

원전 적용을 위한 최적 센서 위치를 가진 고장진단 시스템의 개발

김용민(박사과정), 홍호택* (석사과정), 박재홍(조교수)
 서울대학교 전기공학부
 서울특별시 관악구 신림동 산 56-1

The Development of Fault Diagnosis System for Nuclear Power Plants with Optimal Sensor Location

Yongmin Kim, Hotaek Hong* and Jaehong Park
 School of Electrical Engineering, Seoul National University
 San 56-1, Shilim-dong, Kwanak-gu, Seoul

Abstract

A detection filter assigns a specific direction to the response with respect to each fault, by which it can detect the occurrence of the several faults. The separability of a detection filter can be determined by the orthogonality among these directions.

In this paper, we define the separability of a detection filter as the orthogonality of the directions in output space, and present it mathematically by using condition number. An algorithm to determine the optimal sensor gain to maximize separability is proposed and applied to the PWR nuclear reactor model.

1. 서론

검출 필터는 추가적인 입력으로 모델링된 이상 현상에 대한 시스템의 반응을 출력 공간에 일정한 방향으로 제한함으로써 하나 이상의 이상 현상을 단일 필터로서 구별할 수 있도록 설계된 선형 관측기의 일종으로서 Beard[1], White[2], Park[3] 등에 의해 연구가 진행되어 왔다. 따라서 여러 개의 이상 현상은 출력 공간에 할당된 방향을 따라 변하는 반응으로 구별하며 이 때 검출 필터의 분리 성능은 이 방향들이 상호간에 얼마만큼 독립성을 유지하고 있는 가로 결정할 수 있다.

본 논문에서는 검출 필터의 분리 성능을 출력 공간에서의 각 이상 벡터들이 갖는 방향의 독립성으로 정의하고 이를 조건 계수(condition number)를 써서 수치적으로 나타내었다. 그리고 분리 성능을 최대로 할 수 있도록 센서의 이득을 결정하는 알고리즘을 제안하였다.

본 최적화 알고리즘을 5차로 모델링된 기존의 PWR형 원자로 모델[5]에 적용하고 모의 실험을 수행함으로써 제안된 알고리즘에 따라 얻어진 최적 분리 성능을 가진 검출 필터 시스템이 이상 현상의 검출에 보다 유리한 환경을 제공함을 보였다.

2. 검출 필터 이론

2.1 검출 필터 이론의 개요

다음과 같은 선형 시불변 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^m f_i n_i(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t)$ 는 n 차 상태 변수이고, A 는 $n \times n$, B 는 $n \times p$, C 는 $q \times n$ 행렬이다. 그리고 (1)식에서 합의 형태로 표현되어 있는 항은 시스템의 이상 현상에 대한 모델로, 각 f_i 는 이상 현상이 시스템에 인가되는 방향을 나타내는 이상 벡터(fault event vector)이고, $n_i(t)$ 는 스칼라 함수이다.

검출 필터는 다음과 같은 선형 관측기의 형태로 구현된다.

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + D(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\hat{x}(t)$, $\hat{y}(t)$ 는 각각 추정된 상태 변수와 출력이고 D 는 $q \times n$ 차의 필터의 이득행렬이다. 실제 시스템의 상태 변수와 추정된 상태 변수의 차인 잔차(residual)에 대한 식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A - DC)e(t) + \sum_{i=1}^m f_i n_i(t) \\ q(t) &= Ce(t) \end{aligned} \quad (3)$$

이 때 $q(t)$ 는 잔차의 출력이다.

검출 필터의 목적은 잔차의 출력이 출력 공간에서 정해진 방향성을 갖도록 하는 것이다. 이를 위해서 다음과 같은 검출 가능성(detectability)의 개념이 필요하다.

정의 1 시스템의 이상이 다음과 같은 조건을 만족시킬 때 검출 가능(detectable)하다고 한다[2].

- 1) $Ce(t)$ 가 일정한 방향을 유지한다.
- 2) $(A - DC)$ 의 모든 고유치들을 공역 대칭하게 원하는 대로 지정할 수 있다.

첫 번째 조건은 검출 필터를 여타의 관측기와 구별하는 전형적인 특징이고, 두 번째 조건은 폐루프 시스템의 안정성을 보장한다. 위의 두 가지 조건은 (A, C) 가 관측 가능하면(observable) 성립하는 것이 알려져 있다[1].

