

강인성과 응답 성능을 고려한 슬라이딩모드 퍼지 제어기 설계에 관한 연구

박창우*, 이장욱*, 정승호**, 김승호**, 박민용*

* 연세대학교 전자공학과

** 한국원자력연구소

A New Design Method of Sliding Mode Fuzzy Controller with Robust and fast Performance

C. W. Park*, J. W. Lee*, S. H. Chung**, S. H. Kim**, Mignon Park*

* Dept. of Electronics, Yonsei University

** Korea Atomic Energy Research Institute

Abstract

This paper proposes a new fuzzy controller using variable structure control theory. In this paper, after the time-varying fuzzy sliding surface is designed, the fuzzy rules are defined based on the variable structure control theory. This design method makes the fuzzy controller design more structured and can guarantee the stability and robustness of the fuzzy controller and overcome the shortcoming of the variable structure system.

Through computer simulation and experiment of nonlinear inverted pendulum system, this thesis demonstrate that system has the robustness against disturbance and modelling error, and the tracking performance of it is improved.

1. 서론

퍼지 제어기는 체계적인 설계 절차가 아직 이론적으로 정립되어 있지 않고, 제어기의 안정도나 강인성을 보장하기 어렵다. 이러한 퍼지 제어기의 단점을 보완하기 위한 방법으로 가변 구조 제어를 기반으로 하여 퍼지 제어기를 구성하는 슬라이딩모드 퍼지 제어기가 제안되어 더욱 체계적인 퍼지 제어기의 설계가 가능하게 되었다[2].

제어 대상 시스템의 상태(state)에 의존하여 그 구조가 변하는 가변 구조 제어기는 동적 시스템의 모델링 에러와 외부 외란이 존재할 때, 강인성을 지니며 원하는 경로를 추적할 수 있게 하는 제어기이다[3]. 이러한 가변 구조 제어기의 장점에도 불구하고 다음과 같은 단점이 존재한다. 첫째로 슬라이딩모드 시스템의 외부 외란과 파라미터 변화에 대한 강인성은 단지 그 시스템이 슬라이딩모드에 있을 때만 보장된다. 이와 같은 단점을 해결하고자 슬라이딩면을 가변시키는 방법이 제안되었다[1]. 두 번째 단점은 제어 채터링의 발생이다. 이러한 빠른 스위칭은 실제 시스템에서는 실현이 불가능하다. 채터링의 단점을 극복하기 위해 슬라이딩면을 중심으로 불연속적으로 이루어지는 제어 입력을 연속적으로 변화시킴으로써 채터링을 없애는 방법이 가장 많이 사용되고 있다[3].

슬라이딩모드 퍼지 제어기는 이러한 가변 구조 제어 이론을 이용한다. 상태 평면상에서 슬라이딩면을 제시한 후 현 시스템의 상태와 원하는 시스템의 상태와의 차이 추적 에

러와 그 미분치를 퍼지화하여 퍼지 시스템의 입력으로 한 후 시스템의 상태를 슬라이딩면으로 끌어들이는 제어 규칙을 만들어 슬라이딩모드 제어기와 유사하게 움직이도록 하는 것이다[2]. 그러나 이러한 방법은 매우 많은 제어 규칙이 필요하게 되고 이에 따른 소속 함수의 조정이 힘들게 된다. 또한 시스템이 도달모드에서 강인성을 보장받지 못하게 된다.

본 논문에서는 가변 구조 제어 이론을 퍼지 제어기에 적용한 새로운 슬라이딩모드 퍼지 제어기를 제시한다. 시변 퍼지 슬라이딩면을 제시하고, 이에 따라 제어 규칙을 구성함으로써 더욱 간단하고 체계적인 퍼지 제어기의 구성이 가능하고, 기존의 가변 구조 제어기의 단점을 보완하게 된다. 제안된 제어기의 효용성을 입증하고자 도립전자시스템의 시뮬레이션과 실험을 행한다.

