

행렬 스타 그래프: 스타 그래프의 망 비용을 개선한 새로운 상호 연결망

이 형 옥^o, 최 정, 임 형 석
 전남대학교 전산통계학과

Matrix Star Graphs: A New Interconnection Networks Improving the Network Cost of Star Graphs

Hyeong-Ok Lee^o, Jung Choi, Hyeong-Seok Lim

Dept. of Computer Science and Statistics, Chonnam National Univ.

Abstract

In this paper, we propose a matrix star graph which improves the network cost of the well-known star graph as an interconnection network. We analyze its characteristics in terms of the network parameters, such as degree, scalability, routing, and diameter. The proposed matrix star graph MS_{2n} has the half degrees of a star graph S_{2n} with the same number of nodes and is an interconnection network with the properties of node symmetry, maximum fault tolerance, and recursive structure. In network cost, a matrix star graph MS_{2n} and a star graph S_{2n} are about $3.5n^2$ and $6n^2$ respectively which means that the former has a better value by a certain constant than the latter has.

1. 서론

최근 대부분의 컴퓨터 설계에서 성능 향상을 위한 방법으로 병렬처리(parallel processing) 기술이 널리 사용되고 있다. 병렬처리란 다수의 프로세서들이 여러 개의 프로그램들 또는 한 프로그램의 분할된 부분들을 분담하여 동시에 처리하는 기술을 말한다. 이러한 병렬 처리 컴퓨터는 크게 SIMD형 컴퓨터와 MIMD형 컴퓨터로 나뉘어진다. MIMD형 컴퓨터는 한 시스템 내에 각 프로세서가 서로 독립적으로 다양한 프로그램을 수행할 수 있는 컴퓨터로서 크게 공유 메모리를 갖는 다중 프로세서(multiprocessor) 시스템과 분산 메모리를 갖는 다중 컴퓨터(multicomputer) 시스템으로 분류할 수 있다[8]. 다중 컴퓨터 시스템의 각 프로세서는 자신의 지역 메모리 장치를 갖고, 프로세서는 정적인 상호 연결망(static interconnection network)에 의해 연결되어 있으며 통신은 상호 연결망을 통한 메시지 전송(message passing)에 의해 이루어진다[6]. 다중 프로세서 시스템의 기본적인 특성은 프로세서들이 공유 기억 장치를 통하여 메시지를 전송하므로 별도의 데이터

교환 메커니즘이 필요로 하지 않지만 기억장치 접근시 충돌로 인해 성능의 저하를 초래할 수 있으며, 시스템에서 노드 개수의 증가에 따른 네트워크의 구성이 복잡하여 확장성이 좋지 않은 단점이 있다. 따라서 대규모의 프로세서를 사용하기 위해서 각 프로세서는 자신의 지역 기억 장치를 사용하고 프로세서간의 통신은 메시지 전송을 통해 작업을 수행하는 다중 컴퓨터(multicomputer) 방식이 많이 쓰이고 있으며, 다중 컴퓨터의 프로세서를 연결하기 위한 상호 연결망 구조는 전체 시스템의 성능 및 시스템의 확장성에 큰 영향을 끼치므로 그 필요성은 계속 증가하고 있다[6].

본 논문에서는 상호 연결망으로 널리 알려진 스타(star) 그래프의 망 비용(network cost)을 개선하여 하드웨어의 비용은 줄이면서 연결망의 처리량(throughput)을 높일 수 있는 효율적인 상호 연결망을 제안한다.

본 논문의 구성은 2장에서는 스타 그래프와 그 변형들을 망 비용 관점에서 비교하고, 3장에서는 본 논문에서 제안하는 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 을 제시하고 기본 성질을 분석하고, 결론을 맺는다.

2. 관련연구

n -차원 스타(star) 그래프 S_n 은 n 개의 노드와 $n!(n-1)/2$ 개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n 개의 서로 다른 심볼의 순열로 표현될 수 있고, 노드 v 와 w 의 비트 스트링에서 첫 번째 심볼과 나머지 $n-1$ 개 심볼중 한 개의 심볼이 교환된 순열을 갖는 노드 v 와 w 사이에 에지가 존재한다[1]. 스타 그래프는 노드와 에지 대칭성이 있으며, 재귀적 구조를 통해 시스템의 확장성이 우수하고, 하이퍼큐브에 비해 분지수와 지름이 매우 작은 장점을 가지고 있지만, 다른 연결망과의 임베딩이 쉽지 않고 자원의 증가에 따라 노드 개수가 급격히 많아지는 단점이 있다. 스타 그래프의 이러한 단점을 보완하여 Star Connected Cycles 그래프[4], (n,k) -Star 그래프[2], Bubblesort Star 그래프[3], Transposition 그래프[5], Macro-Star 그래프[7] 등이 제안되었다.

