

Honeycomb 연결망에서의 병렬 경로

김철*, 이형옥, 임형석
전남대학교 진산통계학과

Parallel Paths in Honeycomb Network

Cheol Kim*, Hyeong-Ok Lee, Hyeong-Seok Lim
Dept. of Computer Science, Chonnam Univ.

Abstract-A honeycomb network is considered as a multiprocessor interconnection network. The network cost defined as the product of degree and diameter is better for honeycomb networks than for other types of meshes. Parallel paths offer us bypasses when the networks have faulty nodes or edges. In this paper, we present a method to construct a parallel path in honeycomb network, and show that the fault diameter for the honeycomb network is $d+8$, where d is diameter of the honeycomb network.

1. 서론

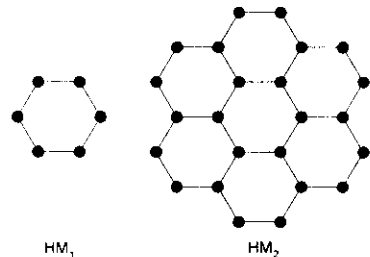
컴퓨터 제조 기술의 발달과 고성능을 요구하는 응용분야의 증가로 인하여 고성능 컴퓨터에 대한 요구가 증가하였고 이런 고성능을 얻기위해 반도체소자 기술에 초점을 두고, 빠른 처리기를 얻기 위해 노력을 하였으나 이 방법은 이미 한계에 이르고 있다. 이에 따라 대규모 병렬처리의 필요성이 크게 부각되어 메시, 하이퍼큐브, 스타그래프 등의 여러 가지 범용 연결망이 연구되었다. 이 중에서 메시나 하이퍼큐브는 이미 다량한 시스템으로 상용화되었다[1]. 육각형 구조에 기반을 두고 있는 honeycomb 메시는 지름과 분지수의 곱으로 표현되는 망비용 등, 여러 가지 망척도 면에서 같은 노드수를 갖는 다른 종류의 메시보다 좋고, 일반 메시와 같이 평면그래피이므로 물리적층에 구현이 쉽다[7]. Honeycomb 연결망의 응용분야는 이동 전화의 기지국 위치문제, 벤젠탄화수소의 표현, 컴퓨터 그래픽, 이미지 프로세싱 등 여러 가지가 있다[3,7].

연결망의 일부가 고장일 때 고장난 노드나 에지들을 제외한 나머지 부분들은 감소된 용량을 최대한 활용하면서 작업을 계속할 수 있어야 한다. 연결망이 커질수록 모든 부분이 고장 없이 작동할 확률은 작아지므로 큰 연결망일수록 높은 고장허용도를 필요로 한다. 병렬경로[2,4,8]는 연결망 내에 고장이 발생하였을 때, 고장으로 인한 장애를 최소화하고, 최대의 성능을 낼 수 있도록하는 중요한 요소이다.

본 논문의 2장에서는 honeycomb 메시의 정의와 성질을 소개하고 3장에서는 이를 기반으로 하이 [7]에서 미해결문제로 제시된 육각형 형태의 메시구조를 기반으로 하는 honeycomb network에서의 병렬경로를 구성하고, 이 결과를 이용하여 고장지름을 분석한다. 마지막으로는 결론 및 추후연구과제를 제시한다.

2. Honeycomb 메시의 정의와 성질

1차원의 honeycomb 메시 HM_1 은 육각형 형태로 구성되는 6개의 노드와 6개의 에지로 구성된다. HM_2 는 HM_1 의 각 면, 즉 에지에 각각 하나의 HM_1 을 붙여서 만든다. HM_3 는 HM_1 의 외곽에 HM_1 을 다함으로써 만들어진다(그림 1). 본 논문에서는 HM_1 을 구성하는 하나의 육각형을 셀이라고 부른다. Honeycomb 메시는 외곽의 모양에 따라 사각 honeycomb 메시와 마름모 honeycomb 메시, 그리고, honeycomb hexagonal 메시로 나눌 수 있다. 1차원의 honeycomb 메시 HM_1 은 6개의 노드와 $9n^2-3n$ 개의 에지를 가진다.