2. 가변 구조 제어와 퍼지 제어

2.1 가변 구조 제어

다음과 같은 불완전한 단일 입력률 시스템을 고려하자.

$$\text{플랜트} : \dot{x}(t) = f(x,t) + b(x,t)u(t) + d(t) \quad (1)$$

$$\text{모델} : \dot{x}(t) = \hat{f}(x,t) + \hat{b}(x,t)u(t) \quad (2)$$

$f(x,t)$ 와 $d(t)$ 는 정확히는 알지 못하나 $|\Delta f(x,t)|$ 와 $|\Delta d(t)|$ 범위 안에서 움직인다고 하자. $b(x,t)$ 는 제어 이득으로서 정확히 알지는 못하나 다음 범위 안에서 움직인다고 하자. 또한 기하학적 평균으로서 제어 이득 $b(x,t)$ 의 추정치 $\hat{b}(x,t)$ 는 식(3)으로 주어진다.

$$\begin{aligned} |\Delta f(x,t)| &= |f(x,t) - \hat{f}(x,t)| \leq F(x,t) \\ |\Delta d(t)| &\leq D(x,t), \quad 0 < b_{\min} \leq b(x,t) \leq b_{\max} \end{aligned}$$

$$\hat{b}(x,t) = (b_{\min} b_{\max})^{(1/2)} \quad (3)$$

시스템의 슬라이딩 운동을 가능하게 하며, 시스템의 동특성을 결정짓는 슬라이딩면은 $s(x,t) = 0$ 을 만족하고 일반적인 n차 시스템에서 $s(x,t)$ 는 식(4)와 같다.

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n-1)} e, \quad \lambda > 0 \quad (4)$$

$s(x,t) = 0$ 으로 정의되는 슬라이딩면의 특징은 일단 시스템의 상태가 슬라이딩면에 들어오면, 다시 말해 스칼라량 $s(x,t)$ 가 0이 되면, 추적 오차 e 가 0으로 수렴한다는 것이다. 시스템의 상태 궤적이 초기 위치에서 출발하여 슬라이딩면

에 도달하고 이 후에는 슬라이딩면을 따라 평형점에 도달시키기 위해서는 다음과 같은 도달 조건을 만족해야 한다. 이 조건을 슬라이딩 조건이라 한다.

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{2} s(x,t)^2 \leq -\eta |s(x,t)| \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s > 0 & \dot{s} \leq -\eta \\ s < 0 & \dot{s} \geq \eta \end{cases}, \quad \eta > 0.$$

슬라이딩 조건을 만족시키는 제어 입력을 구하면,

$$u = \hat{b}^{-1} (\hat{u} - K \text{sgn}(s)), \quad \hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e}$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases}, \quad \beta = (b_{\max} / b_{\min})^{1/2}$$

$$K \geq \hat{b} b^{-1} (F+D + \eta) + \hat{b} b^{-1} \|\hat{f} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e}\| \quad (6)$$

$$= (\beta(F+D + \eta) + (\beta-1)) \hat{u}$$

2.2 퍼지 제어

퍼지 제어기의 구조는 퍼지화(Fuzzification), 비퍼지화(Defuzzification), 퍼지 제어 규칙(Fuzzy control rule) 및 퍼지 추론(Fuzzy inference)의 세 부분으로 크게 나눌 수 있다. 다음과 같은 퍼지 제어 규칙을 고려 할 때,

R_1 : If x_1 is A_{11} and... and x_i is A_{i1} and ... and x_n is A_{n1} then y is B_1

퍼지 추론 작업은 입력 공간에서의 퍼지 집합 A' 을 출력 공간에서의 퍼지 집합 B' 에 대응시키는 작업이다.

$$\mu_{B'}(y) = \max_i \left[\sup_{x \in U} (\mu_{A'}(x) \prod_i \mu_{A_{i1}}(x_i) \mu_{B_1}(y)) \right]$$

실변수를 퍼지 집합으로 바꾸는 퍼지화와 퍼지 추론의 결과인 퍼지 집합을 실변수로 바꾸는 비 퍼지화는 각각 싱글톤 퍼지화기 와 무게 중심법에 의한 비퍼지화 방법을 쓴다.

