행렬 하이퍼큐브에 대한 방송 알고리즘

최 선 아°, 이 형 옥, 임 형 석
전남대학교 전산통계학과

A Broadcasting Algorithm in Matrix Hypercubes

Sun-A Choi°, Hyeong-Ok Lee, Hyeong-Seok Lim
Dept. of Computer Science and Statistics, Chonnam National Univ.

Abstract

The matrix hypercube $MH(2,n)$ is the interconnection network which improves the network cost of the hypercube. In this paper, we propose an algorithm for one-to-all broadcasting in the matrix hypercube $MH(2,n)$. The algorithm can broadcast a message to 2^{2n} nodes in $O(n)$ time. The algorithm uses the rich structure of the matrix hypercubes and works by recursively partitioning the original matrix hypercubes into smaller matrix hypercubes.

1. 서론

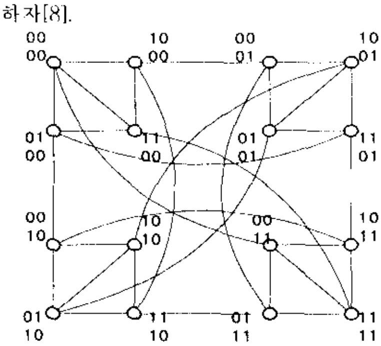
최근 컴퓨터 제조 기술의 눈부신 발전과 보다 높은 성능을 요구하는 응용 분야의 폭발적인 증대로 인하여 일어나는 문제를 해결하기 위한 고성능 컴퓨터의 필요성이 절실히 요구되고 있다. 고성능 컴퓨터의 성능을 얻기 위한 방법으로 두 가지가 있다. 반도체 소자 기술에 기반을 둔 빠른 클럭 속도를 바탕으로 얻는 방법은 한계에 다다르고 있기 때문에 컴퓨터의 계산 능력을 향상시키는 다중 컴퓨터 개념이 도입되었다. 다중 컴퓨터의 각 노드는 개별 메모리, 메시지를 라우팅 할 수 있는 통신제어기와 다른 노드와의 통신을 위한 통신링크로 구성된다. 다중 컴퓨터의 위상은 전체 시스템의 성능을 결정하는데 중요한 역할을 한다[5,7]. 그리고, 상호 연결망은 각 프로세서들을 노드로, 프로세서들 사이에 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프(undirected graph)로써 표현 될 수 있다. 상호 연결망을 평가하는 망척도로는 분지수, 연결도, 확장성, 지름, 고장 허용도 및 대칭성등이 있다[1,3,4,7]. 지금까지 제안된 상호 연결망으로는 트리(tree), 메쉬(mesh)[2], 하이퍼큐브[3,4], 스타 그래프[1] 등이 있으며 이들 중 가장 널리 알려지고 사용되고 있는 것 중의 하나가 하이퍼큐브 그래프이다. 하이퍼큐브는 여러 가지의 망척도 측면에서 좋은 특성을 가지고 있다.

본 논문에서는 하이퍼큐브의 망비용을 개선한 새로운 상호 연결망인 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 확장성과 연결도를 분석하고 방송 알고리즘을 제시한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 행렬 하이퍼큐브의 확장성과 연결도를 분석하고, 3장에서는 방송 알고리즘을 제시한다. 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 행렬 하이퍼큐브의 성질

2.1 재귀적 구성

행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$는 $2n$개의 이진수로 구성된 2행 n열의 행렬 $\begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_i & \cdots & s_n \\ s_{n+1} & s_{n+2} & \cdots & s_{n+i} & \cdots & s_{2n} \end{bmatrix}$ 형태로 노드를 표현하고 노드를 연결하는 에지는 다음의 3가지 조건에 의해 연결되어 분지수가 $n+2$가 된다. 즉, 노드 s의 1행에서 한 비트가 보수인 n개의 행렬과 연결되고 이때 에지를 H'라고 하자. 노드 s의 1행을 보수를 취하여 노드 s의 2행과 교환된 행렬과 연결되고 이러한 에지를 C_1라 하고, 노드 s의 2행을 보수를 취하여 s의 1행과 교환된 행렬과 연결하고 이러한 에지를 C_2라고 하자[8].



