최적화된 PN Code Acquisition 에 대한 연구

장우진,김현정,송문호,김운경

고려대학교 전기·전자·전파공학부 통신신호처리 연구실
서울 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교
wjjang@davinci.korea.ac.kr

On Optimal PN Code Acquisition

Woo-Jin Jang

Communication Signal Processing Laboratory
School of Electrical Engineering, Korea University
Sungbuk-gu Anam-dong 5 Ga 1 Seoul, 136-701 Korea
wjjang@davinci.korea.ac.kr

Abstract

Many of the currently used PN code acquisition algorithms detect the phase of the incoming PN signal on the basis of ML estimation principle and utilize statistics grounded in taking inner products. By showing that any set of 2^n-1 PN sequences arising in SSRG or MSRG (those typically used in IS'95 implementations) configuration constitutes a linearly independent set and that the number of candidate PN sequences has to equal the dimension of the span of the candidate PN sequences, we prove that the lowerbounding computational complexity involved in any PN code acquistion, utilizing (only) inner product computations at each stage of acquisition, corresponds precisely to those, such as double dwell acquistion circuitries, currently used.

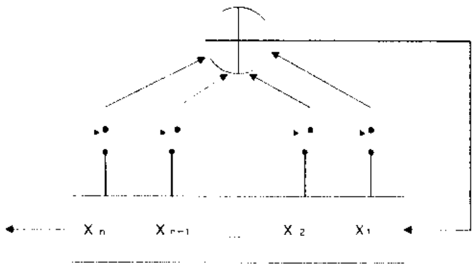
I. 서론

현재 상용화되어 있는 CDMA방식에서의 단점중 하나로 지목되고 것은 PN code를 획득하는데 있어 상대적으로 오랜 시간이 걸린다는 점이다. IS'95에서는 15초안에 PN code를 획득하도록 규정하고 있다.[5] code를 획득하는데 있어서 여러 가지 알고리즘이 있지만 지금 현재 CDMA방식에서 널리 사용되고 있는 알고리즘은 double-dwell 알고리즘이다. 이 알고리즘은 받아들인 PN sequence 의 일부분과 2^n-1 candidate PN sequence 를 차례대로 partial correlation을 해준 후에 이 중에서 가능성 있는 candidate PN sequence 와 받아들인 PN sequence 를 정해진 threshold값을 만족시킬만큼 correlation을 해줌으로써 받아들인 PN sequence를 알아내는 알고리즘이다.

이제 본론에서 error가 없는 경우의 code 획득에서 필요한 candidate PN sequence 의 개수와 이 2^n-1개

의 p_i들이 span하는 dimension은 같고, 이 2^n-1 개의 PN sequence 가 서로 linearly independent함을 보임으로써 연산 횟수면에서 현존하는 serial search ML 방법이 optimal함을 보이도록 하자.

II. 본론



위와 같은 일반적인 n stage SSRG에서 발생하는 PN sequence 는 항상 주기를 가지는데 그 주기 중에서 가장 긴 것은 2^n-1이다. 이 주기가 2^n-1인 output sequence를 "maximal length sequence" 또는 "m-sequence"라고 하며 CDMA시스템에 있어서 핵심적인 역할을 하는 코드이다.(MSRG의 경우에도 SSRG와 같은 output sequence를 발생시킨다)[2].

본론에서 사용될 p_i는 원소값으로 {-1,1}값을 가지는 주기가 2^n-1인 PN sequence 이다(i=0,1,2, $\cdots 2^n$-2)

위와 같은 SSRG에서 나오는 값을 x, 본론에서 p_i에 사용되는 값을 X라 하면 X=1-2x의 관계를 갖고 다음과 같은 correlation property 가 성립한다 [6]:

$$p_i \cdot p_j = \left\{ \begin{array}{c} -1(i \neq j) \\ 2^n - 1(i = j) \end{array} \right\}$$

그리고 본 논문에서는 다음과 같은 notation을 인용한다. $\delta(q(m)) \triangleq$ degree of polynomial q(m)

Theorem 1:

Number of candidate PN code needed for exact detection = $\dim\{\{p_i\}_{i=0}^{2^n-2}\}$

proof sketch:

PN sequence의 correlation 특성에 대해 살펴보면 받아들인 PN sequence와 candidate PN sequence가 같을 때에는 2^n-1,다를 때에는 -1의 값을 갖는다. 2^n-1개의 candidate PN code중에서 2^n-2개와 받아들인 PN sequence와의 correlation특성은 모두 똑같이 -1이므로 이 2^n-2개는 code 획득을 하는데 있어서 한정된 정보를 갖고 있으므로 target PN sequence가 candidate PN sequence 의 span에 소속되어야만 정확한 detection을 할 수 있다. **QED**

Theorem 2:

$\dim\{\{p_i\}_{i=0}^{2^n-2}\} = 2^n - 1$

proof

$$\sum_{i=0}^{2^n-2} w_i \, p_i = 0 \qquad (1)$$

(w_i 는 weighting coefficient이다)

이제 받아들인 PN sequence p_j 와 candidate PN sequence p_i와의 내적을 구하면 아래와 같다

$$\sum_{i=0}^{2^n-2} w_i (\, p_i \cdot p_j) = 0 \qquad (2)$$

$$\Rightarrow A_m W = 0 \qquad (3)$$

$$(\forall j = 0,1,2,\cdots 2^n - 2)(\, m \triangleq 2^n - 1)$$

$$A_m \triangleq \begin{bmatrix} 2^n-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & 2^n-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \cdots & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & \cdots & 2^n-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} m & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & m & \cdots & -1 \\ \vdots & \cdots & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & \cdots & m \end{bmatrix}$$

$$W \triangleq \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{2^n-2} \end{bmatrix}$$