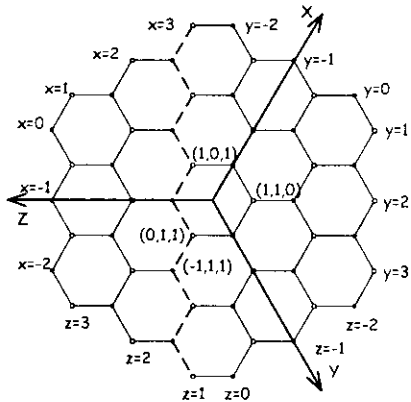


<그림 1> HM_1 과 HM_2 의 예

Honeycomb 메시에서는 노드와 에지를 위한 새로운 좌표계를 사용한다. 이 좌표계는 honeycomb 메시의 중심에서 시작하여 각 에지 방향에 평행하게 진행하는 $x-y-z$ 축을 갖는다. 한 축에 대해 같은 좌표값을 갖는 노드들을 체인이라고 부른다. <그림 2>에서 점선으로 표시된 체인상의 노드들은 모두 $z=1$ 의 좌표값을 갖는다. Honeycomb 메시는 이분 그래프로 2색

채색이 가능하므로, 모든 노드들은 흰색 노드 집합과 검은색 노드 집합의 두 그룹으로 나눌 수 있다. 검은색 노드에서 흰색 노드로 가는 에지는 양의 이동 벡터, $x^+=(1,0,0)$, $y^+=(0,1,0)$, $z^+=(0,0,1)$ 들 중에서 하나를 갖고, 흰색 노드에서 검은색 노드로 가는 에지는 음의 이동 벡터, $x^-=(-1,0,0)$, $y^-=(0,-1,0)$, $z^-=(0,0,-1)$ 들 중에서 하나를 갖는다. 예를 들어 <그림 2>에서 검은색 노드 $(-1,1,1)$ 에서 x -축을 따라서 이동하면 흰색 노드 $(0,1,1)$ 에 이른다. 이분그래프의 성질에 의해서 에지를 따라 움직이는 모든 이동은 흰색노드와 검은색 노드를 반복하여 방문하게 되어 음의 이동벡터와 양의 이동벡터를 교대로 가지게 되므로, $-t+1 \leq x,y,z \leq t$, $1 \leq x+y+z \leq 2t$ 가 된다. 두 노드 (x_1,y_1,z_1) 과 (x_2,y_2,z_2) 는 $|x_1-x_2|+|y_1-y_2|+|z_1-z_2| = 1$ 일 때, 에지를 갖는다.

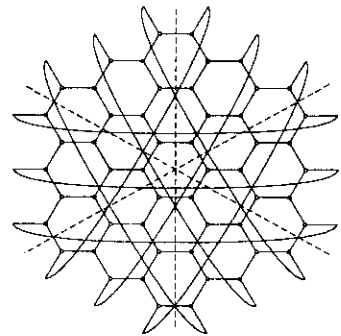
라우팅 문제는 메시지를 가진 원시 노드를 s 라 하고 목적 노드를 t 라 할 때, s 에서 t 까지의 경로를 설정하고, 그 경로를 따라 메시지를 전달하는 문제이다. Honeycomb 메쉬에서의 원시 노드를 $s=(x_1,y_1,z_1)$ 그리고 목적 노드를 $t=(x_2,y_2,z_2)$ 라고, 두 노드들 간의 거리를 $D=|\Delta x+\Delta y+\Delta z|$ 라고 하자. 이 때 $\Delta x=x_2-x_1$, $\Delta y=y_2-y_1$, $\Delta z=z_2-z_1$ 이다. 최소한 하나의 에지가 두 노드 사이의 거리를 가깝게 하므로, s 에서 t 로 가는 최단경로는 $|\Delta x|$ 개의 x 축에 평행한 에지와 $|\Delta y|$ 개의 y 축에 평행한 에지, 그리고 $|\Delta z|$ 개의 z 축에 평행한 에지를 갖는다. 라우팅 알고리즘은 각 단계에 메시지를 가진 노드에서 어떤 에지를 통한 이동이 t 까지의 거리를 줄이는가를 검사하여, 그 에지를 경로상의 한 에지로 선택한다. 이러한 방법으로 설정된 라우팅 경로는 최단경로이다.



<그림 2> Honeycomb 메쉬의 좌표계

Honeycomb 토러스는 honeycomb 메쉬에 wraparound 에지를 추가하여 얻을 수 있다. <그림 3>에서 점선으로 그려진 선은 축에 직각이고, honeycomb 메쉬의 노드들 중에서 분지수가 2인 노드들은 이 선을 축으로 하여 맞은편에 있는 노드들과 에지로 연결된다. wraparound 에지를 추가한 토러스는 $9t^2$ 개의 에지를 가지고, 지름은 honeycomb 메쉬의 절