2.2 검출 공간

검출 필터는 특정한 이상 현상에 대한 폐루프 시스템의 반응을 일정한 상태 공간에 한정시키고 이 상태 공간의 출력이 일정한 방향을 유지하도록 한다. 이 때 시스템의 반응을 한정시킨 공간을 검출 공간이라고 한다.

정의 2 관측 가능한 시스템 (A, C) 에 대해서 이상 벡터 f_i 가 주어질 때 f_i 의 검출 공간은 다음과 같이 정의되는 시스템 (A_i, C_i) 의 관측 가능하지 않은 공간으로 정의된다. 이 때

$$\begin{aligned} A_i &= A - (A f_i - \lambda_i f_i)(C f_i)^+ C \\ C_i &= (I - (C f_i)(C f_i)^+) C \end{aligned} \quad (4)$$

이고 λ_i 는 임의의 실수이다[2].

검출 필터를 통해 여러 개의 이상 현상을 구별하기 위해서는 각 이상 벡터에 대해 출력 공간에서 할당된 방향이 서로 독립이어야 한다. 이 조건을 다음과 같이 정의할 수 있다.

정의 3 r 개의 이상 현상에 의한 신호가 다음의 조건을 만족시키면 각 이상 현상을 출력 분리 가능하다(output separable)라고 한다[2].

$$\text{rank}(C[f_1, \dots, f_r]) = r \quad (5)$$

3. 최적 센서 이론

3.1 검출 필터의 분리 성능

검출 필터에 있어서 각 이상 현상에 대한 출력 공간에서의 방향은 $F = [f_1, \dots, f_r]$ 로 정의할 때 CF 의 열벡터로 정의된다. 따라서 CF 의 열벡터의 독립성(independency)으로 검출필터의 분리성능을 정의할 수 있으며 이는 열벡터가 정규화(normalize)되었을 때 그 행렬의 조건 계수(condition number)를 통해 수치적으로 나타낼 수 있다.

주어진 행렬의 열벡터의 독립성은 각 벡터가 상호 수직일 때 최대가 되며 이 때 조건계수가 1로서 최소값이 된다[4]. 따라서 CF 의 열벡터들을 정규화한 후 이 행렬의 조건 계수를 통해 검출 필터의 분리성능을 정의하기로 한다.

3.2 최적 센서 문제의 정의

(1)식과 같은 시스템에서 센서는 출력 행렬 C 와 관련이 있다. 따라서 최적 센서의 문제는 검출 필터가 최대 분리성능을 나타낼 수 있도록 C 를 결정하는 문제로 바꾸어 생각할 수 있다. 본 논문에서는 센서의 구조를 변경하지 않고 적절한 센서의 이득을 선정하여 분리성능을 최적화하는 문제를 제안한다. 따라서 출력 행렬 C 에 대해 대각 위치에만 원소를 갖는 행렬 M 을 정의하여 C 에 곱함으로써 각 센서의 이득을 조절하도록 한다.

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n) \quad (6)$$

그리고 이득 행렬 M 을 포함한 시스템 (A, MC) 는 원래의 시스템과 같은 검출 공간을 갖는다[4].

먼저 M 의 대각 원소를 다음과 같은 벡터로 정의하여

$$\theta = [m_1, \dots, m_n] \quad (7)$$

벡터 실함수 $f(\theta)$ 로서 분리성능을 정의하기로 한다.

$$f(\theta) \triangleq \overline{\text{cond}(MCF)} \quad (8)$$

여기서 $\overline{\text{cond}(\cdot)}$ 는 주어진 행렬을 정규화한 후의 조건 계수를 나타낸다.

이미 언급한 바와 같이 $f(\theta)$ 은 최소값으로 1을 가지며 이 때 각 열벡터가 서로 수직이 되므로 (8)식으로 정의된 함수가 1에 가까운 값을 갖도록 하면 이 때의 벡터 θ 를 통해 최적의 분리성능을 내는 센서 이득을 얻을 수 있다.

3.3 최소화 알고리즘

본 논문에서는 (8)식으로 정의된 수치적인 분리성능을 최적화하기 위해 경사 감소법(method of greatest descent)을 사용한 최적화 알고리즘을 적용한다.

$f(\theta)$ 에 대해 i 번째 지점인 θ_i 에서 다음 지점 θ_{i+1} 로 이동할 때 사용하는 식은 다음과 같다.

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \mu \nabla f(\theta_i) \quad (9)$$

여기서 μ 는 진행 정도를 나타내는 상수이고 ∇ 는 다변수 함수의 기울기(gradient)을 나타낸다.