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x = x^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad y^* = \frac{\sum_{i=1}^M y^i w_i}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

이러한 구조로 이루어진 퍼지 시스템은 식(7)과 같이 실수를 입출력으로 하는 비선형 함수가 된다.

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^M y^i (\prod_i \mu_{A_{i1}}(x_i))}{\sum_{i=1}^M (\prod_i \mu_{A_{i1}}(x_i))} \quad (7)$$

여기서 y^i 은 퍼지 제어 규칙에서 후건부 퍼지 집합 B_i 의 센터 값이다.

3. 슬라이딩모드 퍼지 제어

다음과 같이 시변 퍼지 슬라이딩면을 정의한다.

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t) = \text{zero} \quad (8)$$

퍼지 슬라이딩면은 퍼지 집합 zero를 포함하기에 $s(t)$ 가 ϕ 보다 큰 시스템 상태에서는 퍼지 슬라이딩면으로의 소속 정도가 0이며 상태가 슬라이딩면으로 가까이 갈수록 소속 정도가 커지게 된다. 시변 퍼지 슬라이딩면을 다음과 같이 2가지 경우에 따라 정의하자.

경우1. 상태 평면에서 2, 4사분면에 초기 상태가 존재 할 때 $k(t) = 0, \lambda_0 = -\dot{e}(0)/e(0)$

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t) = (\lambda_0 + \Delta \lambda \left[\frac{t}{\Delta t} \right])e + \dot{e} = \text{zero} \quad \text{for}$$

$$\lambda_0 > \lambda_p$$

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t) = (\lambda_0 - \Delta \lambda \left[\frac{t}{\Delta t} \right])e + \dot{e} = \text{zero} \quad \text{for}$$

$$\lambda_0 < \lambda_p, \quad \left[\frac{t}{\Delta t} \right] = \frac{t}{\Delta t} \text{를 넘지 않는 최대 정수}$$

여기서 t 는 현재시간, Δt 는 시간 간격, λ_p 는 목적 슬라이딩면의 기울기, λ_0 는 시변 퍼지 슬라이딩면의 초기 기울기이다. 초기 퍼지 슬라이딩면은 초기상태 $x(0)$ 를 포함하게 되고 일정시간 간격 Δt 마다 시스템 상태가 목적 슬라이딩면보다 위에 있을 때는 $\lambda(t)$ 를 $\Delta \lambda$ 만큼 감소시키고, 아래에 있을 때는 $\Delta \lambda$ 만큼 증가시킨다. 만약 $\lambda(t)$ 가 정해진 λ_p 에 도달하면 $\lambda(t)$ 는 λ_p 로 고정시킨다.

경우2. 상태 평면에서 1, 3사분면에 초기 상태가 존재 할 때

$$\lambda(t) = \lambda_p, \quad k_0 = \lambda_p e(0) + \dot{e}(0)$$

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t) = \lambda_p e + \dot{e} - (k_0 + \Delta k \left[\frac{t}{\Delta t} \right]) = \text{zero} \quad \text{for } k_0 < 0$$

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t) = \lambda_p e + \dot{e} - (k_0 - \Delta k \left[\frac{t}{\Delta t} \right]) = \text{zero} \quad \text{for } k_0 > 0, \left[\frac{t}{\Delta t} \right] = \frac{t}{\Delta t} \text{를 넘지 않는 최대 정수}$$

여기서 k_0 는 슬라이딩면의 초기 절편이다. 초기 퍼지 슬라이딩면은 초기상태 $x(0)$ 를 포함하면서 일정시간 간격 Δt 마다 시스템 상태가 슬라이딩면 보다 위에 있을 때는 절편 $k(t)$ 를 Δk 만큼 감소시키고, 아래에 있을 때는 Δk 만큼 증가시킨다. 절편 $k(t)$ 가 0에 도달하면 0으로 고정시킨다.

