

수중운동체의 극점 배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 제어기 설계

조용철, 김종해, 박홍배
 경북대학교 전자전기공학부
 대구광역시 북구 산격동 1370번지
 cyc@palgong.kyungpook.ac.kr

Mixed H^2/H^∞ Controller Design with Regional Pole Placements for Underwater Vehicle

Yong Chul Cho, Jong Hae Kim, and Hong Bae Park
 School of Electronic and Electrical Eng., Kyungpook Nat'l Univ.
 1370 Sankyuk-dong, Buk-ku, Taegu, 702-701
 cyc@palgong.kyungpook.ac.kr

Abstract This paper presents the mixed H^2/H^∞ controller design method with the regional pole placements for underwater vehicle. Since the small and light underwater vehicle is sensitive to disturbances and parameter uncertainties, we design the controller which guarantees robustness against time-delays, parameter uncertainties and disturbances. The LMI (linear matrix inequality) formulations for pole placements in specific regions and H^2 and H^∞ performances are reviewed. The desired controller can be obtained by solving these LMIs.

I. 서론

일반적으로 불확실성 시스템의 견실 안정화와 외란 제거 등의 제어목적은 H^∞ 성능지수로 표현한다. 또한 H^∞ 제어문제는 2개의 Riccati 방정식과 관련되므로 간단하지만 대부분 주파수 영역을 다루기 때문에 과도응답이나 페루프 시스템의 극점의 위치에 대한 제어문제에 대해서는 명확한 해결책을 제시하지 못한다. 만족할 만한 시간응답이나 페루프 시스템의 제동(damping)은 페루프 시스템의 극점을 주파수 영역의 좌반부의 적절한 영역으로 이동시킴으로써 얻을 수 있다. H^∞ 성능과 과도응답을 동시에 적절히 조절하는 하나의 방법으로 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기 설계 방법을 제시한다.

소형, 경량의 신형 수중운동체는 기동성은 뛰어나지만, 외란이나 섭동과 같은 불확실성 요소에 대해서는 매우 민감하다. 또한 불확실성 요소로는 횡동요 계수의 불확실성 뿐만 아니라 중력 및 부력오차 등에 의한 파라미터 불확실성이 존재한다. 그리고 제어기를 실제 구현하는 측면에서 볼 때 제어기는 디지털 컴퓨터로 구현하므로 항법컴퓨터와 조종컴퓨터 사이의 인터페이스 및 계산 등에 의한 시간지연이 존재하고 조종컴퓨터의 제어입력이 가해진 후 구동타각이 작동하기까지에도 시간지연이 존재한다.

본 논문에서는 이러한 시간지연 및 파라미터 불확실성을 가지는 신형 수중운동체에 대하여 견실 안정성 뿐만 아니라 H^2 성능까지도 만족시키는 혼합 H^2/H^∞

제어기를 설계한다. 시간지연 및 파라미터 불확실성에 대한 견실 안정화 문제는 H^∞ 제어문제로, LQG 관점에서의 성능문제는 H^2 제어문제로 변환한다. 또한 페루프 시스템의 극점 배치 문제를 고려하여 초기 과도응답을 개선한다. 이러한 극점배치를 갖는 H^2/H^∞ 출력제한 제어문제는 Chilali 등의 결과[1]에 기초하여 선형행렬 부등식(LMI)을 이용한 볼록(convex) 최적화문제로 바꿀 수 있다. LMI형태로의 변환 과정을 몇가지 정리를 통하여 살펴본 후 제어대상 수중운동체에 대하여 LMI를 이용한 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기 설계 기법을 적용한다.

II. 문제 설정

선형화한 수중운동체 모델에 시간지연 및 파라미터 불확실성을 포함한 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A_1 + \Delta A_1]x(t) + [B_{u_1} + \Delta B_{u_1}]u(t) \\ &\quad + B_{u_2}u(t-d_2) + B_{w_1}w_1(t) \\ y(t) &= [C_1 + \Delta C_1]x(t) + C_2x(t-d_4) \end{aligned} \quad (1)$$

