두 개의 임피던스 웻지에 의한 산란 특성 해석

서 용 원*, 장 정 민*, 이 민 수**, 이 상 설*
*한양대학교 공과대학 전자전기공학부, ** 대진대학교 전자통신공학부
ware@taurus.hanyang.ac.kr , yiss@taurus.hanyang.ac.kr

Analysis of Scattering Characteristics by the Double Impedence Wedge

Yong-Won Seo* · Jung-Min Chang* · Min-Soo Lee · Sang-Seol Lee***
*School of Electronic & Electrical Eng., Hanyang Univ.
**School of Electronic & Telecommunication Eng., Daejin Univ.

Abstract

High frequency scattered fields by a double impedence wedge are computed. In the procedure of the computation, arbitrary impedence faces and wedge angles are considered. The diffraction coefficients for the single, double and triple diffraction mechanism are founded. The second-order and third-order diffracted fields are approximated via the extended spectral ray method and the modified Pauli-Clemmow method of the steepest descent. The maliuzhinets function which is very difficult to obtain accurate value is approximated by the Volakis's asymtotic expression. Numerical computations are performed for the various wedge angles and surface impedence values.

1. 서론

주파수 자원이 고갈되고 고속, 대용량의 데이터 전송이 요구됨에 따라 사용주파수 대역이 점차 고주파로 이동하게 되었다. 또한 좀 더 정확한 전파 예측이 요구됨에 따라 산란체를 완전도체[1]로 가정하여 해석하는 것은 측정치와의 많은 오차 때문에 더 이상 타당하지 않게 된다. 이 경우에는 산란체를 임피던스 경계조건을 갖는 불완전도체[2],[3]로 해석해야 한다. 특히 각각의 웻지들이 서로의 천이영역에 위치하여 있을 때는 표면파 회절을 고려한 웻지간 고차회절 성분이 중요한 영향을 미치게 된다. 본 논문에서는 불완전도체이면서 두 개의 웻지를 갖는 구조에 의한 산란파를 계산한다. 불완전도체는 임의의 임피던스면을 가지며 두 개의 웻지도 임의의 각을 갖는다. 입사파는 수직으로 입사하는 TE, TM의 경우를 모두 고려한다. 표면파를 고려하여 웻지-표면파-웻지산란의 이차회절파, 웻지-표면파-웻지-표면파-웻지산란의 삼차회절파를 계산한다. 이차회절파와 삼차회절파는 STD(Spectral Theory of Diffraction)[3]를 일반화한 ESRM(extended spectral ray method)[1,2,4]을 이용하여 계산한다. 이를 이용하여 각각의 비균일 평면파를 독립적으로 처리하여 회절파를 계산한다.

2. 이론적 해석

그림 1은 문제의 구조를 나타낸 것이다. 웻지 Q1, Q2의 바깥쪽 웻지각은 각각 $n\pi$, $m\pi$이며, Q1 웻지의 n면, 0면, Q2 웻지의 n면은 각각 Z_1, Z_2, Z_3의 표면 임피던스를 갖는다. 입사각과 회절각은 중앙 0면에 대해 측정된 각으로서 ϕ_0, ϕ로 표시된다.

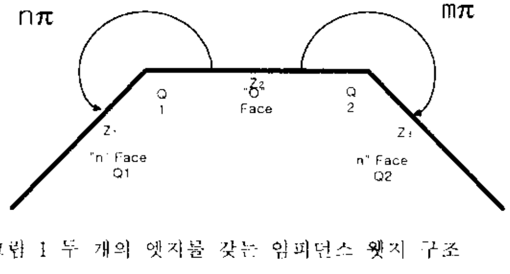

그림 1 두 개의 웻지를 갖는 임피던스 웻지 구조

임피던스 경계조건은 다음과 같다.

$$\theta^{\pm}_{e,h}=\begin{cases}\sin^{-1}\left(\frac{1}{\eta^{\pm}}\right) & E-pol\ (TM\ case)\\ \sin^{-1}(\eta^{\pm}) & H-pol\ (TE\ case)\end{cases} \tag{1}$$

여기서, $\eta^{\pm}=\frac{Z^{\pm}}{Z_0}$ 이며 Z_0는 자유공간의 임피던스이다. ±는 각각 웻지의 중앙면(0면)과 바깥쪽면(n면)을 나타내며 첨자 e는 입사파의 전계가 엣지와 평행함을 뜻하고 첨자 h는 입사파의 자계가 엣지와 평행함을 뜻한다.