슬라이딩모드 퍼지 제어기는 $s(t) = \text{zero}$ 인 시변 퍼지 슬라이딩면을 사용하고 $s(t)$ 의 값을 입력으로 하는 퍼지 제어기로 구성되며 가변 구조 제어 이론을 바탕으로 한 다음과 같은 퍼지 제어 규칙을 사용해서 제어 입력을 만들어낸다.

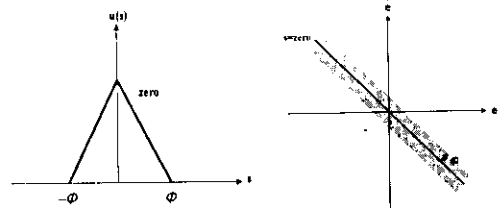


그림1. ZERO 소속함수와 퍼지 슬라이딩면

IF $s(t)$ is POSITIVE THEN $u(t)$ is SMALL
IF $s(t)$ is ZERO THEN $u(t)$ is MEDIUM
IF $s(t)$ is NEGATIVE THEN $u(t)$ is BIG

퍼지 규칙 전건부에서 퍼지 집합 POSITIVE, ZERO, NEGATIVE 는 시스템 상태와 퍼지 슬라이딩면과의 위치를 뜻하는 퍼지 집합이고, 규칙 후건부에서 퍼지 집합 SMALL, MEDIUM, BIG은 시스템 상태를 퍼지 슬라이딩면 안으로 끌어들이는 그 안에서 움직이게 하는 제어 입력량을 뜻하는 퍼지 집합이다. 각각의 소속 함수 모양은 그림2와 같고, 이 때 SMALL, MEDIUM, BIG 의 center 값은 기본적으로 각각 2장에서 구한 $\hat{b}^{-1}(\hat{u} - K), \hat{b}^{-1} \hat{u}, \hat{b}^{-1}$

($\hat{u} + K$)로 한다. 이러한 퍼지 규칙을 바탕으로 퍼지 추론을 통한 제어 입력을 구하면,

$$u(t) = \frac{\text{small } \mu_{\text{POSITIVE}}(s) + \text{medium } \mu_{\text{ZERO}}(s) + \text{large } \mu_{\text{NEGATIVE}}(s)}{\mu_{\text{POSITIVE}}(s) + \mu_{\text{ZERO}}(s) + \mu_{\text{NEGATIVE}}(s)}$$

small, medium, large는 각각 퍼지 집합 SMALL, MEDIUM, LARGE 의 센터(center) 값이다.

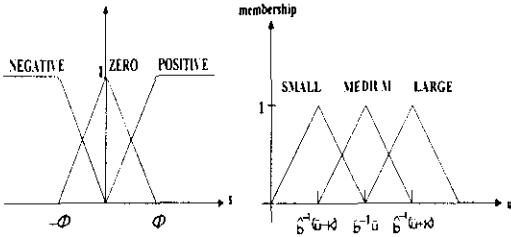


그림2. 퍼지규칙 전건부와 후건부의 소속 함수

퍼지 추론의 결과인 제어 입력 $u(t)$ 는 $s(t)$ 의 값이 $-\Phi$ 와 Φ 사이에 있을 때 $\hat{s}^{-1}(\hat{u} - K)$ 와 $\hat{s}^{-1}(\hat{u} + K)$ 사이의 범위에서 연속적으로 변화하게 되어 채터링을 제거하게 되며, 퍼지 제어기의 입력 $s(t)$ 는 식(8)에서 시변 퍼지 슬라이딩면을 정의한 스칼라량으로써 시스템 상태의 위치에 따라 $\lambda(t)$, 또는 $k(t)$ 가 변하게 된다. 시스템 상태는 변하는 퍼지 슬라이딩면을 향해 움직이고, 그 안에 구속되게 된다. 따라서 시스템이 초기 상태부터 정해진 퍼지 슬라이딩면까지 도달하기까지 시변 퍼지 슬라이딩면 안에서 움직이게되므로 전 구간에서 강인하고 빠른 응답을 보이게된다.