본 논문은 정보통신 우수학교 지원사업에 의해 연구되었음.

상호 연결망은 각 프로세서를 노드로, 프로세서들간의 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프 $G=(V, E)$ 로 표현될 수 있다. 여기서 $V(G)$ 는 노드들의 집합이고, $E(G)$ 는 에지들의 집합이다. 임의의 두 프로세서 사이에 통신 채널이 존재하면 이들 사이에 에지를 둔다. 에지는 양방향으로 모두 자료를 전송할 수 있는 무방향 에지이다. 연결망을 평가하는 망 척도는 분지수(degree), 지름(diameter), 대칭성(symmetry), 확장성(scalability), 노드간 평균거리(average distance), 고장 허용도(fault tolerance) 및 각종 부그래프(subgraph) 등이 있다[1,5,9].

상호 연결망에서 일반적으로 연결망의 분지수를 확장하면 지름을 줄이게 되어 그 연결망에서의 처리량(throughput)을 높일 수 있는 장점이 있지만 병렬 컴퓨터를 설계할 때 처리기의 핀 수가 늘어나게 되어 하드웨어의 비용이 증가하고 라우팅 재료가 복잡하게 되는 단점이 있다. 또한 분지수가 작은 연결망은 하드웨어 비용은 줄어드는 반면 연결망의 메시지 전송 지연 시간(latency time)이 늘어나게 되어 연결망 전체의 처리량이 나빠지는 단점이 있다. 이러한 특성 때문에 상호 연결망의 망 비용(network cost)은 분지수 \times 지름으로 정의[1,4]하고, 연결망의 분지수 \times 지름 값이 작으면서 많은 개수의 노드를 가질 때 연결망이 좋은 특성을 갖는 것으로 분석한다.

3. 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 의 정의와 성질

3.1 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 의 정의

행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 은 $2n$ 개의 심볼 $1, 2, 3, \dots, 2n$ 으로 구성된 2행 n 열의 행렬

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_j & \dots & x_{2n} \end{bmatrix}$$

형태로 노드가 표현되고, 노드를 연결하는 에지는 다음과 같은 행렬로 표현된 노드 사이에 연결 관계를 갖는다.

(1) 1행 1열의 원소와 1행 i 열의 원소가 교환된 행렬

$$\begin{bmatrix} x_i & x_2 & \dots & x_1 & \dots & x_n \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_j & \dots & x_{2n} \end{bmatrix}$$

(2) 1행과 2행의 원소가 교환된 행렬

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_j & \dots & x_{2n} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \end{bmatrix}$$

(3) 1열에 있는 원소 x_1 과 x_{n+1} 이 교환된 행렬

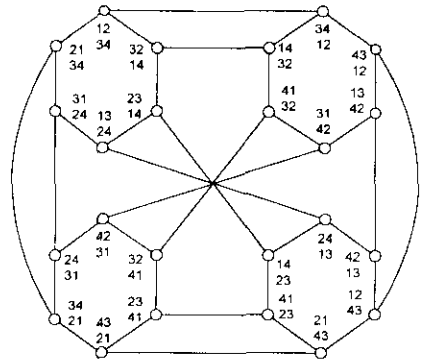
$$\begin{bmatrix} x_{n+1} & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ x_1 & x_{n+2} & \dots & x_j & \dots & x_{2n} \end{bmatrix}$$

행렬 스타 그래프의 에지들을 3개의 부류로 구분하여 (1)의 조건에 의해 정의되는 에지를 C_i ($2 \leq i \leq n$)이라 하고, (2)의 조건에 의해 정의되는 에지를 E 이라 하고, 그리고 (3)의 조건에 의해 정의되는 에지를 R 이라 하자. 위의 정의에 의해 $MS_{2,n}$ 그래프는 $2n$ 개의 심볼로 표현할 수 있는 순열의 개수만큼 행렬을 생성할 수 있으므로 $(2n)!$ 개의 노드로 구성되고, 각 노드의 분지수는 $n+1$ 인 정규 연결망이다($n \geq 2$). 단, $n=1$ 인 $MS_{2,1}$ 그래프는 위의 정의에서 조건 (2)와 (3)이 동일하므로 분지수는 1이고, 두 개의 노드로 구성된 K_2 그래프이다.

