

수중운동체에 대한 H^∞ 제어기 설계와 비선형 시뮬레이션

전찬식, 김종해, 박홍배
경북대학교 전자전기공학부
대구광역시 북구 산격동 1370번지, 702-701
jcs@palgong.kyungpook.ac.kr

Design of H^∞ Controller for Underwater Vehicle and Nonlinear Simulation

Chan Sik Jeon, Jong Hae Kim, and Hong Bae Park
School of Electronic and Electrical Eng., Kyungpook Nat'l Univ.
1370 Sankyuk-dong, Buk-ku, Taegu, 702-701
jcs@palgong.kyungpook.ac.kr

Abstract In this paper, we design the H^∞ controllers satisfying robust stability and performance for underwater vehicle. The underwater vehicle has computations delay time and input delay. In addition, there exist parameter uncertainties by the roll motion coefficient error, buoyance error, and gravity error. We design the H^∞ controllers using model-matching method and check the performance of the proposed controller by nonlinear simulation which includes time delay model, sensor error model, and actuator model.

란과 내외부 섭동에 대한 영향을 최소로 줄이는 H^∞ 제어기 설계가 필요하다.

본 논문에서는 파라미터 불확실성과 시간지연을 가지는 수중운동체의 견실안정성과 H^∞ 성능을 만족하는 H^∞ 제어기를 설계한다. 시간지연 모델링 및 파라미터 불확실성에 대한 불확실성 구조는 정합조건을 사용하여 표현한다. 또 시간지연항을 pade 근사화[4]를 이용해 불확실성으로 간주한다. 설계한 제어기를 수중운동체 운동방정식에 구동장치 모델과 센서오차 모델등을 결합한 전체 비선형 시스템에 적용하는 비선형 시뮬레이션을 통해 제어기의 성능을 검증한다.

I. 서론

주파수영역 설계기법으로 Nyquist 선도 및 Bode 선도등을 사용[7]하였으나, 이는 단일 입출력 시스템의 제어기 설계에 사용되는 방식이며 입출력 변수들 사이에 결합이 있는 다변수 시스템의 제어기 설계에 사용하기에는 어려움이 있다. 이와같은 단점을 보완하기 위해 상태변수 개념을 도입한 시간영역의 제어기 설계기법인 LQG/LTR 방식[7]이 도입되었으나 이는 모델 불확실성에 대한 고려가 무시되었다. 따라서 최근에는 주파수영역에서 다변수 시스템을 제어할 수 있고 불확실성이 존재하는 시스템의 안정화와 견실성능을 얻기위한 H^∞ 제어기 설계에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 1989년 Doyle 등[3]이 H^∞ 제어기 설계기법에 대해 해석적 해를 제시한 후 이를 응용한 많은 논문이 발표되고 있다. 수중운동체는 다변수 시스템으로 유체역학적 계수에는 불확실성 요소가 존재하고, 운동방정식에는 여러 가지 비선형 요소가 존재하므로 정확한 제어기 설계가 어렵다. 그리고 수중운동체의 운동방정식은 실제시스템을 수학적으로 완벽하게 표현할 수 없기 때문에 항상 모델링 오차를 수반하며, 이로 인하여 설계된 제어시스템은 원하는 안정성 및 성능을 보장받지 못하는 경우가 많다. 그러므로 시스템의 모델오차에 따른 유체역학적 교

II. H^∞ 제어기 설계 알고리즘

시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A_1 + \Delta A_1]x(t) + A_2 x(t - d_1) + [B_m + \Delta B_m]u(t) \\ &\quad + B_w x(t - d_2) + [B_w + \Delta B_w]w_1(t) + B_w w_1(t - d_3) \\ y(t) &= [C_1 + \Delta C_1]x(t) + C_2 x(t - d_4) + [D_m + \Delta D_m]u(t) \\ &\quad + D_w u(t - d_5) + [D_w + \Delta D_w]w_1 + D_w w_1(t - d_6) \end{aligned} \quad (1)$$