반이다. Honeycomb 메쉬보다 훨씬 크기가 큰 육각형 격자에서 한 노드에 대해 여러 개의 사본을 허락함으로써 honeycomb 토러스가 노드와 에지 대칭성을 만족한다[1]. 그러므로, honeycomb 토러스에 속하는 어떤 셀도 토러스의 중심이 될 수 있고 이에 속하는 노드들도 토러스의 중심에 위치할 수 있다. Honeycomb 토러스에서 라우팅은 원시 노드에서 원래의 목적 노드와 목적 노드의 모든 사본들 중에서 가장 거리가 가까운 것을 목적 노드로 하여 행해진다. <그림 4>에서 각 wraparound 에지를 이용한 경로와 이에 대응하는 사본들을 표시하였다. 본 논문에서는 honeycomb 연결망의 대칭성에 따라 원시 노드가 목적 노드보다 z 축의 좌표가 큰 경우만을 고려하였다. 원시 노드의 좌표를 (x,y,z) 라하고 honeycomb 메쉬의 차원을 t 라하면 목적 노드에 가장 가까운 원시 노드의 사본의 가상적 좌표는 각각 $(x+t,y+t,z-2t)$, $(x-t,y+2t,z-t)$, $(x+2t,y-t,z-t)$ 이다.



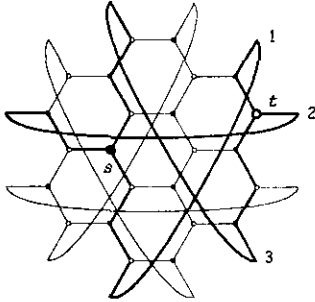
<그림 3> honeycomb 토러스

3. Honeycomb 연결망에서의 병렬경로

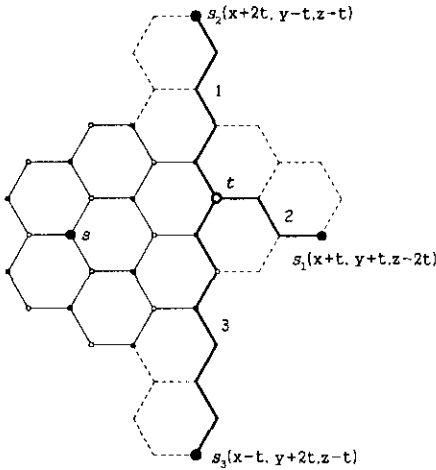
병렬경로는 s 와 t 사이의 노드 중복이 없는 경로를 말한다. 임의의 두 노드 사이에 병렬경로가 여러 개 있으면, 두 노드 사이에 많은 양의 데이터를 전달할 때 속도를 증가시킬 수 있을 뿐 아니라, 고장 발생시 다른 경로를 선택할 수 있어 좋다. Honeycomb 토러스는 분지수가 3인 정규연결망이므로, 항상 3개의 병렬경로가 존재함을 알 수 있다[Menger의 정리]. 본 논문에서 병렬경로를 설정하기 위해 [1]에서 라우팅을 위해 제안한 좌표계와 라우팅 알고리즘을 그대로 사용한다. Honeycomb 토러스에서 병렬경로를 보이기 위해 본 논문에서는 원시 노드 s 에서 목적 노드 t 로 가는 경로를 설정할 때, s 의 사본들 중에서 t 와 가장 가까운 것을 원시 노드 s 로 정의하고, s 를 제외하고 t 로부터의 거리가 가장 가까운 s 의 2개의 사본을 차례로 s_1, s_2 라 정의한다. s, s_1, s_2 사이에는 $|t-s| \leq |t-s_1| \leq |t-s_2|$ 의 관계가 성립한다. 병렬경로를 설정하기 위해 먼저 각 노드의 색과 에지에 따른 이동이 두 노드 사이의 거리에 미치는 영향에 따라 다음의 세가지 형태를 정의하고, 각각의 형태에 따른 병렬경로를 설정한다.

정의

- (1) A-형태 : 노드 s 와 노드 t 의 색이 같은 경우
- (2) B-형태 : 노드 s 와 노드 t 의 색이 다르고 각 노드의 각 에지에 따른 이동 중에서 하나만이 상대 노드까지의 거리를 감소시키고 2개의 이동은 거리를 증가시키는 경우
- (3) C-형태 : 노드 s 와 노드 t 의 색이 다르고 각 노드의 각 에지에 따른 이동 중에서 2개가 상대노드까지의 거리를 감소시키고 하나는 거리를 증가시키는 경우



A) wraparound 에지들 사용한 경로



B) 각 경로에 대응하는 사본

<그림 4> wraparound 에지를 이용한 경로와 이에 대응하는 사본

각 형태에 따른 병렬경로를 구성하는 방법과 각 경로의 경로길이는 다음과 같다.