그림 1은 노드가 2행 2열의 행렬로 표현되는 행렬 스타 그래프 $MS_{2,2}$ 의 예이다. 행렬 스타 그래프 MS_n 의 노드는 $2n$ 개 원소를 갖는 2행 n 열의 행렬로 표현하므로 본 논문에서는 노드와 행렬을 같은 개념으로 사용한다. 그리고 $2 \times n$ 은 노드를 표현하는 행렬이 2행 n 열을 의미하고, 노드 s 의 2행 n 열의 원소는 s_{2n} 으로 표현한다.

3.2 재귀적 구성

본 장에서는 낮은 차원의 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n-1}$ 을 이용하여 한 차원 높은 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 을 구성할 수 있음을 통해 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 이 확장성이 있음을 보인다($n \geq 2$).



<그림 1> 2 차원 행렬 스타 그래프

행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 그래프의 노드를 나타내는 $2 \times n$ 행렬 $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n} \end{bmatrix}$ 에서 n 번째 열의 원소

가 a 와 b 로 고정된 즉, $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 으로 구성된 노드들로 구성된 그래프를 $MS_{2,n}(a,b)$ 으로 정의한다($1 \leq a, b \leq 2n, a \neq b$).

$MS_{2,n}(a,b)$ 으로 표현할 수 있는 순열은 $(2n-2)!$ 이고, $MS_{2,n}(a,b)$ 에서 사용된 에지는 에지 C_i ($2 \leq i \leq n-1$)와 에지 R 에 의해 연결된 노드들로 구성된 그래프이다. $MS_{2,n}(a,b)$ 를 구성하는 노드에서 에지 E 에 의해 연결된 노드들의 n 번째 열의 원소는 $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 를 갖게 되므로

$MS_{2,n}(a,b)$ 내의 노드들은 에지 E 에 의해 연결 관계 갖지 않는다. $MS_{2,n}(a,b)$ 를 구성하는 노드에서 에지 E 에 의해 연결된 노드들은 $MS_{2,n}(b,a)$ 의 노드들이고, $MS_{2,n}(b,a)$ 의 노드에서 에지 E 에 의해 연결된 노드들은 $MS_{2,n}(a,b)$ 의 노드들이다. 행렬 스타 그래프 $MS_{2,n}$ 의 노드에서 n 번째 열의 원소가 $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 와 $\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$ 으로 고정된 노드들로 구성된 그래프를 $MS_{2,n}^*(a,b)$ 으로 정의한다($1 \leq a, b \leq 2n, a \neq b$). $MS_{2,n}^*(a,b)$ 는 n 번째 열의 원소가 $\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$

으로 고정된 $MS_{2,n}(a,b)$ 와 n 번째 열의 원소가 $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 으로 고정된 $MS_{2,n}(b,a)$ 의 노드들이 에지 E 에 의해 연결된 그래프이고, $MS_{2,n}^*(a,b)$ 의 노드개수는 $2 \times (2n-2)!$ 개로

구성되고 에지관계는 에지 C_i , ($2 \leq i \leq n-1$)와 에지 R , 그리고 에지 E 에 의해 연결된 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 서브 그래프이다. 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 은 n 번째 열의 원소를 기준으로 $n \times (2n-1)$ 개의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 으로 구성되어 있고, 각각의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 는 에지 C_n 에 의해 $MS_{2n}^*(i,a)$ 또는 $MS_{2n}^*(i,b)$ 와 연결되어 있다($1 \leq a,b,i \leq 2n, a \neq b \neq i$).