을 고려한다. 여기서, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $w_1(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 외란, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ 는 출력신호를 나타낸다. $d_1 \sim d_6$ 는 양의 상수인 시간지연이며 \mathbb{R}^n 은 n 차원 실수공간을 의미하며 모든 행렬은 적절한 차원을 가진다. 시간지연 모델링 및 파라미터 불확실성에 대한 불확실성 구조는 정합조건을 사용하여

$$\begin{aligned} [\Delta A_1 \ \Delta B_m \ \Delta B_w] &= H_1 \Delta_1 [E_{x_1} \ E_{u_1} \ E_{w_1}], \\ [A_2 e^{-s d_1} \ B_w e^{-s d_2} \ B_w e^{-s d_3}] &= H_2 \Delta_2 [E_{d_1} \ E_{d_2} \ E_{d_3}], \\ [\Delta C_1 \ \Delta D_m \ \Delta D_w] &= H_3 \Delta_3 [E_{y_1} \ E_{u_1} \ E_{w_1}], \\ [C_2 e^{-s d_4} \ D_w e^{-s d_5} \ D_w e^{-s d_6}] &= H_4 \Delta_4 [E_{d_4} \ E_{d_5} \ E_{d_6}] \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현한다. 여기서, $H_{1,2,3,4}$ 와 $E_{1,2,3,4}$ 는 시간지연 및 불확실성 구조를 나타내며 알고있는 상수행렬이다. 본 논문에서는 시간지연항을 Pade 근사화를 이용하여 시간지연의 오차를 식 (2)와 같이 모델링하여 시간지연항을 불확실성으로 간주한다. 설계대상 수중운동체

에서는 입력부와 측정출력부에 100ms 정도의 시간지연을 가지므로 Pade 근사화를 이용하여 시간지연항 e^{-sT_d} 을

$$P_1(s) = \frac{2 - T_d s}{2 + T_d s} \quad (3)$$

으로 근사화한다. 따라서 시간지연을 가지는 시스템은

$$G_T(s) \approx P_1(s)G(s) \quad (4)$$

로 표현한다. 따라서 불확실성을 나타내는 행렬함수 $\Delta_1 \sim \Delta_4$ 항은 $\bar{\sigma}(\Delta_i) \leq 1 (i=1, 2, 3, 4)$ 을 만족하는 불확실성으로 고려하여 전체 불확실성 Δ 를

$$\Delta = \text{Diag}[\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4] \quad (5)$$

로 정의한다. 여기서 Diga는 블록대각행렬이다. 또한, 식 (1)과 같은 시간지연 및 파라미터 불확실성 구조를 가지는 시스템에 피드포워드(feedforward) 제어기 K_1 과 출력레환(feedback) 제어기 K_2 를 사용하여

$$u = K_1 r_1 + K_2 y \quad (6)$$

과 같은 구조를 가지는 제어시스템에 대해 폐루프 시스템의 안정성과 모델추종 및 외란감쇠에 대한 견실성 문제를 고려한다.

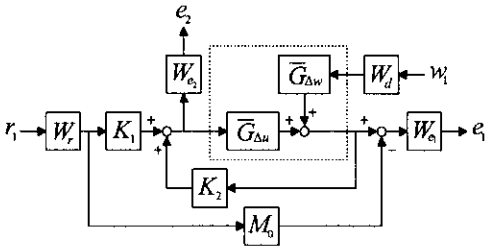


그림 1. 제어기 설계 구조
Fig. 1. Controller design configuration.

그림 1은 주파수영역에서의 시스템 모델에 비용합수를 포함한 제어기 설계구조를 나타낸다. 주파수영역에 관한 설계지식을 반영하기 위해 주파수 특성을 나타내는 하중함수를 포함시켰으며, 시간영역 설계사양을 반영하기 위해 추종모델 M_0 를 고려했다. 여기서 하중함수 W_r, W_d, W_e 과 W_c 는 안정한 진유리함수를 나타내며 RH^∞ 에 속한다. 식 (2)와 같은 구조의 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 선형시스템의 입력 $[u^T w_1^T]^T$ 과 출력 y 의 관계를

$$y = \bar{G}_{du}(s, \Delta)u + \bar{G}_{dw}(s, \Delta)w_1 \quad (7)$$

과 같이 표현한다. 여기서, \bar{G}_{du} 는 제어입력 u 에서 출력 y 로의 전달함수 행렬을 나타내고 \bar{G}_{dw} 는 외란 w_1 에서 출력 y 로의 전달함수 행렬을 나타낸다.