$A_m W = 0$에서 $|A_m| \neq 0$라면

$\Rightarrow W = 0$

$\Rightarrow$ p_i들이 서로 linearly independent

$\Rightarrow$ 2^n-1개의 candidate PN sequence p_i들이 span하는 dimension은 2^n-1

이제 $|A_m| \neq 0$을 보이기 위해,

$$a_k \triangleq |A_k|, \; b_k \triangleq \begin{vmatrix} -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & m & \cdots & -1 \\ \vdots & \cdots & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & \cdots & m \end{vmatrix} \text{라고}$$

정의하면,(여기서 a_k와 b_k는 k × k matrix 의 determinant 값을 의미한다)

$$a_k = m\, a_{k-1} + (k-1)\, b_{k-1} \quad (4)$$

$$b_k = -1\, a_{k-1} + (k-1)\, b_{k-1} \quad (5)$$

equation (4),(5)가 얻어진다(expansion by cofactors) $(k=2,3,\cdots,m)$.

proof of $a_k \neq 0\ (k=2,3,\cdots,m)$

이제 $a_k \neq 0$을 증명하자.

$a_k \neq 0$임을증명

$\Rightarrow a_{k-1} \neq 0$이면 $a_k \neq 0$임을증명

($a_2 = m^2 - 1$이므로 $a_2 \neq 0$이다. 따라서 위의 명제가 참이라면 $a_3 \neq 0$, $a_4 \neq 0, \cdots a_k \neq 0$이 된다)

위의 equation 4와 equation 5를 곱해주면,

$$a_k\, b_k = -m\, a_{k-1}^2 + (m-1)(k-1)\, a_{k-1}\, b_{k-1} + (k-1)^2\, b_{k-1}^2 \quad (6)$$

이제 위의 equation 6에서 $a_k = 0$이라고 가정하면,

$$0 = -m a_{k-1}^2 + (m-1)(k-1)\, a_{k-1}\, b_{k-1} + (k-1)^2\, b_{k-1}^2 \quad (7)$$

(i)여기서 k<m인 경우

1. $\delta\{-m a_{k-1}^2\}$=2k-1
2. $\delta\{(m-1)(k-1)\, a_{k-1}\, b_{k-1}\}$=2k-2
3. $\delta\{(k-1)^2\, b_{k-1}^2\}$=2k-4

따라서 $-m a_{k-1}^2$ 의 degree 가 가장 높으므로 위의 equation (7)의 degree 는 2k-1이 되고, $a_{k-1} \neq 0$ 이므로 위의 equation (7)은 0이 될 수 없다.

(ii) k=m인 경우

1. $\delta\{-m a_{k-1}^2\}$=2k-1
2. $\delta\{(m-1)(k-1)\, a_{k-1}\, b_{k-1}\}$=2k-1
3. $\delta\{(k-1)^2\, b_{k-1}^2\}$=2k-2

여기서 $-m a_{k-1}^2$, $(m-1)(k-1)\, a_{k-1}\, b_{k-1}$ 의 최고차항의 부호가 같은 부호(-)이다.따라서 $a_{k-1} \neq 0$이므로 위의 equation(7)은 0이 될 수 없다.

위의 (i),(ii)에 의하여 equation(7) 은 모순이다.

∴귀류법에 의하여 $a_{k-1} \neq 0$이면 $a_k \neq 0$ 이고 $a_k \neq 0\ (\forall\, k=2,3,\cdots,m)$ QED

<u>**Theorem 3:**</u>

ML acquisition 알고리즘은 모든 2^n-1 candidate PN code 와 받아들인 PN sequence와의 inner-product 연산이 필요하다.

proof sketch:

위의 Theorem 1,2를 종합해 볼 때 PN code acquisition 에 있어서 2^n-1개의 candidate PN sequence 가 필수적임을 알 수 있다[1]. **QED**

Ⅲ.결론

본론의 Theorem 1,2,3 에 의하여 현재 상용화되고 있는 double-dwell ML acquisition 알고리즘이 inner-product 연산의 횟수 면에서 최적화되어 있음을 알 수 있다. 따라서 PN code 획득에 있어서 연산의 횟수를 줄이려면 내부적인 특성(Phase shift theorem, Galois Field 및 generating function상 특성 등)이 고려되어야 한다.

† 본 연구는 현대 전자 산업주식회사와의 산학협동과제중 PN code acquisition 에 대한 연구 결과임

Ⅳ.참고 문헌

[1]Woonkyung Kim, "Unified ML Approach to Acquisition of PN Codes", J.Info.&Comm. Tech., vol 7, pp.51-57, 1997.

[2]Lee, Jhong Sam, "Theory of Phase Modulation and Orthogonal Sequences for CDMA Cellular System Applications", Electronic Telecommunication Research Institute ,Dae-Jon,Korea. ,1993

[3]Jan Teuber , "Digital Image Processing", Prentice-Hall International ,1993

[4]Chi-Tsong Chen ,"Linear System Theory and Design", Saunders College Publishing ,1984

[5]"Mobile Station-Base Station Compatibility Standard for Dual-Mode Wideband Spread Spectrum Cellular System",IS-95-A,Ballot Version,1995

[6]Andrew J. Viterbi,"CDMA Principles of Spread Spectrum Communication", Addison-Wesley, 1995