하여 그 폭이 최종치의 $\pm 2\%$ 가 될 때까지의 시간으로 정의된다.^[3] 일반적으로 시간 영역에서의 특성은 정착 시간이 짧아야 특성이 우수하다. 표 2에서 두 함수의 정착 시간을 비교하였다. 변형된 Chebyshev 함수는 정착시간이 26.7% 감소하였다.

표 2. 정착 시간 비교 : 단위 [sec]

	기존의 Chebyshev 함수	변형된 Chebyshev 함수
정착시간	32.2	23.6

일반적으로 필터의 특성에 직접적인 영향을 주는 극점-Q가 감소하면 크기 특성의 정점(peak)이 낮아지고, 위상이 선형적으로 변화한다. 따라서 필터 특성중 위상 및 지연 특성을 개선하는 방법으로 극점-Q를 감소시키는 방법들이 제시되었으나 차수가 높아진다는 단점을 갖는다.¹⁵⁾

그러나 본 논문에서 제시한 방법은 차수의 증가없이 극점-Q가 감소하여 위상 및 지연 특성을 개선할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 변형된 Chebyshev 저역통과 필터 합수를 이용한 대역통과 필터를 설계하고, 이를 기존의 Chebyshev 필터와 주파수영역 및 시간영역에서 비교, 고찰하였다.

기존의 Chebyshev 필터와 달리 변형된 Chebyshev 필터는 통과대역의 중심주파수에서 최대값을 갖고, 저지대역 방향으로 파상이 점진적으로 감소하여 통과대역에서의 크기 특성이 이상적인 특성에 접근하였다.

특히 점진적으로 감소하는 파상의 영향으로 극점-Q값이 감소함에 따라 필터의 선택도는 다소 감소하지만 위상, 지연, 임펄스 응답 특성들이 기존의 Chebyshev 대역통과 필터에 비해 개선되었다.

참 고 문 헌

- [1] H. K. Kim, *Network Analysis and Synthesis : Electrical and Electronic Filter Design*, KAEE : Seoul, 1990.
- [2] R. Schaumann, M. S. Ghausi and K. R. Laker, *Design of Analog Filters*, pp. 350-399, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.
- [3] S. W. Choi, D. Y. Kim, and H. K. Kim, "A Modified Low-Pass Filter with Progressively Diminishing Ripples," *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol 6, no. 2, pp. 95-103, Sep. 1994.
- [4] S. W. Choi, D. Y. Kim, and C. H. Yun, "Analysis on Improved Characteristics of the Modified Chebyshev Function," *KITE JOURNAL OF ELECTRONICS ENGINEERING* Vol. 7, No. 4, pp. 34-42, 1996.
- [5] H. K. Kim, "The effects of lower Q values on the filters having equal ripples in passband," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-39, pp. 305-309, Apr. 1992.
- [6] R. Tarmy and M. S. Ghausi, "Very high-Q insensitive active RC networks," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-17, pp. 358-366, August 1970.
- [7] A. S. Sedra and P. O. Brackett, *Filter Theory and design : Active and Passive*, Matrix Publishers, Inc., Forest Grove, Ore., 1978.
- [8] H. J. Orchard, "Loss sensitivities in singly and doubly terminated filters," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-26, pp. 293-297, May 1979.