로 표현되고 여기서 $x(t)$ 는 상태, $u(t)$ 는 제어입력, $w_1(t)$ 는 외란, $y(t)$ 는 출력신호를 나타내며 각각 적절한 자원의 실수공간에 속한다. 그리고 d_2 와 d_4 는 시간지연을 나타내는 양의 상수이며 ΔA_1 과 ΔB_{u_1} 은 횡동요 계수 오차, ΔC_1 은 측정센서 오차 성분을 나타낸다. 이러한 시간지연 및 파라미터 불확실성은

$$\begin{aligned} [\Delta A_1 \ \Delta B_{u_1}] &= H_x \Delta_1 [E_{x_1} \ E_{u_1}] \\ [B_{u_2} e^{-s d_2}] &= H_d \Delta_2 [E_{d_2}] \\ [\Delta C_1] &= H_y \Delta_3 [E_{x_1}] \\ [C_2 e^{-s d_4}] &= H_y \Delta_4 [E_{d_4}] \end{aligned} \quad (2)$$

와 같은 정합조건을 이용하여 표현할 수 있다. 여기서 H_{x_1} , E_{w_1} 는 시간지연 및 파라미터 불확실성 구조를 나타내는 아는 상수행렬이다. 불확실성을 나타내는 모르는 행렬 $\Delta_1 \sim \Delta_4$ 항은

$$\Delta = \text{Diag}[\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4], \quad \bar{\sigma}(\Delta_i) \leq 1 \quad (3)$$

으로 정의한다. 여기서 $\bar{\sigma}(\Delta)$ 는 행렬 Δ 의 최대특이치를 나타낸다. 식 (1)의 시스템의 입력 $[u^T \ w_1^T]^T$ 와 출

력 y 의 관계를

$$y = \overline{G}_{\Delta u}(s, \Delta_p)u + \overline{G}_{\Delta w}(s, \Delta_p)w_1 \quad (4)$$

와 같이 표현한다. 여기서 $\overline{G}_{\Delta u}$ 는 제어입력 u 에서, $\overline{G}_{\Delta w}$ 는 외란 w_1 에서 출력 y 까지의 전달함수행렬이다.

2.1 제어기 설계구조

식 (1)의 시스템에 대해 페루프 시스템의 건설 안정화와 모델추종 및 외란감쇠의 건설 성능문제를 고려하기 위한 제어기 설계구조는 그림 1과 같다. 여기서 하중함수 W_r , W_d , W_{e_1} 과 W_{e_2} 는 안정한 진유리함수 행렬이고 추종모델 M_0 는 시간 영역의 설계사양을 반영하기 위한 이상모델이다. 추적오차 e_1 및 제어입력 e_2 를 제어출력 z 로 선택하고, 기준명령 r_1 및 외란 w_1 을 외부입력 w 로 선택하여

$$z = [e_1^T e_2^T]^T, \quad w = [w_1^T r_1^T]^T \quad (5)$$

로 정의한다.

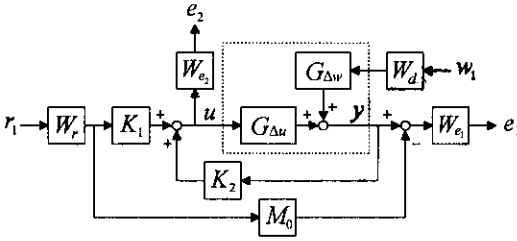


그림 1. 제어기 설계 구조
Fig. 1. Controller design configuration.

2.2 혼합 H^2/H^∞ 성능

먼저 시간지연과 파라미터 불확실성이 없는 공칭시스템에 대한 안정화와 모델추종 및 외란감쇠 문제를 고려하기 위하여 페루프 전달함수의 H^2 노음을 최소화하는 문제를 생각한다. 불확실성 구조 Δ 를 포함하지 않는 전달함수 \overline{G}_u 와 \overline{G}_w 는

$$\begin{aligned} \overline{G}_u &= C_1(sI - A_1)^{-1}B_{u1} + D_{u1} \\ \overline{G}_w &= C_1(sI - A_1)^{-1}B_{w1} + D_{w1} \end{aligned} \quad (6)$$

이고, 그림 1의 구조를 외부입력 w 에서 제어출력 z 까지의 전달함수를 제어기 K 와 표준플랜트 P 의 낮은 선형분수변환(lower LFT) 구조

$$F_l \left(\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, K \right) := P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (7)$$

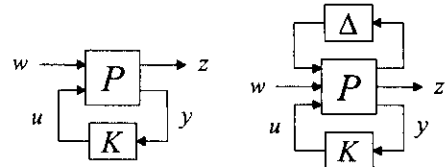
로 나타내면 그림 2(a)와 같고 이때 H^2 제어기 설계문제는

$$\inf_K \|F_l(P, K)\|_2 \quad (8)$$

을 만족하는 K 를 구하는 것이다.