<그림 1> $MH(2,2)$ 그래프

상호 연결망의 확장성이란 노드의 개수가 적은 연결망으로부터 노드 개수가 많은 연결망을 쉽게 구성할 수 있음을 의미한다. 그러므로, 낮은 차원의 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n-1)$을 이용하여 한 차원 높은 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$을 구성함으로써 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$이 확장성이 있음을 보인다($n \geq 2$).

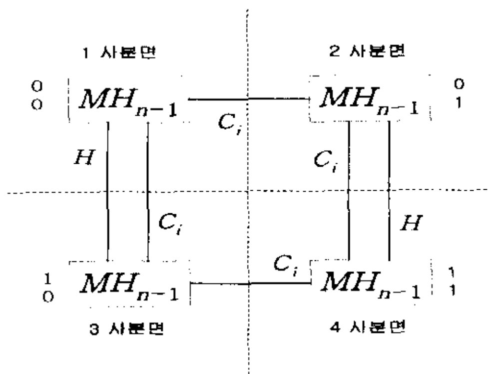
성질 1. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n은 n차원 하이퍼큐브 Q_n과 동일한 구조이다.

증명 $MH(2,n)$ 그래프의 전체 노드수는 2^{2n}개이고 분지수가 $n+2$인 그래프이다. 한 노드에 연결된 노드 중 에지 C_i에 의해 연결된 노드를 제거하고 에지 H^i에 의해 연결되어진 그래프를 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n이라 하자. 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n의 노드는 행렬 $\begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_i & \cdots & s_n \\ s_{n+1} & \cdots & s_{n+i} & \cdots & s_{2n} \end{bmatrix}$에서 2행의 비트 스트링이 동일하고 1행의 비트 스트링 $s_1 \cdots s_i \cdots s_n$에서 한 비트씩 다른 노드와 연결되어져 있으므로 2^n개의 노드로 구성되고 분지수가 n인 그래프이다. 그러므로 2^n개의 노드로 구성되고 분지수가 n인 n차원 하이퍼큐브 Q_n과 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n의 구조는 동일함을 알 수 있다. □

행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n-1)$는 전체 노드수는 $2^{2(n-1)}$개이고 분지수는 $n+1$이다. $MH(2,n-1)$ 그래프의 노드는 $n-1$ 비트의 $2\times(n-1)$의 행렬 $\begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_i & \cdots & s_{n-1} \\ s_{n+1} & \cdots & s_{n+i} & \cdots & s_{2n-1} \end{bmatrix}$로 나타낸다. $MH(2,n)$ 그래프는 $n-1$차원의 노드에 하나의 열 $\begin{bmatrix} s_n \\ s_{2n} \end{bmatrix}$을 추가하여 $2\times n$의 행렬이 되게 하고 추가된 열은 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$으로 n차원의 전체 노드 수는 $n-1$차원의 노드수 $2^{2(n-1)}$의 4배인 2^{2n}개가 된다. 그러나, 에지 C_i에 의해 연결된 노드는 2비트가 증가함으로써 신차원의 형태를 그대로 유지할 수 없게 되므로 n차원으로 확장된 새로운 노드 레이블에 의해 새로운 에지 C_i를 생성하여 연결하여야 한다. 그러므로 $n-1$ 차원에서 n 차원으로 확장은 에지 C_i를 제거한 그래프 MH_{n-1}을 이용하여 MH_n^* 그래프를 생성하므로써 확장하게 된다.