보조정리 1 식 (2)와 같은 불확실성 구조를 갖는 식 (1) 시스템의 전달함수 \bar{G}_{du} 와 \bar{G}_{dw} 는

$$\bar{G}_{du} = F_u(G_{du}, \Delta) = F_u\left(\begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1} \\ G_{21} & G_{u2} \end{bmatrix}, \Delta\right), \quad (8)$$

$$\bar{G}_{dw} = F_w(G_{dw}, \Delta) = F_w\left(\begin{bmatrix} G_{11} & G_{w1} \\ G_{21} & G_{w2} \end{bmatrix}, \Delta\right)$$

과 같이 ULFT(upper linear fractional transformation)의 형태[4]로 표현된다.

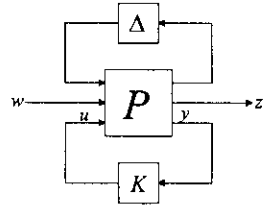


그림 2. 일반화된 플랜트 구조
Fig. 2. Generalized plant configuration.

그림 1의 제어기 구조를 그림 2의 선형분수변환 형태로 나타내면 표준플랜트 P 는

$$P = \left[\begin{array}{ccc|c} G_{11} & G_{w1}W_d & 0 & G_{u1} \\ W_e G_{21} & W_e G_{w2}W_d & W_e M_0 W_r & W_e G_{u2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline G_{21} & G_{w2}W_d & W_r & G_{u1} \end{array} \right] \quad (9)$$

이며 제어기 설계문제는

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < 1 \quad (10)$$

을 만족하는 것이다. 그림 1의 하중함수 W 와 추종모델 M_0 를

$$W_r = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix}, \quad W_d = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix}, \quad W_e = \rho I, \quad (11)$$

$$W_c = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix}, \quad M_0 = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix}$$

로 두면 표준플랜트 P 의 상태공간표현은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (12)$$

이다. H^∞ 제어기 설계문제는 시스템(12)에 대해 $\|T_\infty(K)\|_\infty < 1$ 을 만족하는 제어기 K 를 찾는 문제로 변환된다. 여기서 $T_\infty(K)$ 는 w 에서 z 까지의 전달함수를 나타낸다.

III. 제어기 설계

수중운동체의 제어기는 작동단계에 따라 침로/물 제어기, 침로변화율/물 제어기를 포함하는 수평면 제어기와 심도 제어기, 피치 제어기, 그리고 피치변화율 제어기로 구성되는 수직면 제어기로 나눌 수 있다.

3.1 수평면 제어기 설계

시간지연 불확실성 및 파라미터 불확실성을 포함한 시스템의 모델링식은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A + \Delta A_1]x + [B_{u1} + \Delta B_{u1}]u + B_{u2}u(t-d_2) + B_{w1}w_1 \\ y &= [C_1 + \Delta C_1]x + C_2 x(t-d_1) \end{aligned} \quad (13)$$

으로 표현된다. 시간지연 및 불확실성은

$$\begin{aligned}
 [\Delta A_1 \ \Delta B_{u_1}] &= H_x \Delta_1 [E_{x_1} \ E_{u_1}], \\
 [B_{u_1} e^{-s d_1}] &= H_d \Delta_2 [E_{d_1}], \\
 [\Delta C_1] &= H_y \Delta_3 E_{z_1}, \\
 C_2 e^{-s d_2} &= H_y \Delta_4 E_{d_2}
 \end{aligned} \tag{14}$$

의 구조로 표시된다. 수평면 제어기에서 침로/롤 제어기와 침로변화율/롤 제어기는 같은 구조를 가지므로 본 논문에서는 침로/롤 제어기만을 나타낸다. 그림 1의 제어기 설계구조로부터 침로/롤 제어기를 구하면 단위계단응답은 그림 3과 같다.

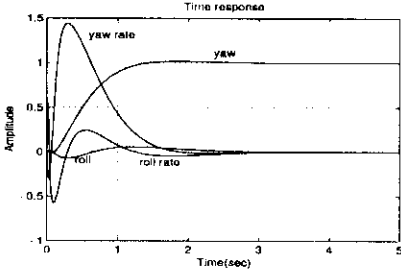


그림 3. 침로/롤 제어기에 대한 단위계단응답
Fig. 3. Unit step response of yaw/roll controller.

3.2 수직면 제어기 설계

수직면 제어기는 심도 제어기, 피치 제어기, 그리고 피치변화율 제어기로 구성된다. 본 논문에서는 피치 제어기와 피치변화율 제어기는 PID 제어기를 이용하고 심도 제어기는 H[∞] 제어기로 설계하는 PID + H[∞] 제어기법으로 수직면 제어기를 설계한다.