다음으로 시간지연 및 파라미터 불확실성을 포함하는 식 (1)의 시스템에 대하여 H^∞ 건설 성능을 고려한다. 그림 1의 제어기 설계구조에서 외부입력 w 에서 제어출력 z 까지의 전달함수를 제어기 K 와 표준플랜트 P 의 선형분수변환 구조로 나타내면 그림 2(b)와 같고 이때 식 (3)의 불확실성 구조에 대한 건설 안정성을 보장하는 H^∞ 제어기 설계문제는

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < 1 \quad (9)$$



(a) H^2 문제 (b) H^∞ 문제

그림 2. 일반화된 플랜트 구조
Fig. 2. Generalized plant configuration.

를 만족하는 K 를 구하는 것이다.

위의 두가지 결과를 결합한 혼합 H^2/H^∞ 성능을 위해 고려해야 할 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z_\infty(t) &= C_\infty x(t) + D_\infty w(t) + D_\infty u(t) \\ z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \\ y(t) &= C_1 x(t) + D_{y1}w(t) \end{aligned} \quad (10)$$

이고 여기서 z_∞ 와 z_2 는 각각 H^∞ 성능과 H^2 성능을 만족시키기 위해 제어해야 할 출력이며, 이때 혼합 H^2/H^∞ 제어기 설계문제는

$$\inf_K \{ \|T_2(K)\|_2 : \|T_\infty(K)\|_\infty < 1 \} \quad (11)$$

인 K 를 찾는 것이다. 여기서 $T_2(K)$ 와 $T_\infty(K)$ 는 각각 w 에서 z_2 와 z_∞ 까지의 전달함수행렬을 나타낸다.

III. 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 제어기 설계

Chilali 등[1]은 LMI를 이용한 극점배치를 갖는 H^∞ 설계기법을 개발하였다. 본 논문에서는 이보다 확장된 결과인 혼합 H^2/H^∞ 설계기법을 대상 수중운송체에 적용하고자 한다.

일반적인 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어 문제는 그림 3과 같이 나타낼 수 있다. 대상 시스템 식 (10)에 대한 출력제한 제어기 $K(s)$ 를

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_K \xi(t) + B_K y(t) \\ u(t) &= C_K \xi(t) + D_K y(t) \end{aligned} \quad (12)$$

로 표현하면 식 (10)의 $P(s)$ 와 식 (12)의 $K(s)$ 에 의한 페루프 시스템은 $x_{cl} = [x^T \xi^T]^T$ 로 다음과써

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= A_{cl} x_{cl}(t) + B_{cl} w(t) \\ z_\infty(t) &= C_{cl} x_{cl}(t) + D_{cl} w(t) \\ z_2(t) &= C_{cl} x_{cl}(t) + D_{cl} w(t) \end{aligned} \quad (13)$$

과 같이 얻을 수 있다. 여기서 시스템 행렬들은 각각

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \begin{bmatrix} A + B_2 D_K C_y & B_2 C_K \\ B_K C_y & A_K \end{bmatrix}, B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_K D_{y1} \\ B_K D_{y1} \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= [C_\infty + D_\infty D_K C_y \quad D_\infty C_K], D_{cl} = D_\infty + D_\infty D_K D_{y1}, \\ C_{cl} &= [C_2 + D_{22} D_K C_y \quad D_{22} C_K], D_{cl} = D_{21} + D_{22} D_K D_{y1} \end{aligned} \quad (14)$$

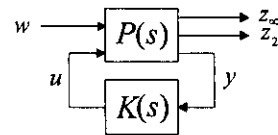


그림 3. 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어 문제
Fig. 3. H^2/H^∞ output feedback control problem.

이다. 이러한 페루프 시스템에 대한 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기 설계 문제는 다음의 정리들에 의하여 H^∞ 성능, H^2 성능, 그리고 극점배치를 위한 세가지 LMI 형태로 표현할 수 있다.