(1) A-형태

이 형태는 s 에서 t 까지의 거리가 짝수이다. s, s_1, s_2 로부터 t 의 거리에 따라 다음 4가지의 경우로 병렬경로가 존재한다.

경우 1. $\text{dist}(s_1, t) = \text{dist}(s_2, t) = D$ 인 경우 : s, s_1, s_2 로부터 t 까지 각각 경로를 병렬경로로 설정한다. 경로길이는 D 이다.

경우 2. $\text{dist}(s_1, t) = D$ 이고, $\text{dist}(s_2, t) \geq D+2$ 인 경우 : s 와 s_1 으로부터 t 까지의 경로로 두 개의 경로를 설정한다. 이때 마지막 경로 설정을 위해 s_1 으로부터 t 로의 경로의 마지막 에지 벡터와 s 로부터 t 로 가는 첫 번째 에지 벡터가 같도록 설정한다. 마지막 경로는 s 에서 t 로 가는 경로 상에 있는 에지에 접하는 셀들의 에지들을 경유하도록 설정한다. <그림 5>에서 같은 수의 에지에 인접하는 셀의 개수는 다를 수 있고, 셀의 개수가 적을수록 경로의 길이는 짧아짐을 볼 수 있다. 이 경우에는 세로부리를 가진 셀들을 선택한다. 경로길이는 $D+2$ 이다.

경우 3. $\text{dist}(s_1, t) = D+4$ 이고, $\text{dist}(s_2, t) \geq D+4$ 인 경우 : ②와 동일한 방법으로 구성된다. 경로길이는 $D+4$ 이다.

경우 4. $\text{dist}(s_1, t) \geq D+6$ 인 경우 : s 로부터 t 까지의 경로로 첫 번째 경로를 설정한다. 나머지 두 개의 경로는 첫 번째 경로 상에 있는 에지에 접하는 셀들의 에지들 각각 경유하도록 설정한다(그림 5). 경로길이는 $D+6$ 이다.

(2) B-형태

이 형태는 s 에서 t 까지의 거리가 홀수이다. s, s_1, s_2 로부터 t 의 거리에 따라 다음 3가지의 경우로 병렬경로가 존재한다.

경우 1. $\text{dist}(s_1, t) = \text{dist}(s_2, t) = D+2$ 인 경우 : s 와 각 사본들로부터 t 까지의 각각의 경로로써 병렬경로를 설정한다. 이 형태의 경로길이는 $D+2$ 이다.

경우 2. $\text{dist}(s_1, t) = D+2$ 이고, $\text{dist}(s_2, t) \geq D+4$ 인 경우 : s 와 s_1 으로부터 t 까지의 경로로 두 개의 경로를 설정하고, 마지막 경로는 s 에서 t 로 가는 경로 상에 있는 에지에 접하는 셀들의 에지들을 경유하도록 설정한다. 경로길이는 $D+4$ 이다.

경우 3. $\text{dist}(s_1, t) \geq D+6$ 인 경우 : s 로부터 t 까지 하나 경로를 설정하고, 두 개의 경로는 s 에서 t 로 가는 경로에 있는 에지에 접하는 셀들의 에지들을 경유하도록 설정한다(그림 6). 경로길이는 $D+4$ 이다.

(3) C-형태 :

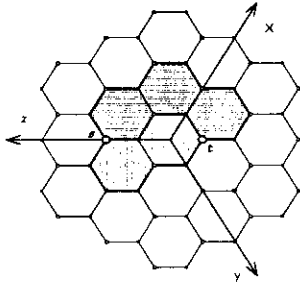
이 형태는 s 에서 t 까지의 거리가 홀수이다. s, s_1, s_2 로부터 t 의 거리에 따라 다음 3가지의 경우로 병렬경로가 존재한다.

경우 1. $\text{dist}(s_1, t) = D+2$ 이고, $\text{dist}(s_2, t) \geq D+4$ 인 경우 : s 와 s_1 으로부터 t 까지의 경로로 두 개의 경로를 설정하고, s 에서 t 로 가는 경로상의 에지와 인접한 셀들의 에지들을 경유하도록 마지막 경로를 설정된다. 경로의 길이는 $D+2$ 이다.