먼저 MCF 의 각 열벡터를 정규화한 행렬을 X 라고 정의하면 X 의 특이치 $\sigma(X)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\sigma(X) = \sqrt{\lambda(X^T X)} \quad (10)$$

이 때 $\lambda(\cdot)$ 는 행렬의 고유치를 나타낸다. 또한 $X^T X$ 의 고유치와 우고유벡터를 각각 $\lambda(\theta)$, $v(\theta)$ 라고 정의하면 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$(\lambda(\theta)I - X^T X)v(\theta) = 0 \quad (11)$$

이를 θ 의 i 번째 원소인 m_i 로 미분하면

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \lambda(\theta)}{\partial m_i} - \frac{\partial X^T X}{\partial m_i} \right] v(\theta) + \\ [\lambda(\theta) - X^T X] \frac{\partial v(\theta)}{\partial m_i} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

여기에 $X^T X$ 의 좌고유벡터 $w(\theta)$ 를 왼쪽에 곱하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda(\theta)}{\partial m_i} = w^T(\theta) \frac{\partial X^T X}{\partial m_i} v(\theta) \quad (13)$$

여기서 $w^T(\theta)v(\theta) = 1$ 로 정규화되었음을 가정한다.

이제 주어진 행렬 X 의 조건 계수는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\text{cond}(X) \triangleq \frac{\overline{\sigma}(X)}{\underline{\sigma}(X)} = \sqrt{\frac{\overline{\lambda}(X^T X)}{\underline{\lambda}(X^T X)}} \quad (14)$$

여기서 $\overline{\sigma}(X)$ 와 $\underline{\sigma}(X)$ 는 각각 최대, 최소 특이치를 나타내며, $\overline{\lambda}(X)$ 와 $\underline{\lambda}(X)$ 는 각각 최대, 최소 고유치를 나타낸다. 이 식을 역시 m_i 로 미분하여 (13)식의 결과를 적용하면 조건 계수에 대한 미분을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \text{cond}(X)}{\partial m_i} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda(X^T X)}{\lambda(X^T X)}} \frac{1}{\lambda(X^T X)^2} \times \left(\frac{\partial \lambda(X^T X)}{\partial m_i} \lambda(X^T X) - \lambda(X^T X) \frac{\partial \lambda(X^T X)}{\partial m_i} \right) \quad (15)$$

고유치와 고유벡터에 대해서는 수치적으로 구현된 알고리즘이 있으므로 그것을 이용하면 된다. 단, $X^T X$ 에 θ 를 변수로 대입하여 미분한 계산식이 필요하며 이는 수치적으로 해결할 수 없으므로 알고리즘을 적용하기 전에 계산해 놓아야 한다.

그러나 (15)식에서 제시한 방법을 사용하지 않고 해석적으로 조건 계수에 대한 미분을 구하는 것은 대상 행렬의 차수가 커질수록 힘들어진다는 점을 고려하면 본 연구에서 제안한 알고리즘이 조건 계수에 대한 미분을 구하는 데 유용하다는 것을 알 수 있다.

(15)식에 서 구한 θ 의 각 원소에 대한 미분을 통해 조건 계수에 대한 기울기를 구할 수 있으므로 (9)식에서 제시한 알고리즘을 이용할 수 있고 최소값을 탐색할 수 있게 된다.

4. 대상 시스템의 모델링

4.1 원자로의 모델링

원자로는 많은 부요소들이 결합되어 이루어진 시스템으로 PWR형 원자로의 경우 원자로, 열교환기, 증기발생기, 터빈, 냉각수 펌프 등이 있다. 본 연구에서는 이들 부요소를 포함한 전체의 원자로 발전소 중에서 참고문헌 [5]에 있는 원자로에 대한 모델을 선정하여 고장 진단 시스템을 적용하였다.

원자로는 1군 지발 증성자에 대한 식으로 나타내면 2차의 식으로 유도 가능하며, 여기에 냉각수 및 연료봉 사이의 열교환에 의한 반응도의 변화, 그리고 제어봉에 의한 반응도의 변화를 첨가시키면 5차의 모델이 되는데, 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$A = \begin{bmatrix} -403.23 & 403.23 & -1.99 & 0 & 53763.4 \\ 0.0787 & -0.0787 & 0 & 0 & 0 \\ 150.95 & 0 & -0.35 & 0.35 & 0 \\ 0 & 0 & 0.12 & -2.74 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2.62 & -0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 상태 변수는 다음과 같으며

$$x(t) = [\delta P, \delta \bar{C}, \delta T_f, \delta T_c, \delta \rho_x] \quad (17)$$

각각 정상 출력과 변화된 출력의 비, 정상 증성자의 밀도와 변화된 밀도의 비, 연료체의 온도 변화량, 냉각수의 온도 변화량 그리고 원자로 반응도의 변화량을 나타낸다.