4.도립전자시스템의 시뮬레이션 및 고찰

전체 도립전자시스템은 그림3과 같이 차체 위에 1 자유도를 가지는 진자가 힌지로 연결되어 있고, 차체는 타이밍 벨트를 사용해서 모터의 토크를 전달받아 움직인다. 모터의 다이내믹스와 타이밍 벨트 구동 관계식을 포함한 도립전자시스템의 수학적 모델링은 다음과 같다.

$$\ddot{\phi} = \frac{C_1 \phi^2 \sin - B_1 \tan \phi}{C_1 \cos \phi - \frac{B_1}{\cos \phi}} + \frac{C_2}{C_1 \cos \phi - \frac{B_1}{\cos \phi}} I$$

$$B_1 = \frac{(Mr + mr + (J + J_c)/r)(J_p + mL^2)}{mL}, \quad C_1 = mL, \quad C_2 = k/r$$

$$B_2 = \frac{(Mr + mr + (J + J_c)/r)g}{r}$$

ϕ 는 진자의 각도, I는 모터 전류이며, 차체 질량 $M=0.45$, 진자 질량 $m=0.119$, 진자의 모멘트 $J_p=0.017$, 토크 상수 $k=0.047$, 풀리 반경 $r=0.02$, 풀리의 모멘트 $J_c=11.34e-7$, 모터축의 모멘트 $J=24.89e-7$, 진자길이 $2L=0.83$ 이고, 단위는 길이 m, 모멘트 kgm^2 . 질량은 kg 이다.

모델:

$$\ddot{\phi} = \frac{0.099 \phi^2 \sin \phi - 5.65 \tan \phi}{0.099 \cos \phi - (0.484 / \cos \phi)} + \frac{-1.173}{0.099 \cos \phi - (0.484 / \cos \phi)} I$$

플랜트 :

$$\ddot{\phi} = \frac{0.12L \phi^2 \sin - 5.65 \tan \phi}{0.12L \cos \phi - \frac{0.0058 + 0.694L^2}{\cos \phi}}$$

$$+ \frac{-1.173}{0.12L \cos \phi - \frac{0.0058 + 0.694L^2}{\cos \phi}} I + d(t)$$

여기서 $d(t)$ 는 노면과의 마찰 등에서 발생하는 외란 이다. $2L=0.83+0.02\sin(t)$ 로 변화시키고 $d(t)=0.5\sin(t)$ 와 같이 시스템에 가한다. 가변 구조 제어기를 적용시킬 때 $\lambda=10$, $\eta=0.1$ 로 파라미터를 선정하고 제어 입력인 모터 전류 $I(t)$ 를 구하면 식(9)와 같다.

$$u(t)=0.4367 (\hat{u}(t)-K\text{sgn}(s(t))) \quad (9)$$

시스템 초기 상태는 $(\phi, \dot{\phi}) = (-0.26, 0.3)$ 이고 각도의 단위는 라디안(radian)이다.

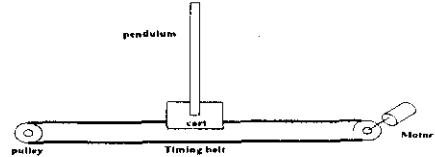


그림3. 타이밍벨트로 구동되는 도립전자시스템

제안된 제어기를 적용시킬 때 다음과 같이 시변 퍼지 슬라이딩면 $s(t)$ 를 정의한다.

$$s(t) = \lambda(t)e + \dot{e} - k(t)e = (\lambda_0 + \Delta\lambda \left[\frac{t}{\Delta t} \right])e + \dot{e} = \text{zero}$$

$$\Delta\lambda = 0.05, \quad \Delta t = 0.002 \text{ (sec)}, \quad \lambda_0 = 1.1538, \quad \phi = 0.2$$