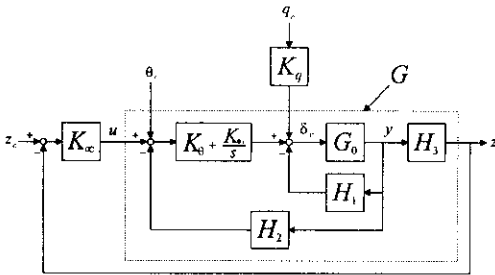


그림 4. 수직면 PID + H[∞] 제어기 구조
Fig. 4. Vertical PID + H[∞] controller design configuration.

여기서, $K_p + \frac{K_i}{s}$ 는 피치 제어기이고 K_q 는 피치변화율 제어기이며 H_1, H_2, H_3 는

$$\begin{aligned}
 H_1 &= [K_\theta \ 0 \ 0] \\
 H_2 &= [0 \ 1 \ 0] \\
 H_3 &= [0 \ 0 \ 1]
 \end{aligned} \tag{15}$$

와 같다. 그림 4와 같이 파라미터 불확실성과 시간지연이 없는 선형화된 모델 G_0 에 피치 제어기, 피치변화율 제어기 부분을 포함시킨 G 에 대해 그림 5와 같은 모델정합구조를 이용해 심도에 대한 H[∞] 제어기를 2장에서 설명한 알고리즘에 따라 설계한다.

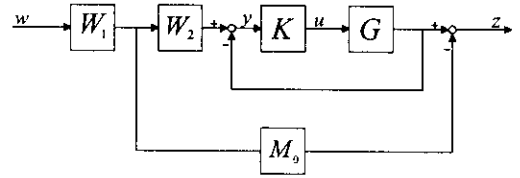


그림 5. 수직면 제어기 설계구조
Fig. 5. Vertical controller design configuration.

IV. 비선형 시뮬레이션

설계한 운동제어기의 성능을 해석하기 위하여 수중운동체의 운동방정식에 구동장치 모델과 센서모델 오차를 결합한 전체 비선형 운동방정식에 적용하여 시뮬레이션한다. 비선형 시뮬레이션에서는 설계한 제어기를 Tustin 방법에 의해 이산화시키며 이때 샘플링 주파수를 100Hz로 한다. 제어기는 침로 유도명령, 그리고 측정된 수중운동체의 각속도, 오일러각 등을 입력으로 하고 방향타, 그리고 좌우 승강타를 출력으로 한다. 수중운동체는 구동시스템의 형상과 구동기의 성능 때문에 제어판(rudder & elevator)이 움직일 수 있는 각도를 제한한다. 구동시스템은 PID로 설계한 구동부를 이용한다. 유도체 정보 측정센서에는 관성좌표계에 대한 수중운동체의 회전각속도를 측정하는 자이로와 수중운동체의 비힘을 측정하는 가속도계가 있는데 각각의 오차도 고려한다. 그리고 낙하 시뮬레이션 상황의 궤적을 이용해 초기 자세값을 표 4.1과 같이 설정한다.

표 1. 초기 자세값

Table 1. The value of initial attitude.

x축 속도	3.49 m/s	롤	16.7 도	롤변화율	-24.6 도/초
y축 속도	0.39 m/s	피치	-70 도	피치변화율	-7.39 도/초
z축 속도	0.08 m/s	요오	15.8 도	요오변화율	-9.6 도/초

시뮬레이션 수행결과 수평면 주행궤적은 그림 6과 같다.

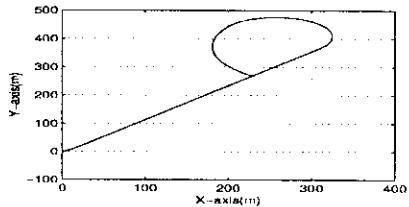
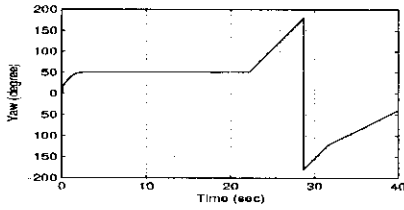
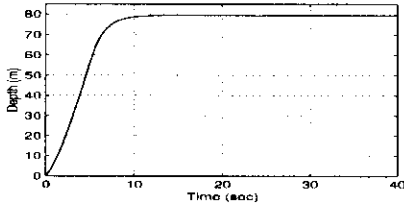


그림 6. 수평면 주행궤적
Fig. 6. Horizontal trajectory for simulation.