정리 1.[1] $\|T_\infty(K)\|_\infty < \gamma$ 이기 위한 필요충분조건은

$$\begin{bmatrix} A_{cl}X_\infty + X_\infty A_{cl}^T & B_{cl} & X_\infty C_{cl}^T \\ B_{cl}^T & -I & D_{cl}^T \\ C_{cl}X_\infty & D_{cl} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

를 만족하는 양한정(positive definite) 대칭행렬 X_∞ 가 존재하는 것이다.

정리 2.[1] $\|T_2(K)\|_2 < \nu$ 이기 위한 필요충분조건은 $D_{cl} = 0$ 이고,

$$\begin{bmatrix} A_{cl}X_2 + X_2 A_{cl}^T & B_{cl} \\ B_{cl}^T & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_{cl}X_2 \\ X_2 C_{cl}^T & X_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (17)$$

$$\text{Trace}(Q) < \nu^2 \quad (18)$$

을 만족하는 양한정 대칭행렬 X_2 와 Q 가 존재하는 것이다.

정리 3.[1] $L = L^T = [\lambda_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m}$ 과 $M = [\mu_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m}$ 을 가지는 LMI영역 $D = \{z \in \mathbb{C} : L + Mz + M^T z^* < 0\}$ 안에 페루프 극점이 존재할 필요충분조건은

$$[\lambda_{ij} X_{pol} + \mu_{ij} A_{cl} X_{pol} + \mu_{ij} X_{pol} A_{cl}^T]_{1 \leq i, j \leq m} < 0 \quad (19)$$

를 만족하는 양한정 대칭행렬 X_{pol} 이 존재하는 것이다.

위의 LMI 문제를 보다 다루기 쉽게 하기 위하여

$$X := X_\infty = X_2 = X_{pol} \quad (20)$$

으로 정의하여 세가지 LMI 조건을 만족하는 하나의 리아푸노프(Lyapunov)행렬 X 를 찾는다. 그리고 X 를

$$X = X_1 X_2^{-1}, \quad X_1 := \begin{bmatrix} R & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, \quad X_2 := \begin{bmatrix} 0 & S \\ I & N^T \end{bmatrix} \quad (21)$$

로 분해하여 새로운 제어변수를

$$\begin{aligned} \widetilde{B}_K &= NB_K + SB_2 D_K, \\ \widetilde{C}_K &= C_K M^T + D_K C_Y R, \\ \widetilde{A}_K &= NA_K M^T + NB_K C_Y R + SB_2 C_K M^T + S(A + B_2 D_K C_Y)R \end{aligned} \quad (22)$$

와 같이 정의하면 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기 설계 문제는 정리 4로 요약할 수 있다.

정리 4.[3] 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기 설계문제는 식 (23)~(28)을 만족하는 $R, S, Q, \widetilde{A}_K, \widetilde{B}_K, \widetilde{C}_K, D_K, \gamma$ 에 대하여 $\alpha\gamma^2 + \beta \text{Trace}(Q)$ 를 최소화시키는 문제와 동가이다.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & \widetilde{A}_K^T + A + B_2 D_K C_Y & B_1 + B_2 D_K D_{y1} & * \\ * & M_{22} & SB_1 + \widetilde{B}_K D_{y1} & * \\ * & * & -I & * \\ C_\infty R + D_{\infty 2} \widetilde{C}_K & C_\infty + D_{\infty 2} D_K C_Y & D_{\infty 1} + D_{\infty 2} D_K D_{y1} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_2 R + D_{22} \widetilde{C}_K & C_2 + D_{22} D_K C_Y \\ * & R & I \\ * & I & S \end{bmatrix} > 0, \quad (24)$$

$$\left[\lambda_{ij} \begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} + \mu_{ij} \begin{bmatrix} AR + B_2 \widetilde{C}_K & A + B_2 D_K C_Y \\ \widetilde{A}_K & SA + \widetilde{B}_K C_Y \end{bmatrix} \right]$$

$$+ \mu_{ij} \begin{bmatrix} AR + B_2 \widetilde{C}_K & A + B_2 D_K C_Y \\ \widetilde{A}_K & SA + \widetilde{B}_K C_Y \end{bmatrix}^T \Big]_{1 \leq i, j \leq m} < 0, \quad (25)$$