이제 행렬 스타 그래프 MS_{2n-1} 로부터 $MS_{2n}^*(a,b)$ 를 구성하고, 이들을 연결하여 MS_{2n} 을 구성하는 과정을 통하여 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 이 확장성이 있음을 알아본다. 행렬 스타 그래프 MS_{2n-1} 의 노드들 나타내는

$$2 \times (n-1) \text{ 행렬 } \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} \end{bmatrix} \text{에서 } n\text{번째 열}$$

에 원소 a 와 b (즉, $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$)를 추가한 그래프를 MS'_{2n-1}

이라 하고, n 번째 열에 원소 b 와 a (즉, $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$)를 추가하여

$$\text{구성한 그래프를 } MS''_{2n-1} \text{이라 하자. } MS'_{2n-1} \text{의 노드들 나타내는 } 2 \times n \text{ 행렬은 } \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & b \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} & a \end{bmatrix}$$

이고, MS''_{2n-1} 의 노드들 나타내는 $2 \times n$ 행렬은

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & a \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} & b \end{bmatrix} \text{이다. } MS'_{2n-1} \text{과 } MS''_{2n-1}$$

각 노드에서 에지 C_i , ($2 \leq i \leq n-1$)와 에지 R 에 의해 연결된 노드들은 MS'_{2n-1} 과 MS''_{2n-1} 각각의 내부 노드들과 연결되지만, 에지 E 에 의해 연결된 노드들은 첨가된 n 번째 열의 원소가 교환되므로 내부 노드들과 연결되지 못한다. 즉, MS'_{2n-1} 의 노드에서 에지 E 에 의해

$$\text{연결된 노드들은 } \begin{bmatrix} x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} & a \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & b \end{bmatrix} \text{으로 } n\text{번째}$$

열의 원소가 $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 이므로 MS'_{2n-1} 의 노드이고,

MS''_{2n-1} 의 노드에서 에지 E 에 의해 연결된 노드들은

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} & b \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & a \end{bmatrix} \text{으로 } n\text{번째 열의 원소가}$$

$\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$ 이므로 MS'_{2n-1} 의 노드이다. 이러한 MS'_{2n-1} 은 행

렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 $MS_{2n}(a,b)$ 와 동일하고, MS''_{2n-1} 은 $MS_{2n}(b,a)$ 와 동일함을 알 수 있다. MS'_{2n-1} 과 MS''_{2n-1} 이 에지 E 에 의해 연결된 그래프는 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 와 동일한 구조를 갖는다. 따라서 행렬 스타 그래프 MS_{2n-1} 의 노드들 나타내는

$$2 \times (n-1) \text{ 행렬 } \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{2n-1} \end{bmatrix}$$

열에 원소 b 와 a (즉, $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$) 그리고 a 와 b (즉, $\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$)를

추가하여 구성한 MS_{2n-1} 의 노드에 에지 C_i , ($2 \leq i \leq n-1$)와 에지 R , 그리고 에지 E 에 의해 연결된 노드들은 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 와 같음을 알 수 있다. 행렬 스타 그래프 MS_{2n-1} 에서 n 번째 열에 원소 a 와 b 를 추가하여 구성할 수 있는 $MS_{2n}^*(a,b)$ 의 개수는 $n \times (2n-1)$ 이고, 각각의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 를 에지 C_n 에 의해 $MS_{2n}^*(i,a)$ 또는 $MS_{2n}^*(i,b)$ 와 연결하여 행렬 스타

그래프 MS_{2n} 을 구성할 수 있다($1 \leq a,b,i \leq 2n, a \neq b \neq i$).

행렬 스타 그래프 MS_{2n} 은 MS_{2n-1} 의 순열에서 n 번째 열에 원소 a 와 b 를 추가하여 $n \times (2n-1)$ 개의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 를 구성할 수 있고, $n \times (2n-1)$ 개의 $MS_{2n}^*(a,b)$ 를 에지 C_n 으로 연결하여 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 을 구성할 수 있으므로, 행렬 스타 그래프는 낮은 차원으로부터 높은 차원으로 확장성이 있음을 알 수 있다($1 \leq a,b \leq 2n$).

3.3 라우팅(routing) 알고리즘과 지름(diameter)

본 장에서는 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 에서의 라우팅 알고리즘을 제안하고 라우팅 알고리즘에 의한 지름(diameter)을 분석한다.

행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 노드 s 와 t 에서 노드 s 를 원시 노드(source node)라 하고, 노드 t 를 목적 노드(destination node)라 하자. 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 메시지 전송을 위한 라우팅은 행렬 스타 그래프의 에지를 정의한 행렬 연산을 통하여 원시 노드 s 의 행렬을 목적 노드 t 의 행렬로 변환하는 과정으로 나타낼 수 있다. 라우팅 알고리즘은 다음과 같다.