또한 입력의 경우에는

$$u(t) = [\delta T_r, \delta W, v_n] \quad (18)$$

으로 각각 원자로에 들어오는 냉각수의 온도 변화량, 냉

각재 유량의 변화량, 그리고 제어봉의 속도를 나타낸다.

4.2 이상 벡터의 모델링

본 연구에서는 원자로에서 발생할 수 있는 이상 현상 중에서 출력에 있어서 정상 출력의 20%가 변하는 경우와 냉각수 입구 온도와 연료체의 온도가 10°C로 변하는 경우와 반응도와 변하는 경우, 이렇게 세 가지의 이상 현상이 동시에 두 개씩 발생하는 것을 가정하였다. 이 세 가지의 이상 현상에 대한 이상 벡터는 다음과 같다.

$$[f_1 \ f_2 \ f_3] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 10 & 1 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

5. 모의 실험

5.1 센서의 최적화

먼저 주어진 시스템과 이상 현상에 대해 최적의 센서 이득을 선정하는 문제를 해결한다. 센서의 이득을 나타내는 행렬 M 을 다음과 같이 정의한다.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

이 행렬에 있어서 중요한 것은 각 센서의 이득이 아니라 센서 이득의 상대적인 비율이므로 변수의 수를 줄이기 위해 맨 마지막 센서의 이득은 1로 고정시켰다.

3장에서 제안한 최적화 알고리즘을 적용하기 위해 이득 행렬을 포함한 MCF 의 열벡터를 정규화한 후 이를 X 로 정의하고 이를 첫 번째 대각 원소인 m_1 으로 미분한 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial X}{\partial m_1} = \begin{bmatrix} 0 & X_{12} & X_{13} \\ X_{12} & 0 & X_{23} \\ X_{13} & X_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이 때 대칭 행렬을 이루고 있는 각 원소는 다음과 같이 주어진다.

$$X_{12} = \frac{-0.04m_1 m_2^2}{(0.0001 m_1^2 + m_2^2) \sqrt{1+400 m_2^2} \sqrt{0.04 m_1^2 + 400 m_2^2}}$$

$$X_{13} = \frac{m_1^2 + 20000m_1 m_2^2 + 400 m_2^3 m_2^2}{\sqrt{1+0.04 m_1^2 (25 + m_1^2)} \sqrt{0.04 m_1^2 + 400 m_2^2} (m_1^2 + 10000 m_2^2)}$$

$$X_{23} = \frac{-m_1}{\sqrt{1+0.04 m_1^2 (25 + m_1^2)} \sqrt{1+400 m_2^2}}$$

나머지 변수인 m_2 에 대한 결과는 참고 문헌[4]을 참조하기 바란다. 최적화를 수행한 후의 센서의 이득을 나타내는 행렬 M 을 포함한 출력 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$MC = \begin{bmatrix} 3.9775 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0446 & 0.0446 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

그림 1은 3장에서 제안한 수치적인 최적화의 과정을 나타낸 것이다. 탐색 알고리즘의 초기값은 (3, 0.8)로 선정하였다. 초반에 큰 폭으로 진행하다가 m_2 의 값이 0.04 근처에 오면 진전하는 간격이 급격히 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이는 이 근처에서의 조건 계수의 기울기가 매우 작음을 의미한다.

최적화된 결과를 살펴보기 위해 최적화하기 전과 후의 조건 계수를 비교하면 다음과 같다.

$$\text{cond}(X)|_{x=1, y=1} = 102.1$$

$$\text{cond}(X) \Big|_{x=3.9775, y=0.0446} = 2.2299$$

이 두 값을 비교하면 최적화가 이루어진 것을 확인할 수 있다.

5.2 검출 필터의 구성

본 논문에서 사용한 이상 현상의 개수는 3개로 두 개씩 이상 벡터의 쌍을 만들어 하나의 필터를 통해 관측하도록 하여 총 세 개의 검출 필터를 병렬적으로 동작하도록 하였다.