2.1 일차 회절파의 비균일 표현식

그림 2에서 평면파가 임피던스 웻지에 평면파가 수직으로 입사된다. 따라서 입사파는 다음과 같다.

$$\left.\begin{matrix}E^i_z\\ H^i_z\end{matrix}\right\} = e^{jk(x\cos\phi_0+y\sin\phi_0)} \tag{2}$$

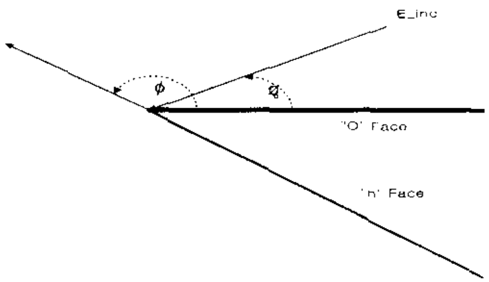

그림 2 임피던스 웻지의 구조

이 경우에, 회절파는 다음과 같다.[5]

$$u^d_1(\phi,\phi_0)=\frac{j}{2\pi n}\int_{s(0)}\frac{\sin\frac{\phi_0}{n}}{\Psi(\frac{n\pi}{2}-\phi_0)}e^{jk\rho\cos\alpha}$$

$$\cdot\left\{\frac{\Psi(\alpha+\pi+\frac{n\pi}{2}-\phi)}{\cos\left(\frac{\alpha+\pi-\phi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}-\frac{\Psi(\alpha-\pi+\frac{n\pi}{2}-\phi)}{\cos\left(\frac{\alpha-\pi-\phi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}\right\}d\alpha \tag{3}$$

여기서, 적분경로 $S(0)$는 SDP(steepest descent path) 적분경로이다. Ψ 와 $\Psi_\Phi(z)$는 [5]와[6]에서 정의된 함수이다. 식(3)에 대한 1차 근사식을 취하면 다음과 같이 비균일 일차회절파 표현식을 얻을 수 있다.

$$u^d_1(\phi,\phi_0)=\frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{2\pi}{k\rho}}\frac{\Psi(-\phi+\frac{n\pi}{2}+\pi)}{\Psi(\frac{n\pi}{2}-\phi_0)}e^{-jk\rho}$$

$$e^{-j\pi/4}\sin\frac{\phi}{n}\left\{\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi+\phi_0}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi}{n}\right)}-\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi-\phi_0}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi}{n}\right)}-\frac{\sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)C_{on}(-\phi)}{\cos\left(\frac{\pi+\phi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}\right\}d\alpha \tag{4}$$

식(4)의 회절파 표현식에는 표면파 성분이 포함되지 않으므로 원거리에서만 타당한 결과를 준다. 표면파 성분을 포함하는 균일 표현식은 다음과 같이 유도된다.[8]

$$u^d_1(\phi,\phi_0)\sim D^U(\phi,\phi_0)\frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}}$$

$$=D^{NU}(\phi,\phi_0)-\frac{1}{2n\pi}\frac{\sin\frac{\phi_0}{n}}{\Psi(\Phi-\phi_0)}\sqrt{\frac{2\pi}{k}}e^{-j\pi/4}$$

$$\frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}\cdot}\left\{\sum_{p=1,2,4}A_p\frac{\left\{1-F_{k\rho}\left[\pm\left(\sqrt{2k\rho}\cos\frac{\alpha_p}{2}\right)^2\right]\right\}}{\cos\frac{\alpha_p}{2}}-\sum_{p=1,3,5}B_p\frac{\left\{1-F_{k\rho}\left[\pm\left(\sqrt{2k\rho}\cos\frac{\alpha_p}{2}\right)^2\right]\right\}}{\cos\frac{\alpha_p}{2}}\right\} \tag{5}$$