$MH(2,n-1)$ 그래프는 $\begin{bmatrix} s_{n-1} \\ s_{2n-1} \end{bmatrix}$의 값이 고정된 노드들로 그룹지워지고, $n-1$번째 열의 값 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$에 의해 그룹된 노드들을 4개의 사분면에 배치한다. 즉, $\begin{bmatrix} s_{n-1} \\ s_{2n-1} \end{bmatrix}$값이 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$로 고정된 노드들은 1사분면에, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$로 고정된 노드들은 2사분면에, $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$로 고정된 노드들은 3사분면에, $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$로 고정된 노들들은 4사분면에 있도록 한다. 먼저 MH_{n-1} 그래프를 구하기 위해 전체 그래프에서 에지 C_i를 제거하면 좌우 대칭으로 위치하는 1사분면과 2사분면, 3사분면과 4사분면은 에지 C_i로만 연결되었기 때문에 에지 C_i를 제거하므로써 완전히 독립적으로 분리되어진다. 그러나 상하 대칭으로 위치하는 1사분면과 3사분면, 2사분면과 4사분면에 있는 노드들은 에지 C_i와 에지 H^i에 의해 연결되어 있다. 이중 에지 H^i로만 연결된 MH_{n-1} 그래프가 2^{n-1}개 존재하게 된다. 이러한 MH_{n-1} 그래프를 n차원으로 확장하기 위해 4개의 사분면에 MH_{n-1} 그래프를 2^{n-1}개씩 동일한 순서대로 복사하여 전체 노드수가 2^{2n}개가 되게 한다. 그리고 2^{2n}개의 각 행렬에 1열을 추가하여 $2\times n$ 행렬 $\begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_{n-1} & s_n \\ s_{n+1} & \cdots & s_{2n-1} & s_{2n} \end{bmatrix}$로 확장한다. n차원으로 확장된 노드는 새로 추가된 열 $\begin{bmatrix} s_n \\ s_{2n} \end{bmatrix}$와 2행의 비트 스트링은 동일하고 1행의 비트가 다른 노드와 연결하여 각 노드에 대해 새로운 에지 H^i를 하나씩 추가하게 된다. 따라서 1사분면에 있는 노드는 3사분면에 있는 노드와 연결되고, 2사분면에 있는 노드는 4사분면에 있는 노드와 일대일로 연결되어 MH_n이 생성하게 된다. 마지막으로, $n-1$ 차원의 각 노드에서 제거되었던 에지 C_i 대신 $2\times n$의 행렬 $\begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_{n-1} & s_n \\ s_{n+1} & \cdots & s_{2n-1} & s_{2n} \end{bmatrix}$에 대한 새로운 에지 C_i가 2개씩 생성하여 연결하게 된다. 그리고 MH_n 그래프에 새로운 에지 C_i를 추가하여 확장한 그래프를 MH_n^*라고 하자. 확장된 그래프 MH_n^*은 분지수가 $n+2$이고 전체 노드수가 2^{2n}개인 그래프이다. 그러므로 MH_n^* 그래프와 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$와 동일함을 알 수 있다.

행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$은 $MH(2,n-1)$에서 n번째 열을 추가하여 2^n개의 MH_n을 구성할 수 있고, 2^n개의 MH_n를 에지 C_i로 연결하여 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$을 구성할 수 있으므로 행렬 하이퍼큐브는 낮은 차원으로부터 높은 차원으로 확장성이 있음을 알 수 있다. 그림 2는 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 재귀적 구조를 나타내었다.



<그림 2> $MH(2,n)$의 재귀적 구조

2.2 연결도

주어진 그래프에서 임의의 $k-1$개 이하의 노드가 제거되더라도 그래프가 연결되어 있고 적절한 k개의 노드가 제거되었을 때 분리되면 그 그래프의 연결도를 k라 한다. 노드 연결도와 분지수가 같은 연결방을 최

대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 가졌다고 한다. 그래프 G의 노드 연결도, 에지 연결도, 분지수는 각각 $\kappa(G)$, $\lambda(G)$, 그리고 $\delta(G)$로 하고, $\kappa(G) \le \lambda(G) \le \delta(G)$인 사실이 알려져 있다. 그러므로 $\kappa(MH(2,n)) = \lambda(MH(2,n)) = \delta(MH(2,n))$임을 통하여 $MH(2,n)$ 그래프가 최대 고장 허용도를 가짐을 보인다.

정리 1. $\kappa(MH(2,n))=n+2$, $(n \ge 2)$.

증명 행렬 스타 그래프 $MH(2,n)$에서 $n+1$개의 노드를 제거해도 $MH(2,n)$이 분할되지 않음을 보인다. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$은 2^n개의 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n로 구성되어 있고, 그래프 MH_n 사이에는 에지 C_i에 의해 연결되어 분지수가 $n+2$인 정규 그래프이다. n차원 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n에서 n번째 열을 제거할 경우 1, 2, 3, 4 사분면에 2^{n-1}개씩의 MH_{n-1} 그래프로 나뉘어진다. 그리고 MH_{n-1} 그래프 내의 노드들은 에지 H^i로 연결되어 있고 분지수는 $n-1$인 그래프이다.