진자의 각도와 각속도(그림8)의 수렴 결과를 보면 제안된 제어기를 적용한 경우가 더욱 빠른 응답 속도를 보임을 알 수 있다. 이는 시스템이 초기 위치부터 평형점에 이르기까지 시변 퍼지 슬라이딩면 안에서 움직이도록 함으로서 강인하게 동작 시키기 때문이다. 상태 평면에서의 궤적(그림 5,6)을 볼 때 제안된 제어기를 쓴 경우에 가변 구조 제어기와는 달리 외란과 모델링 에러가 있을 때와 없을 때의 차이가 거의 없음을 알 수 있고, 이는 전 구간에서 시스템이 강인하게 동작함을 의미한다. 또한 도달모드에서 필요한 과도한 제어 입력이 필요하지 않으므로 제어 입력의 피크치가 개선되었고, 채터링도 제거되었음을 알 수 있다.(그림7)

5.도립전자시스템의 실험과 고찰

도립전자시스템의 제어 실험 환경은 그림4와 같고, 실제 실험에서는 모델링에서 고려하지 않은 레일과의 마찰, 엔코더의 다이내믹스 등이 존재하게 된다. 그러나 이것들을 실제로 계산하기는 매우 어렵기에 이러한 것들을 외란 $d(t)$ 로 보고 제안한 제어기를 설계한다. 또한 모델링 에러에 대한 영향을 보기 위해 진자의 길이를 모델링과 다르게 $2L=0.86$ 으로 한 후에 실험을 한다. 비교 실험을 위하여 제안한 제어기와 기존의 경계층을 쓴 가변 구조 제어기[3]를 사용한 실험을 함께 행한다. 기존의 가변 구조 제어기를 설계할 때 필요한 파라미터는 $\eta=0.1$, $\lambda=10$, $F=0.4$, $|d(t)|=0.5$, $\Phi=0.2$ 로 정한다. 본 논문에서 제안된 슬라이딩모드 퍼지제어기를 설계할 때 필요한 파라미터 중 $\eta, \lambda, F, |d(t)|, \Phi$ 는 비교를 위하여 기존의 가변 구조 제어기의 경우와 동일하게 정하고, $\Delta t=0.002$, $\Delta\lambda=0.05$ 로 정한다. 기존의 가변 구조 제어기와 제안된 제어기를 적용한 실험 결과를 보면 제안된 제어기를 사용한 경우에 더욱 빠른 응답을 보이고 있고 제어 입력은 채터링이 제거되고, 그 크기도 적게 사용하고

있음을 알 수 있다.(그림.9,10,11)

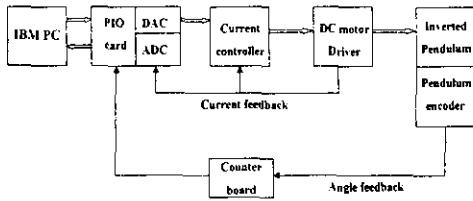


그림4. 독립진자시스템의 제어를 위한 하드웨어 구성

6. 결론

본 논문에서는 가변 구조 제어 이론을 이용해서 제어 규칙을 구성하며, 시변 퍼지 슬라이딩면을 설계하고 이를 바탕으로 퍼지 제어를 구성하는 새로운 슬라이딩모드 퍼지 제어를 제안했다. 제안된 제어 알고리즘은 퍼지 제어 규칙을 체계적으로 구할 수 있게 하고, 가변 구조 제어기의 단점인 제어 입력의 채터링을 없애며, 시스템이 도달 모드에서도 강인하게 동작하게 하고, 평형점까지의 수렴시간을 빠르게 한다. 이를 시뮬레이션과 실험을 통해 입증하였다. 그러나 3차 이상의 고차 시스템에서는 시변 퍼지 슬라이딩면을 설계하기가 어렵기 때문에 보편적인 적용이 곤란해진다. 따라서 고차 시스템의 시변 퍼지 슬라이딩면의 설계 방법에 대한 연구가 필요하며, 실험에 의해 결정된 시변 퍼지 슬라이딩면의 여러 파라미터 값들을 최적으로 구할 수 있는 방법이 필요하다.