[Routing Algorithm]

- [단계1] 노드 s 의 1행과 t 의 1행을 비교
- [단계2] if($s_{1,1} = t_{1,1}$) or ($s_{1,1} = t_{1,i}$ and $s_{1,i} = t_{1,1}$) then
노드 $s_{1,1}$ 원소와 $s_{1,i}$ 원소를 교환
- [단계3] if($s_{1,1} \neq t_{1,i}$ and $s_{2,1} = t_{1,i}$) then
노드 $s_{1,1}$ 원소와 $s_{2,1}$ 원소를 교환
- [단계4] if($s_{1,1} \neq t_{1,i}$ and $s_{2,i} = t_{1,i}$) then
노드 s 의 1행과 2행을 교환

정리 2 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 지름은 $3.5n+2$ 이다.

증명 원시 노드 s 의 행렬을 목적 노드 t 의 행렬로 변환하는 과정은 에지 R, E, C_i 를 통하여 이루어지므로, 행렬 변환 과정에서 사용되는 에지의 최대 연산 횟수를 통하여 분석한다($2 \leq i \leq n$).

노드 s 의 1행에서 노드 t 의 어떤 한 행과 동일한 행을 생성할 때, 노드 s 의 1행에서 2행으로 이동한 원소의 개수를 k 개라 하자. 행렬 변환 과정에서 1행과 2행에서 교환될 원소를 각각 α 와 β 라 할 때, 1행과 2행에서 교환될 k 개의 원소를 교환하는데 사용하는 에지 개수와 행 교환이 없는 $n-k$ 개의 원소에서 사용되는 에지의 개수로 나누어서 알아본다. 1행과 2행에서 교환될 2개 원소 α 와 β 는 1행 1열과 2행 1열의 위치에서 교환이 가능하므로 1행에 있는 원소 α 를 1행 1열로 이동하고, 2행에 있는 원소 β 를 1행으로 이동하기 위해 1행과 2행을 교환한다. β 가 1행으로 행 교환이 이루어지면 2행 1열에는 원소 α 가 있으므로, 1행에 있는 원소 β 를 1열에 위치하도록 하여 에지 R 연산을 수행한다. 노드 s 의 1행에서 2행으로 이동한 원소의 개수가 k 이면 에지 R 연산 횟수는 k 번 수행되고, 에지 R 연산이 수행된 후에 1행에서 2행으로 이동한 원소가 있으

면 반드시 행을 교환하는 에지 E 연산이 이루어지므로, 에지 E 연산의 수행은 많아야 k 번 이루어진다. 이러한 에지 E 연산이 R 연산 횟수보다 더 많이 발생할 수 있는 경우가 2가지 있다. 첫째, 에지 R 연산이 발생하기 전에 에지 E 연산이 먼저 발생하는 경우이다. 둘째, 노드 s 의 1행이 노드 t 의 2행과 동일하고 그리고 노드 s 의 2행이 노드 t 의 1행과 동일하게 된 경우 반드시 행 교환이 수행되어야 하므로, 에지 E 연산은 많아야 $k+2$ 번 사용된다. 2행에서 1행으로 이동한 k 개의 원소들은 행 교환후 1행 1열의 위치에 있으므로 에지 C_i 에 의해 한번에 노드 t 행렬에서의 세 위치로 이동하므로 에지 C_i 연산은 k 번 수행된다. 에지 C_i 연산은 1행과 2행 각각에서 수행 되어야하므로 전체 C_i 연산의 수행은 $2*k$ 이다.

이제 행렬에서 이동하지 않는 원소에서 사용되는 에지의 연산 횟수를 알아본다. 노드 s 의 행에서 다른 행으로 이동할 원소의 개수가 k 개 일 때, k 개의 원소를 제외한 나머지 $n-k$ 개의 원소가 노드 t 행렬에서의 위치로 이동하는 것은 에지 C_i 연산을 통하여 이루어진다. 에지 C_i 연산은 스타 그래프의 에지 조건과 동일하므로, $n-k$ 개 원소는 에지 C_i 연산을 $\frac{3(n-k)}{2}$ 번 수행하여 노드 t 행렬에서의 위치로 이동 가능하고, 이 과정은 1행과 2행에서 각각 수행 되어야하므로 에지 C_i 연산의 수행은 $2 * \frac{3(n-k)}{2}$ 이다. 따라서 각각의 에지 E, C_i, R 연산을 합한 전체 수행 횟수는 $3n+k+2$ 이고, 한 행에서 다른 행으로 이동할 원소의 최대 개수는 $k \leq \frac{n}{2}$ 이므로, 노드 s 의 행렬을 목적 노드 t 의 행렬로 변환하는 과정에서 사용되는 에지의 최대 연산 횟수는 $3.5n+2$ 이다.