F는 $|F|=n+1$인 $V(MH(2,n))$의 임의의 부분집합이라 하자. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$에서 F를 제거한 그래프가 연결된 그래프임을 통하여 $\kappa(MH(2,n)) \ge n+2$임을 보인다. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$에서 F를 제거한 그래프를 $MH(2,n)-F$로 나타내고, $MH(2,n)$ 그래프의 노드를 s라 하자. $MH(2,n)$ 그래프에서 F의 위치에 따라 2가지로 나누어 $MH(2,n)-F$가 항상 연결된 그래프임을 보인다. 그림 3은 제거해야 할 노드 중 s에 인접한 노드 중에서 노드 s를 포함한 사분면의 MH_{n-1}상의 $n-1$개의 노드는 제거되었다고 가정하고, 노드 s와 다른 사분면과 연결되어진 3개의 노드를 나타내었다.

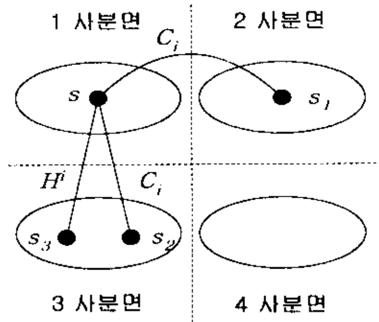
첫째, F가 동일한 사분면에 있는 경우

제거할 노드가 에지 H^i에 의해 연결된 노드 s_3와 에지 C_i에 의해 연결된 노드 s_2로 두 노드가 동일한 사분면의 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_{n-1} 그룹 내에 존재하는 경우이다. 이러한 경우 노드s_3를 제거하면 s와 연결된 에지 H^i가 제거되고 노드 s_2를 제거하면 s를 포함한 MH_{n-1} 그래프와 상하 대칭으로 위치한 MH_{n-1} 그래프는 분리된다. 그러나 에지 C_i에 의해 연결된 두 개의 노드 중에서 나머지 한 노드 s_1는 좌우 대칭으로 위치하는 사분면 내에 존재하여 그대로 연결되어 있고 s_1은 s를 제외한 $n+1$개의 노드와 연결되어 있으므로 $n+1$개의 노드를 제거한 그래프 $MH(2,n)-F$는 연결된 그래프임을 알 수 있다.

둘째, F가 두 개의 사분면에 분산되어 있는 경우

노드 s와 연결된 노드 중에서 에지 C_i에 의해 좌우로 연결된 노드 s_1과 상하로 연결된 노드 s_2를 제거하는 경우에는 에지 C_i를 제거하더라도 s를 포함한 MH_{n-1} 그래프는 s의 1행의 비트 스트링에서 n번째 열과 보수인 노드 s_3가 에지 H^i에 의해 연결되어 있으므로 그래프 $MH(2,n)-F$는 연결된 그래프임을 알 수 있다. 그리고 노드 s와 연결된 노드 중 에지 C_i에 의해 좌우로 연결된 노드 s_1과 에지 H^i에 의해 상하로 연결된 노드 s_3를 제거하는 경우에는 노드 s_1를 제거함으로써 좌우로 대칭인 MH_{n-1} 그룹과 분리되지만 노드 s_3를 제거하더라도 에지 C_i에 의해 연결된 노드 s_2는 여전히 연결되어 있으므로 그래프 $MH(2,n)-F$는 연결된 그래프임을 알 수 있다.