$$A_1=\frac{n}{2}\frac{\Psi(\Phi-\phi_0)}{\sin\frac{\phi_0}{n}}\cdot P_{2\pi}(\alpha_1-\pi) \tag{6}$$

$$A_2=-\frac{n}{2}\frac{\Psi(\Phi+\phi_0)}{\sin\frac{\phi_0}{n}}\cdot P_{2\pi}(\alpha_2-\pi) \tag{7}$$

$$A_4=n\frac{\csc\left(\frac{\alpha_4-\alpha_5}{2n}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_4-\phi}{n}\right)-\cos\frac{\phi_0}{n}}\Psi^+(\alpha_4+\Phi-\phi)\cdot P_{2\pi}(Re\{\alpha_4\}-\pi) \tag{8}$$

$$B_1=-A_1\cdot\{1-P_{2\pi}(\alpha_1-\pi)\} \tag{9}$$

$$B_3=\frac{n}{2}\frac{\Psi(-3\Phi+\phi_0)}{\sin\frac{\phi_0}{n}}\cdot P_{2\pi}(\alpha_3+\pi) \tag{10}$$

$$B_5=n\frac{\csc\left(\frac{\alpha_4-\alpha_5}{2n}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_5-\phi}{n}\right)-\cos\frac{\phi_0}{n}}\Psi^+(\alpha_5+\Phi-\phi)$$

$$\cdot P_{2\pi}(Re\{\alpha_5\}+\pi) \tag{11}$$

$$\alpha_1=\phi-\phi_0,\quad \alpha_2=\phi+\phi_0,\quad \alpha_3=-2n\pi+\phi+\phi_0,$$
$$\alpha_4=\pi+\phi+\theta^+\quad \alpha_5=-\pi-(n\pi-\phi)-\theta^- \tag{12}$$

$$\Psi\left(\alpha+\frac{n\pi}{2}-\phi\right)= \csc\left(\frac{\alpha-\alpha_4}{2n}\right)\csc\left(\frac{\alpha-\alpha_5}{2n}\right)\Psi^+\left(\alpha+\frac{n\pi}{2}-\phi\right) \tag{13}$$

2.3 이차 회절파

그림 4는 이차 회절파의 산란 매커니섬을 나타낸 것이다.

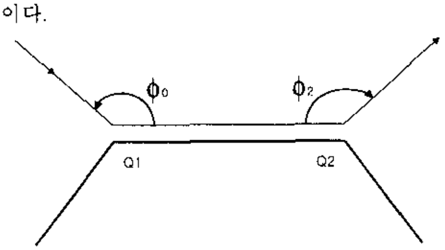

그림 4 이차 회절파의 산란 매커니섬

위상 중심점은 Q1이고 모든 각은 공통면(0면)에 대한 각이다. η_0, η_1, η_2는 각각 공통면(0면), 웻지 Q1의 바깥면(n면), 웻지 Q2의 바깥면(n면)의 정규화된 표면 임피던스이다. ESRM(extended spectral ray method)[1,2,4]과 수정된 Pauli-Clemmow방법[8]에 의해 계산된 이차회절파는 다음과 같이 주어진다.

$$u_{21}^d(\phi_2,\phi_0)=\frac{-j}{\pi k(mn)^2}\frac{e^{-jkw}}{\sqrt{w}}\frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}}$$
$$\cdot\frac{\Psi\left(\frac{n\pi}{2}+\pi\right)\Psi\left(\frac{m\pi}{2}+\pi\right)}{\Psi\left(\frac{n\pi}{2}-\phi_0\right)\Psi\left(\frac{m\pi}{2}-\phi_2\right)}$$
$$\cdot a_1a_2a_3[A\{1-F_{kp}(kwa_1)\}+B\{1-F_{kp}(kwa_2)\}$$
$$+C\{1-F_{kp}(kwa_3)\}]\cdot\left\{\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi-\phi_0}{n}\right)}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi+\phi_0}{n}\right)}-\frac{\sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)C_{on}(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}\right\}$$
$$\cdot\left\{\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi+\phi_2}{m}\right)}-\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi-\phi_2}{m}\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\sin\left(\frac{\phi_2}{m}\right)C_{om}(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)-\cos\left(\frac{\phi_2}{m}\right)}\right\}\frac{e^{-jkx}}{2}$$