검출 필터의 페루프 고유치는 다음과 같이 세 개의 필터에 같이 선정하였다.

$$\{-6, -7, -400, -0.5, -3\}$$

이 값은 원자로 시스템의 고유치와 크게 다르지 않게 선정된 것으로 그렇지 않을 경우 검출 필터의 이득이 커지고 검출 필터의 페루프 고유치들 간의 독립성이 저하되는 단점이 생긴다.

5.3 모의 실험 결과

그림 2와 3은 센서의 최적화를 수행하기 전과 후의 f_1 의 이상 현상을 검출하기 위한 채널에서의 이상 현상에 대한 반응을 나타낸 것이다. 검출 필터의 자세한 구조는 참고 문헌[4]을 참조하기 바란다.

수직인 점선은 f_1 이 발생한 시점을 의미하며 'channel 23', 'channel 32'는 f_1 의 발생을 확인하는 채널의 이름이다. 세로축은 파형의 크기이다.

최적화를 수행하기 전에는 두 개의 채널에서의 파형의 크기가 고르지 않은 반면 최적화를 수행한 후에는 파형의 크기가 비교적 비슷함을 볼 수 있다. 두 파형을 비교함으로써 이상의 발생을 확인하므로 이상 현상의 검출에 보다 유리한 환경을 제공한다고 할 수 있다.

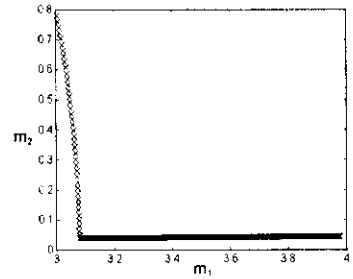


그림 1 최적화 과정

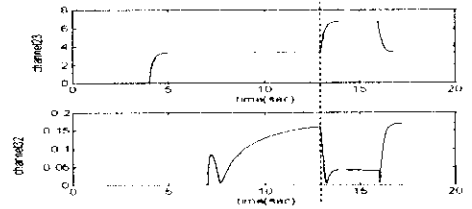


그림 2 최적화 전의 검출 필터 파형

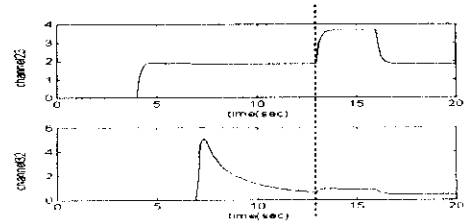


그림 3 최적화 후의 검출 필터 파형

5. 결론

검출 필터는 하나의 필터로 두 개 이상의 이상 현상을 이상 현상이 반응하는 출력 공간에서의 방향을 통해 구별할 수 있다. 따라서 검출 필터의 분리 성능은 이러한 각 방향이 얼마나 독립성을 유지하고 있는가에 의해 결정된다.

본 논문에서는 검출 필터의 분리 성능을 조건 계수를 통해 수치적으로 정의함으로써 최적화를 수행할 수 있는 기반을 제공하고 최적의 분리 성능을 발휘할 수 있는 센서의 이득을 선정하는 문제에 대한 알고리즘을 제안하였다.

연구된 결과를 원자력 발전소를 이루고 있는 요소 중에서 원자로를 선정하여 5차로 모델링하고 본 논문에서 제안한 알고리즘을 통해 얻어진 최적의 고장 진단 시스템을 적용하여 모의 실험을 수행함으로써 성능의 향상이 있음을 보였다.

참고 문헌

- [1] R. V. Beard, *Failure Accomodation in Linear Systems through Self-Reorganization*, Ph.D. dissertation, Dep. Aeronautics and Astronautics, Mass. Inst. Technol., Cambridge, MA, 1971
- [2] J. E. White and J. L. Speyer, *Detection Filter Design: Spectral Theory and Algorithm*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-32, No.7, pp. 593-603, July 1987
- [3] Jaehong Park and Giorgio Rizzoni, *A New Interpretation of the Fault Detection Filter, Part I*, International Journal of Control, Vol. 60, pp. 767 - 787, 1984
- [4] 박재홍, '원전 적용을 위한 최적 센서 위치를 가진 고장진단 시스템의 개발', 기초전력공학공동연구소 과제 최종 보고서, 과제관리번호 96-027, 1997
- [5] 이윤준, '원자로 디지털 최적 제어 시스템의 개발', 기초전력공학공동연구소 과제 최종 보고서, 과제관리번호 94-076, 1997