그러므로 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$에서 어떤 위치에 있는 F를 제거하여도 $MH(2,n)$ 그래프는 항상 연결되어 있으므로 $\kappa(MH(2,n)) \ge n+2$이고, 그래프의 분지수가 $n+2$인 정규 그래프이므로 $\kappa(MH(2,n)) \le n+2$이다. 그러므로 $\kappa(MH(2,n))=n+2$이다. □



<그림 3> 노드 s와 다른 사분면과의 노드 관계

3. 방송 알고리즘

방송은 크게 일-대-다 방송과 다-대-다 방송으로 나눌 수 있으며, 일-대-다 방송은 메시지를 갖고 있는 한 노드에서 다른 모든 노드로 메시지를 전송하는 것이다. 본 논문에서는 일-대-다 방송 알고리즘을 다루고 다음과 같은 제약 하에서 통신 링크를 통해 메시지를 전송하는 과정인 호출을 연속해서 수행함으로써 이루어진다[4,6]. (1) 각 호출에는 오직 두 노드만이 관련된다. (2) 각 호출을 끝내는데는 한 단위 시간이 소요된다. (3) 각 노드는 각 단위 시간에 하나의 호출에만 참여할 수 있다. (4) 각 노드는 인접한 노드만을 호출할 수 있다.

본 논문의 방송 알고리즘에서 메시지를 가진 노드 s에 에지 C_i와 H^i를 반복하여 적용함으로써 메시지를 모든 노드에 전송하게 된다. 이때 노드 s로부터 메시지를 받은 노드를 s'라하자. 방송의 첫 번째 단위 시간에는 노드 s에서 에지 C_i에 의해 연결된 노드로 메시지가 전송되고, 두 번째 단위 시간에는 메시지를 갖고 있는 s와 s'노드에서 에지 H^i에 의해 연결된 노드들로 메시지가 전송된다. 즉, $i+1$ 번째 메시지 전송 시간에는 i번째 전송이 끝났을때 메시지를 갖고 있는 모든 노드에서 에지 시퀀스의 $i+1$ 번째에 있는 에지에 의해 연결된 노드로 메시지를 전송한다.

【 방송 알고리즘 】

입력 : 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$에서 전송할 메시지를 가진 노드 s.

출력 : 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 모든 노드가 노드 s와 동일한 메시지를 전달받는다.

begin

단계1. 메시지를 가진 노드 s와 에지 C_i에 의해 y축으로 대칭인 노드 s'로 전송한다.

단계2. 메시지를 가진 노드 s와 s'에서 에지 H^i에 의해 x축과 대칭인 노드로 전송한다.

단계3. 위의 단계1과 단계2 과정을 각 4개의 사분면에서 n, $n-1,\cdots$, $n-i,\cdots,2$ 차원까지 반복하여 전송한다.

단계4. 각 2차원 상의 메시지를 전달받은 4개의 노드 중 에지 H^i에 의해 메시지를 전달받은 두개의 노드는 에지 C_i에 의해 y축과 대칭인 노드로 전송하고, 다시 에지 H^i에 의해 메시지를 전송한다.

단계5. 메시지를 가진 모든 노드에서 에지 H^i에 의해 연결된 노드로 메시지를 전송한다.

end.

알고리즘의 각 단계별 분석과 정확성에 대하여 알아본다. 먼저 본 논문에서 제시한 알고리즘에 의해 모든 노드로 메시지가 전달됨을 알아본다. n차원 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$은 2^n개의 서브 행렬 하이퍼큐브 MH_n으로 구성되어 있고, MH_n 그래프는 노드를 나타내는 행렬에서 n번째 열 $\begin{bmatrix} s_n \\ s_{2n} \end{bmatrix}$의 원소에 따라 MH_{n-1} 그래프를 2^{n-1}개씩 갖는 그룹으로 1, 2, 3, 4사분면으로 분할 할 수 있다. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$에서 전송할 메시지를 가진 노드 s에서 2^{n-1}개의 MH_{n-1}를 가진 각 사분면 내의 한 노드로 메시지를 전송하기 위해 방송 알고리즘의 단계 1과 단계 2에 의해 에지 C_i와 에지 H^i를 통해서 각 사분면 내의 한 노드로 메시지를 전송한다. 행렬 하이퍼큐브는 위의 과정을 n차원부터 1씩 감소하면서 2차원까지 반복하여 메시지를 전송하여 메시지를 갖은 노드의 개수가 4^k으로 증가하는데 k 값은 1부터 $n-1$까지의 값을 갖는다. 그리고 2차원 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$은 단계 4에 의해 전체 노드 2^{2n}개 중에서 절반인 2^{2n-1} 노드가 메시지를 가지게 된다. 마지막으로 메시지를 가진 모든 노드가 에지 H^i를 통해 연결된 노드로 메시지를 전송하므로 모든 노드가 메시지를 가지게 된다.