$$\cdot\left\{\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi+\phi_2}{m}\right)}-\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi-\phi_2}{m}\right)}\right. \tag{14}$$
$$\left.+\frac{\sin\left(\frac{\phi_2}{m}\right)C_{om}(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)-\cos\left(\frac{\phi_2}{m}\right)}\right\}\frac{e^{-jkx}}{2}$$

$a_1=2\cos^2\frac{\phi_0}{2}$, $a_2=2\cos^2\frac{\phi_2}{2}$, $a_3=2\sin^2\frac{\theta}{2}$ (0면의 θ)

$$A=\frac{-1}{(a_2-a_1)(a_3-a_1)},\quad B=\frac{-1}{(a_1-a_2)(a_3-a_2)}$$

$$C=\frac{-1}{(a_1-a_3)(a_2-a_3)} \tag{15}$$

$F_{kp}(z)$는 Fresnel 함수로서 다음 식으로 주어진다.

$$F_{kp}(z)=2j\sqrt{z}e^{jz}\int_{\sqrt{z}}^{\infty}e^{-j\tau^2}d\tau \tag{16}$$

z가 복소수일 경우에는 Fresnel 함수를 Clemmow의 천이함수로 바꾸어 계산한다[8].

2.4 삼차 회절파

그림 5는 삼차 회절파의 산란 매커니섬을 나타낸 것이다.

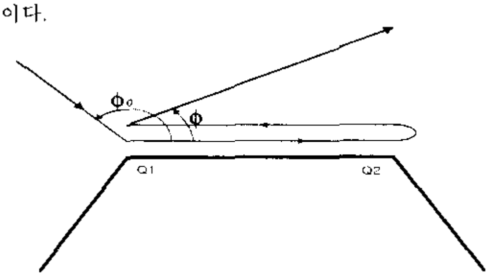

그림 5 삼차 회절파의 산란 매커니섬

삼차 회절파의 계산은 이차 회절파의 유도과정과 동일하다. ESRM[1,2,4]과 수정된 Pauli-Clemmow 방법[8]을 이용하여 유도된 결과는 다음과 같다.

$$u_{121}^d(\phi,\phi_0)=\frac{j2\sqrt{2}e^{-j2kw}e^{j3\pi/4}}{(k\pi)^{3/2}w(nm)^3n}\frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}}\cdot$$
$$\frac{\Psi^2\left(\frac{n\pi}{2}+\pi\right)\Psi\left(\frac{m\pi}{2}+\pi\right)}{\Psi\left(\frac{n\pi}{2}-\phi_0\right)\Psi\left(\frac{n\pi}{2}-\phi\right)\Psi\left(\frac{m\pi}{2}\right)}$$
$$\cdot\frac{a_1a_3^2a_4}{a_3-a_4}[A\{1-F_{kp}(kwa_1)\}+B\{1-F_{kp}(kwa_2)\}$$
$$+C\{1-F_{kp}(kwa_3)\}]\cdot[F_{kp}(kwa_3)-F_{kp}(kwa_4)]$$

$$
\cdot \frac{e^{-jkx}}{4}\left\{\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi-\phi_0}{n}\right)}-\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi+\phi_0}{n}\right)}-\frac{\sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)C_{on}(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}\right\}\cdot\left\{\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi-\phi}{n}\right)}-\frac{1}{1-\cos\left(\frac{\pi+\phi}{n}\right)}-\frac{\sin\left(\frac{\phi}{n}\right)C_{on}(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\phi}{n}\right)}\right\}
$$