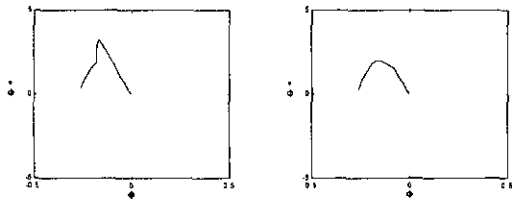


그림5. 가변 구조 제어기 적용시의 시스템 상태 궤적 (a)외란과 모델 에러 존재시 (b) 모델이 완벽 할 때

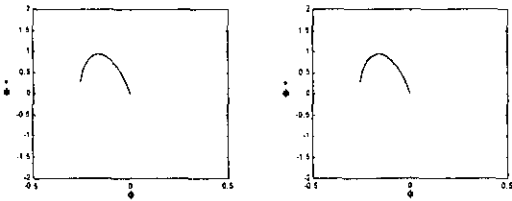


그림6. 제안된 제어기 적용시의 시스템 상태 궤적 (a)외란과 모델 에러 존재시 (b)모델이 완벽 할 때

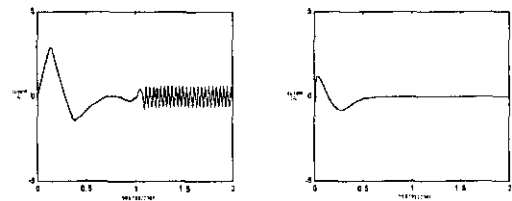


그림7. 제어 입력(모터 전류) (a)가변 구조 제어기 (b)제안된 제어기

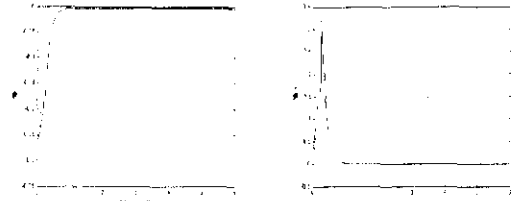


그림8(a). 진자의 각도 그림8(b).진자의 각속도 (제안된 제어기:dash-dot, 가변구조제어기:solid)

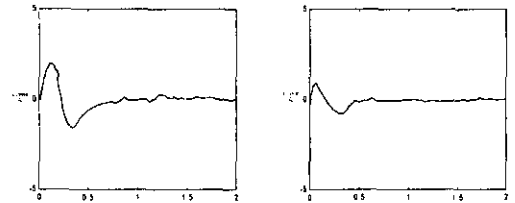


그림9. 모터 전류(실험) (a)가변 구조 제어기 (b)제안된 제어기

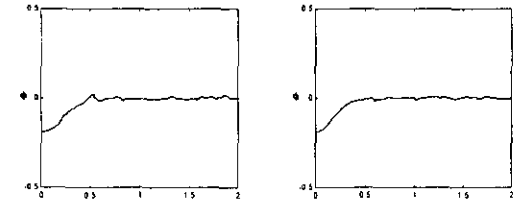


그림10. 진자의 각도(실험) (a)가변 구조 제어기 (b)제안된 제어기

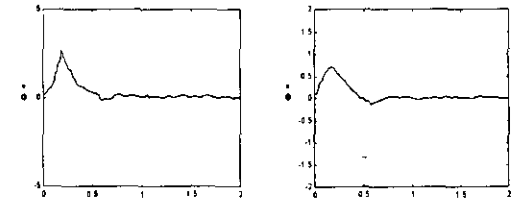


그림11. 진자의 각속도(실험) (a)가변 구조 제어기 (b)제안된 제어기

7.참고문헌

[1] S. Choi, C. Cheon and D. Park, "Moving switching surface for robust control of second order variable structure systems," *International Journal of Control*, vol. 58, no. 1, pp. 229-245, 1993.
 [2] R. Palm, "Sliding mode fuzzy control," *IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems*, pp. 519-526, March. 1992.
 [3] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1991.
 [4] S. W. Kim and J. J. Lee, "Fuzzy Logic based Sliding Mode Control", *IFSA '91*, Brussels, vol:Engineering, pp. 2-22, 1993.