행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 방송 시간은 알고리즘의 각 단계에서 메시지를 가진 노드에 적용한 에지 연산의 횟수를 통하여 방송 시간을 분석할 수 있다. 본 논문에서 제시한 방송 알고리즘은 k차원의 행렬 하이퍼큐브를 4개의 $k-1$차원으로 분할하여 병렬적으로 수행한다. 각 단계별 분석은 k차원에 대하여 분석한다. 단계 1은 메시지를 가진 노드 s에서 에지 C_i를 1번 사용하여 노드 s'로 메시지를 전송한다. 그리고 단계 2는 메시지를 가진 두 노드 s와 s'는 동시에 에지 H^i를 1번 사용하여 메시지를 전송하므로써 k차원의 4개의 사분면에 메시지를 갖는 노드가 적어도 하나씩 존재한다. 단계3은 단계 1과 단계 2의 과정은 n차원에서 1씩 감소하여 2차원까지 반복 수행하므로써 전체 에지 연산 횟수는 $2n-2$가 된다. 단계 4는 각 2차원 상의 4개의 메시지 중 2개의 노드가 에지 C_i와 에지 H^i를 각각 1번씩 사용하므로 2번의 에지 연산이 이루어진다. 단계 5는 메시지를 가진 모든 노드가 에지 H^i를 통해 메시지를 전송하므로 1번에 종료된다. 따라서 방송 알고리즘 전체에 소요되는 에지 연산 횟수는 $2n+1$이고, 시간 복잡도는 $O(n)$이다.

4. 결론

본 논문에서는 다중 컴퓨터 연결망으로 널리 알려진 하이퍼큐브 그래프의 망 비용을 개선한 새로운 상호 연결망인 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$의 연결도, 확장성, 방송 알고리즘을 분석하였다. 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$은 2^{2n}개의 노드를 갖고 분지수는 $n+2$인 연결망으로 낮은 차원으로부터 높은 차원을 생성하는 확장성이 있다. 행렬 하이퍼큐브의 연결도는 $n+2$로 분지수와 같은 값을 가지므로 최대 고장 허용도를 가짐을 보였다. 그리고 행렬 하이퍼큐브 $MH(2,n)$ 연결망에서의 방송 알고리즘을 제시하였고, 알고리즘에 의한 방송 시간은 $2n+1$이고 시간 복잡도는 $O(n)$이다.

참고 문헌

[1] S. Abraham and K. Padmanabhan, "An Analysis of the Twisted Cube Topology," Proc. of the Int. Conf Parallel Processing, pp. 116-120, Aug. 1989

[2] V. Bokka, H. Gurla, S. Olariu and J. L. Schwing, "Podality-Based Time-Optimal Computations on Enhanced Meshes," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol. 8, No. 10, pp. 1019-1035, October 1997.

[3] F. Harary, J. P. Hayes, and H-J. Wu, "A Survey of the Theory of Hypercube Graphs," Comput. Math. Appl., Vol. 15, pp. 277-289, 1988.

[4] S. M. Hedetniemi, S. T. Hedetniemi, and A. L. Liestman, "A Survey of Gossiping and Broadcasting in Communication Networks," Networks, Vol. 18, pp. 319-349, 1988.

[5] K. Hwang and F. A. Briggs, Computer Architecture and Parallel Processing, 4th Printing, MacGraw-Hill International Editions, New York, 1988.

[6] P. Ramanathan and Kang G. Shin, "Reliable Broadcast in Hypercube Multicomputers," IEEE Trans. Comput., Vol. 37, No. 12, pp. 1654-1657, Dec. 1988.

[7] D. A. Reed and H. D. Schwetman, "Cost-Performance Bounds for Multicomputer Networks," IEEE Trans. Comput., Vol. c-32, pp. 83-95, No. 1, Jan. 1983.

[8] 최선아,이형옥,임형석,"행렬 하이퍼큐브: 병렬 컴퓨터를 위한 새로운 상호 연결망," 전자공학회 하계 종합 학술대회, pp293-296, 1998.