$$
\cdot\left\{\frac{-2\sin\frac{\pi}{m}}{\left[1-\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)\right]^2}-\frac{C_{om}(0)}{1-\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}\right\} \tag{14}
$$

$$
a_4 = 2\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)
$$

3. 해석결과 및 고찰

그림 6은 그림 1의 구조에 대하여 E-편파된 평면파가 입사하는 경우의 역 산란 패턴을 도시한 것이다. $n=m=1.5$인 경우에는 180° 에서, $n=m=1.25$인 경우에는 135° 근처에서 역산란되는 파의 세기가 증가함을 알 수 있다. 또한, 바깥쪽 웻지각의 크기가 작아짐에 따라 역 산란 패턴이 왼쪽으로 이동해 감을 볼 수있다. 그림 7은 0면과 n면의 표면 임피던스가 $\eta_0=\eta_1=\eta_2=0.25$로 모두 동일한 경우에 다양한 웻지각에 대해 산란패턴을 나타낸 것이다.

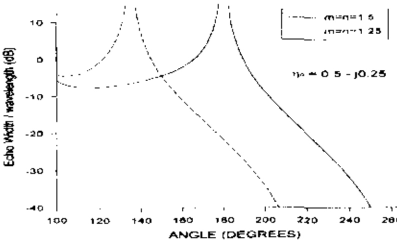

그림 6 역 산란 패턴 (E-편파)

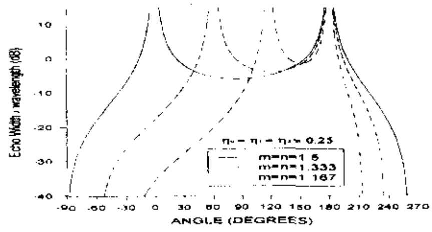

그림 7 산란 패턴 (입사각=1.3° , E-편파)

4. 결 론

두 개의 웻지를 갖는 불완전도체 구조에 대해 산란파를 해석하였다. 웻지에서의 일차 회절파, 웻지-표면파-웻지산란의 이차 회절파, 웻지-표면파-웻지-표면파-웻지산란의 삼차 회절파를 계산하였다. 이차 회절파와 삼차 회절파는 Rahmat-Samii 와 Mittra[3]에 의해 도입된 STD(Spectral Theory of Diffraction)를 일반화한 ESRM(extended spectral ray method)[1,2,4]과 수정된 Pauli-Clemmow steepest descents 적분법을 이용하여 근사 계산하였다. 정확한 값을 얻기 어려운 Maliuzhinets 함수값은 Volakis의 근사식[6]을 이용하여 계산하였다.

참 고 문 헌

[1] R. Tiberio, G. Manara, G. Pelosi and R.G. Kouyoumjian, "High Frequency diffraction by a double wedge," presented at IEEE/Antennas Propagat. Soc. Symp. Nat. Radio Sci. Meet., Vancouver, Canada, June 1985

[2] R. Tiberio, F. Bessi, G. Manara, and G. Pelosi, "Scattering by a strip with two face impedances at edge on incidence," Radio Sci., vol. 17, Sept.-Oct. 1982

[3] Y. Rahmat-Samii and R. Mittra, "A spectral domain interpretation of high-frequency diffraction phenomena," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-25, 676-687, 1977

[4] R. Tiberio and R. G. Kouyoumjian, "A uniform GTD solution for the diffraction by strips at grazing incidence," Radio Sci., vol. 14, no. 6, pp. 933-941, 1979

[5] G. D. Maliuzhinets, "Excitation, reflection and emission of surface waves from a wedge with given face impedances," Sov. Phys. Dokl., Eng. Transl., vol. 3, 752-755, 1958

[6] M. I. Herman, J. L. Volakis, and T. B. A. Senior, "Analytic expression for a function occurring in diffraction theory," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-35, pp. 1083-1086, Sept. 1987.

[7] J. L. Volakis and M. I. Herman, "A uniform asymptotic evaluation of integrals," Proc. IEEE, vol. 74, no. 7, 1043-1044, 1986.

[8] P. C. Clemmow, *The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields*. New York: Pergamon, 1966