그러므로 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 의 임의의 두 노드 사이에 메시지 전송을 위한 경로 길이 즉, 지름(diameter)은 $3.5n+2$ 이하임을 알 수 있다. □

표 1에서는 스타 그래프와 그 변형된 그래프들이 유사한 노드 수를 가질 때 분지수, 지름, 망 비용을 비교하였다.

<표 1> 상호연결망의 망 비용 비교

망 척도 연결망	노드수	분지수	지름	망비용
Star (S_n)	$(2n)!$	$2n-1$	$\lfloor 3n-3/2 \rfloor$	$\approx 6n^2$
Bubblesort Star (BS_{2n})	$(2n)!$	$4n-3$	$\lfloor 3n-3/2 \rfloor$	$\approx 12n^2$
Transposition (T_{2n})	$(2n)!$	$n(2n-1)$	$2n-1$	$\approx 4n^2$
Macro-Star ($MS(2,n)$)	$(2n+1)!$	$n+1$	$5n+2.5$	$\approx 5n^2$
Matrix Star (MS_{2n})	$(2n)!$	$n+1$	$3.5n+2$	$\approx 3.5n^2$

4. 결론

본 논문에서는 다중 컴퓨터 연결망으로 널리 알려진 스타 그래프의 망 비용(network cost)을 개선한 새로운 상호 연결망으로 행렬 스타 그래프를 제안하고, 제안된 행렬 스타 그래프의 분지수, 확장성, 라우팅 알고리즘과 지름을 분석하였다.

행렬 스타 그래프 MS_{2n} 은 $(2n)!$ 개의 노드를 갖고 분지수 $n+1$ 과 지름 $3.5n+2$ 이하를 갖는 연결망으로 낮은 차원으로부터 높은 차원을 생성하는 확장성이 있음을 보였다. 연결망의 망 비용에 있어서 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 은 대략 $3.5n^2$ 이고, 스타 그래프 S_n 은 $6n^2$ 으로 행렬 스타 그래프 MS_{2n} 이 스타 그래프 S_n 보다 상수배만큼 향상 되었음을 보였다.

이러한 결과는 행렬 스타 그래프가 같은 수의 노드를 갖는 스타(star) 그래프와 그 변형된 그래프들 즉, Bubblesort Star, Transposition, SCC, Macro-Star 등의 연결망보다 망 비용(network cost)에 있어서 월등히 향상된 결과이다.

참고 문헌

- [1] S. B. Akers, D. Harel, and B. Krishnamurthy, "The Star Graph: An Attractive Alternative to the N-Cube," Proc. of the Int. Conf. Parallel Processing, pp. 393-400, 1987.
- [2] W-K. Chiang and R-J. Chen, "The (n,k) -Star Graph: A Generalized Star Graph," Information Processing Letters 56, pp. 259-264, 1995.
- [3] Z-T. Chou, C-C. Hsu, and J-P. Sheu, "Bubblesort Star Graphs: A New Interconnection Network," 9th International Parallel Processing Symposium, pp. 41-48, 1996.
- [4] S. Latifi, M. Moraes de Azevedo, and N. Bagherzadeh, "The Star Connected Cycles: A Fixed-Degree Network for Parallel Processing," Proc. Int. Conf. on Parallel Processing, Vol. 1, pp. 91-95, Aug. 1993.
- [5] S. Latifi and P. K. Srimani, "Transposition Networks as a Class of Fault-Tolerant Robust Networks," IEEE Trans. Comput., Vol. 45, No. 2, pp. 230-238, Feb. 1996.
- [6] D. A. Reed and R. M. Fujimoto, Multicomputer Networks: Message-Based Parallel Processing, MIT Press, 1987.
- [7] C-H. Yeh and E. Varvarigos, "Macro-Star Networks: Efficient Low-Degree Alternatives to Star Graphs for Large-Scale Parallel Architectures," Frontiers'96, Symp. on the Frontiers of Massively Parallel Computation, Oct. 1996.
- [8] 김종현, 병렬컴퓨터구조론, 생능출판사, 1994.
- [9] 한국과학기술원, 고성능 컴퓨터 설계 및 개발에 관한 연구, 1 차년도 보고서, 1993.