$$\text{Trace}(Q) < \nu_0^2, \quad (26)$$

$$\gamma^2 < \gamma_0^2, \quad (27)$$

$$D_{21} + D_{22} D_K D_{y1} = 0, \quad (28)$$

$$M_{11} = AR + RA^T + B_2 \widetilde{C}_K + \widetilde{C}_K^T B_2^T,$$

$$M_{22} = A^T S + SA + \widetilde{B}_K C_Y + C_Y^T \widetilde{B}_K^T.$$

여기서 *는 대칭요소를 의미한다. 위의 LMI 문제의 최적해 γ_{opt} 와 Q_{opt} 가 얻어지면 페루프 시스템의 H^∞ 노음과 H^2 노음의 한계치는 각각

$$\|T_\infty(K)\|_\infty \leq \gamma_{opt}, \quad (29)$$

$$\|T_2(K)\|_2 \leq \sqrt{\text{Trace}(Q_{opt})} \quad (30)$$

으로 구해진다.

IV. 수중운동체에 의 응용

수중운동체에 대한 제어기 설계시에는 수평면과 수직면으로 나누어 설계하지만 제어기 설계 방법은 서로 유사하므로 본 절에서는 수평면 제어기 중 침로/롤 제어기에 대해 중점적으로 설명하겠다.

4.1 수평면 제어기 - 침로/롤 제어기

6자유도 수중운동체를 평형상태에서 선형화한 운동방정식은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_k x + B_k u \\ y &= C_k x \end{aligned} \quad (31)$$

이며 여기서 각 시스템 변수는

$$x = [v \ p \ r \ \phi \ \psi]^T, \quad y = [p \ r \ \phi \ \psi]^T, \quad u = [\delta_r \ \delta_\psi]^T$$

이다. 여기서 v 는 동체좌표계에 대한 속도, p 와 r 은 각속도(롤변화율, 침로변화율), ϕ 와 ψ 는 기준좌표계에 대한 동체좌표계의 오일러각(롤, 침로)을 나타내며, δ_r 은 방향타, δ_ψ 는 롤구동타를 나타낸다. 설계대상 수중운동체에서는 입력부와 측정출력부에 100ms 정도의 시간지연을 가지므로 이를 고려하기 위하여 Pade 근사화를 이용하여 시간지연항 e^{-sT_d} 를

$$P_d(s) = \frac{2 - T_d s}{2 + T_d s} \quad (32)$$

로 근사화한다. 식 (4.1)의 선형화된 모델 $G(s)$ 와 시간지연을 근사화한 시스템 $P_d(s)$ 의 상태공간 표현

$$G(s) = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & 0 \end{bmatrix}, \quad P_d(s) = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix} \quad (33)$$

에 대하여 시간지연 시스템 $G_T(s)$ 의 상태공간 표현은

$$G_T(s) \cong P_d(s)G(s) = \begin{bmatrix} A_k & B_k C_d & B_k D_d \\ 0 & A_d & B_d \\ C_k & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

가 된다. 근사화한 시스템 $G_T(s)$ 에 대하여 그림 1의 제어기 설계 구조를 이용하여 하중합수행렬을 적절히 선택하고 추종모델 M_0 를 빠른 시간응답을 얻기 위한 이상모델로 설정하여 제어기를 설계하였다. 이 과정에 페루프 극점이 원점 가까이에 생겨 시간응답이 늦어지는 것을 방지하기 위해 모든 극점의 실수부분이 -1보다 작도록 설정하였다. 이와 같이 설계한 제어기에 의한

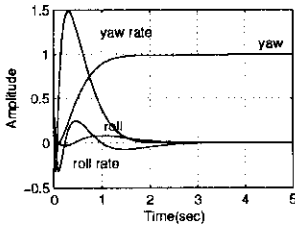


그림 4. 침로의 단위계단응답
Fig. 4. Unit step response for yaw.

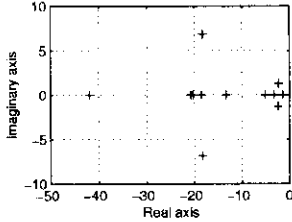


그림 5. 폐루프 시스템의 극점
Fig. 5. Closed-loop poles.

페루프 시스템의 침로에 대한 시간응답과 페루프 극점을 각각 그림 4와 그림 5에 나타내었다. 침로변화율/물제어기 설계방법은 앞의 방법과 동일하나 침로에 대한 정보를 이용하지 않는다.