다음은 공칭시스템과 불확실성을 포함한 시스템에 대해 각각 비선형 시뮬레이션을 실시한다. 침로가 50(도), 심도가 80(m)를 따라가도록 유도명령을 주고 시뮬레이션을 한다.



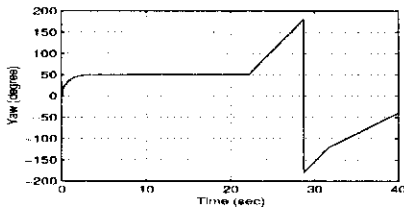
(a) 침로 시간응답



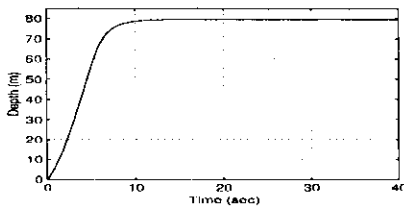
(b) 심도 시간응답

그림 7. 공칭시스템에 대한 시뮬레이션 결과
Fig. 7. The simulation results of nominal system.

운동모델의 유체역학 계수값 중 불확실성이 심한 횡동요 계수값과 실제 하드웨어 구현시 오차로 작용하는 중량, 부력, 질량중심과 부력중심점 등을 파라미터 불확실성으로 설정하고 비선형 시뮬레이션을 실시한다. 공칭시스템과 파라미터 불확실성을 포함한 시스템에 대한 시뮬레이션 결과는 각각 그림 7과 8에 나타낸다.



(a) 침로 시간응답



(b) 심도 시간응답

그림 8. 파라미터 불확실성에 대한 시뮬레이션 결과
Fig. 8. The simulation results of parameter uncertain system.

공칭시스템과 불확실성을 포함한 시스템에 대한 시뮬레이션 결과가 유사함을 나타내므로 설계한 제어가 견실성능을 잘 만족함을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 파라미터 불확실성 및 시간지연을 가지는 수중운동체의 견실안정화 뿐만아니라 H^∞ 성능을 만족하는 수평면 H^∞ 제어를 설계하였다. 시간지연항은 Pade 근사화를 이용해 불확실성으로 간주하였다. 또한 수직면에 대해서는 피치제어기와 피치변화를 제어기는 PID 제어를 이용하고 심도 제어기는 H^∞ 제어기로 설계하는 PID + H^∞ 제어기법으로 수직면 제어를 설계하였다. 설계한 제어기의 성능검증 및 분석을 위해 파라미터 불확실성을 갖는 비선형 운동방정식에 시간지연 및 센서오차 모델을 결합하여 외란에 대한 시뮬레이션을 수행함으로써 설계한 제어기가 페루프의 견실성능을 만족함을 확인하였다.

참고문헌

- [1] M. A. Abkowitz, *Lectures on Ship Hydrodynamics Steering and Maneuverability*, Report no. Hy-5, May 1964.
- [2] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [3] J. C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "State-space solution to standard H^2 and H^∞ control problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989.
- [4] A. K. El-Sakkary, "A new criterion for estimating robust time delays for closed-loop stability," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, no. 2, pp. 209-210, 1990.
- [5] M. Green and D. J. N. Limebeer, *Linear Robust Control*, Prentice-Hall, 1995.
- [6] D. E. Humphreys, *Development of Equation of Motion and Transfer Function for Underwater Vehicles*, Technical Report, NSCL, 1976.
- [7] B. Shahian and M. Hassul, *Control System Design Using Matlab*, Prentice-Hall, 1993.
- [8] L. Xie, and C. E. de Souza, "Robust H^∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty," *IEEE Tran. on Automatic Control*, vol. 37, no. 8, pp. 1188-1191, 1992.
- [9] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall, 1998.
- [10] 이재명, "물수체의 견실안정성 및 성능개선을 위한 H^∞ 제어기 설계," 경북대학교 박사학위논문, 1996.
- [11] 이재명, 류동기, 이갑래, 박홍배, "모델 불확실성과 해파외란을 고려한 물수체의 H^∞ 제어기 설계," 대한전자공학회 논문집, 제33권, B편, 제4호, pp. 17-26, 4월, 1996.