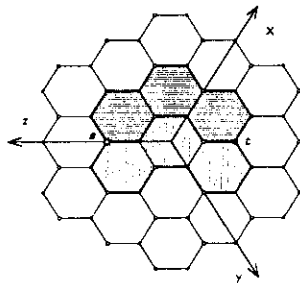
경우 2. $\text{dist}(s_1, t) = D+6$ 이고, $\text{dist}(s_2, t) \geq D+8$ 인 경우 : s 에서 t 까지의 경로는 경로의 첫 에지벡터와 마지막 에지벡터가 같도록 설정한다. 나머지 두 개

의 경로는 s 에서 t 로 가는 경로상의 에지와 인접한 셀들의 에지들을 경유하도록 경로를 설정한다(그림 7). s 에서 t 로 가는 경로상의 첫 노드가 t 와 같은 체인상에 위치할 경우의 경로길이는 $D+6$ 이고, 나머지 경우는 $D+4$ 이다.

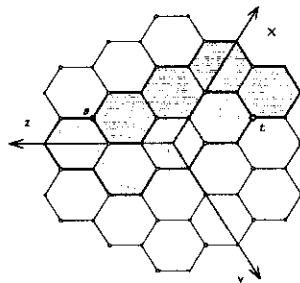
경우 3. s 와 t 가 한 셀의 맞은편에 위치하는 경우 : 먼저 s 와 t 가 공유하는 셀의 에지들로 두 개의 경로를 설정하고, 마지막 경로는 두 경로중 하나의 경로상의 에지와 인접한 셀들의 에지들을 경유하도록 경로를 설정한다. 경로가 $D+8$ 이다.



<그림 5> A-형태



<그림 6> B-형태



<그림 7> C-형태

지금까지 본 논문에서 분지수가 3인 정규연결망인 honeycomb 연결망에서의 $D+8$ 이하의 길이로 병렬경로를 설정하였다. 이제 honeycomb 연결망에서의 고장지름을 분석한다. 연결망의 고장지름[5,6,8]은 분지수 미만의 노드에 고장이 발생했을 때, 그 연결망의 지름

중 최대값을 말한다. 임의의 연결망 G 가 분지수 k 를 갖는 정규연결망이라고 할 때, G 의 모든 노드쌍 사이에 각각 길이가 D 이하인 k 개의 병렬경로가 존재하면 그 연결망의 고장 지름은 D 이하이다. 따라서, honeycomb 연결망에서의 고장지름은 $diameter+8$ 이다.

4. 결론

임의의 연결망에 병렬경로는 긴 메시지를 보낼 때, 서로 다른 경로로 동시에 메시지를 나누어서 보내거나, 망에 고장이 있을 때, 그 피해를 최소화하기 위해 중요한 방책도이다. 본 논문에서는 망비용 측면에서 다른 종류의 메시에 비해 뛰어난, 육각형구조를 기반으로 하는 메시구조 상호연결망인 honeycomb 연결망 상에서 임의의 두 노드에 대해 노드의 색과 상대노드 사이의 거리에 따라 3가지 형태로 나누어 병렬경로를 설정하였고, 고장지름이 $diameter+8$ 임을 보였다. 앞으로 honeycomb 연결망의 기존의 연결망에 대한 임베딩 문제, 해밀톤 경로 등에 대한 연구가 있어야 할 것이다.

5. 참고문헌

- [1] V. Bokka, H. Gurla, S. Olariu, J. L. Schwing, "Podality-Based Time-Optimal Computations on Enhanced Meshes," IEEE trans. on Parallel and Distributed systems, Vol. 8, No. 10, pp. 1019-1035, October 1997.
- [2] C. C. Chen and J. Chen "Optimal Parallel Routing in Star Networks," IEEE trans. on computers, Vol. 46, No. 12, pp. 1293-1303, December 1997.
- [3] M. S. Chen, K.G. Shin, and D. D. Kandlur, "Addressing, Routing and Broadcasting in Hexagonal Mesh Multiprocessors," IEEE trans. Computers, Vol. 39, No. 1, pp. 10-18, Jan. 1990.
- [4] D. F. Hsu, "On Container Width and Length in Graphs, Groups, and Networks," IEICE trans. Fundamentals, Vol. Enn. 1, No. 4, pp. 668-680, 1994.
- [5] M. S. Krishnamoorthy and B. Krishnamoorthy, "Fault Diameter of Interconnection Networks," Comput. Math. Applic., Vol. 13, No. 5/6, pp. 577-582, 1987.
- [6] S. Latifi, "On the Fault-Diameter of the Star Graph," Information Processing Letters, Vol. 46, No. 3, pp. 143-150, June 1993.
- [7] I. Stojmenovic, "Honeycomb Networks: Topological Property and Communication Algorithms," IEEE trans. on parallel and distributed systems, Vol. 8, No. 10, pp. 1036-1042, October 1997.
- [8] 한국과학기술원, "고성능 병렬 컴퓨터의 설계 및 개발에 관한 연구", 1993.