4.2 수직면 제어기

수직면에 대해서는 PID 제어기와 H^2/H^∞ 제어기를 혼합하여 설계하였다. 선형화한 수직면 모델에서 먼저 피치와 피치변화율에 대해서는 PID 제어기를 설계하고, 선형화한 모델과 PID 제어기 부분을 결합한 시스템의 심도제어를 위해서는 혼합 H^2/H^∞ 제어기 설계방법을 이용하였다.

4.3 제어기 성능 시험

제어기의 성능 시험은 세가지 시험으로 나누어 실시했다. 첫번째 시험은 침로와 심도에 대한 시험으로서 침로 명령은 영(도), 심도 명령은 -80(m)로 한다. 두번째 시험은 침로변화율과 심도에 대한 시험으로서 침로변화율 명령은 6(도/초), 심도 명령은 -60(m)로 한다. 세번째 시험은 침로변화율과 피치변화율 시험으로서 각각의 명령은 주기가 10초인 ± 5 (도/초)의 구형파로 한다. 그 결과를 각각 그림 6~8에 나타내었다.

첫번째 시험에서는 침로가 영(도)를 유지하므로 좌우 흔들림이 없고 심도는 수심 80(m)지점에서 잘 유지되었고, 두번째 시험에서는 10초 정도가 지나면 6(도/초)의 각속도로 회전하며 심도도 60(m)를 잘 유지했다. 그리고 세번째 시험에서는 갑작스런 변화를 갖는 명령에 대해서도 각각의 변화율은 좋은 응답을 보였다.

V. 결론

본 논문에서는 시간지연과 파라미터 불확실성을 갖는 수중운동체 모델의 견실 안정화 뿐만 아니라 H^2 성능 및 H^∞ 성능을 만족하는 혼합 H^2/H^∞ 제어문제를 고려하였다. 먼저 시간지연 및 파라미터 불확실성에 대한 견실 안정화 문제는 H^∞ 제어문제로 변환하고, LQG 관점에서의 성능문제는 H^2 제어문제로 변환하였다.

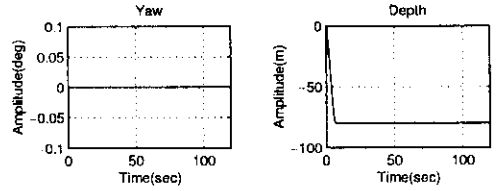


그림 6. 침로와 심도 시험
Fig. 6. Yaw and depth simulation.

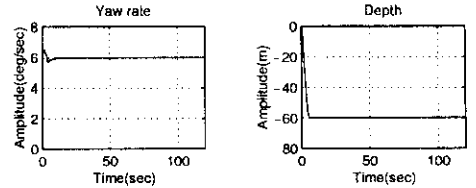


그림 7. 침로변화율과 심도 시험
Fig. 7. Yaw rate and depth simulation.

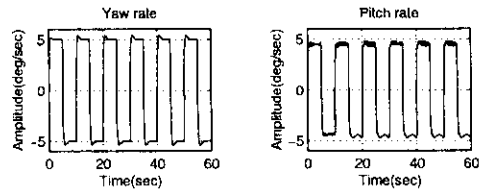


그림 8. 침로변화율과 피치변화율 시험
Fig. 8. Yaw rate and pitch rate simulation.

또한 페루프 시스템의 초기 과도응답을 개선하기 위하여 페루프 시스템의 극점 배치문제를 고려하였다. 이러한 문제들을 결합한 극점배치를 갖는 혼합 H^2/H^∞ 출력제한 제어기를 선형행렬부동식(LMI) 접근방법으로 설계하였다. LMI 접근방법은 *LMI Control Toolbox*를 이용하여 구현하였다.

참고문헌

- [1] M. Chilali and P. Gahinet, " H^∞ design with pole placement constraints: An LMI approach," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp. 358-367, 1996.
- [2] J. C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "State-space solution to standard H^2 and H^∞ control problems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989.
- [3] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc., 1995.
- [4] M. Green and D. J. N. Limebeer, *Linear Robust Control*, Prentice-Hall, 1995.
- [5] D. E. Humphreys, *Development of Equation of Motion and Transfer Function for Underwater Vehicles*, Technical Report, NSCL, 1976.
- [6] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, 1996.
- [7] 이재명, "沒水體의 堅實 安定性 및 性能改善을 위한 H^∞ 制御器 設計," 경북대학교 박사학위논문, 1996.