

비선형시스템의 유전알고리즘에 기초한 퍼지 모델링

GA-based Fuzzy Modelling of Nonlinear Systems

이 현 식*, 진 강 규**

(*한국해양대학교 대학원, **한국해양대학교 자동화·정보공학부)

Hyun-Sik Lee, Gang-Gyoo Jin

(**Div. of Automation & Information Eng., Korea Maritime Univ.)

Abstract

This paper presents a GA-based fuzzy modelling scheme of nonlinear systems. The fuzzy model is a type of the Sugeno-Tagaki's fuzzy model whose consequence parts are described by a linear continuous dynamic equation as subsystem of a nonlinear system. The centers and widths of the membership functions of the fuzzy sets defined over the input space and the orders and parameters of subsystems in the consequence parts are adjusted by a genetic algorithm. The effectiveness of the proposed method is verified

I. 서 론

최근 시스템들의 규모가 커지고 복잡해짐에 따라 불확실성과 비선형성이 존재하게 된다. 이러한 요소들의 영향이 적을 경우에는 선형모델에 기초하여 설계된 제어기의 성능은 만족스럽지만, 운전중 그 영향이 확대되면 성능이 나빠지게 된다. 이를 해결하기 위한 방법으로 퍼지논리, 신경회로망, 퍼지신경회로망 등을 제어이론과 결합하여 인간의 사고능력과 학습능력을 모방한 지능제어 기법들[1]이 제안되고 있다.

퍼지논리는 불확실성을 효과적으로 다룰 수 있는 메카니즘을 제공함으로써 이를 이용하는 퍼지제어는 특히 입출력 관계의 정량적인 분석이 어려운 곳에서 기존 제어기의 부적합한 점을 보완 대체하여 성공적으로 도입되고 있다 [2-6]. 퍼지제어는 전문가의 제어에 관한 경험과 지식을 사용할 수 있다는 장점을 가지고 있지만, 일반적으로 입출력 공간을 적절히 퍼지분할하고, 퍼지규칙을 얻고, 전체 시스템의 안정

성을 증명하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다.

따라서 저자들은 기존의 제어이론과 퍼지기법을 결합하여 안정성이 보장되는 퍼지제어기를 설계할 수 있도록 퍼지모델을 얻는 기법을 제안하였다[8]. 제안한 퍼지모델은 Sugeno-Tagaki 퍼지모델[2]의 한 변형된 형태로서 후건부가 선형 연속 동적방정식으로 표시되었다. 이렇게 함으로서 선형 서브시스템에 대한 선형제어기 설계가 가능하였고, 이를 결합하여 전체 시스템에 대하여 안정성이 확보되는 퍼지제어기를 설계할 수 있었다[10].

그러나 제안한 방법에서는 후건부 방정식의 차수를 시스템으로부터 사전에 알 수 있는 것으로 가정하였다. 그러나 많은 경우 이를 사전에 아는 것이 어려우므로 본 연구에서는 퍼지모델의 동특성이 시스템의 그것에 가깝도록 전건부의 퍼지분할과, 후건부 방정식의 차수와 계수를 동시에 최적 조정하는 문제를 다룬다. 퍼지모델의 파라미터 추정 문제는 다변수 비선형

최적화 문제가 되어 구배에 기초한 기존의 탐색법을 이용하면 전역해를 얻기가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 유전알고리즘을 이용한다. 제안된 방법은 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 유효성을 밝힌다.

II. 시스템의 표현

다음과 같이 표현되는 단일 입출력 비선형 시스템을 생각하자.

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p, u) \quad (1a)$$

$$y_p = \mathbf{g}(\mathbf{x}_p, u) \quad (1b)$$

여기서 $\mathbf{x}_p \in R^n$ 는 시스템의 상태벡터, $u \in R$ 는 입력, $y_p \in R$ 는 출력이며, $\mathbf{f}(\cdot) \in R^n$ 는 비선형 함수벡터, $\mathbf{g}(\cdot) \in R$ 는 선형 또는 비선형 함수이다. 퍼지모델을 얻기 위하여 시스템으로부터 몇몇 동작점에서 국부적 입출력 관계를 나타내는 선형모델을 얻을 수 있으며 출력과 필요한 상태변수는 측정잡음 없이 계측 가능하다고 가정한다.

III. 퍼지 모델링

1. 서브시스템의 모델링

입력 변수들의 공간을 퍼지분할하고 분할된 공간에서 식 (2)와 같은 시스템의 국부적인 입출력 관계를 나타내는 선형 연속 동적방정식을 퍼지규칙으로 결합한 퍼지모델[8]은 다음과 같다.

$$L^i : \text{If } x_{p1} \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_{pn} \text{ is } F_n^i, \\ \text{then } A^i(p)y(t) = B^i(p)u(t) \quad (1 \leq i \leq l) \quad (2)$$

$$\text{단, } A^i(p) = \sum_{j=0}^{l-1} a_j^i p^j \quad (a_0^i = 1) \quad (3a)$$

$$B^i(p) = \sum_{j=0}^{m-1} b_j^i p^j \quad (3b)$$

여기서 L^i 는 i 번째의 규칙, x_{pj} ($1 \leq j \leq n$)는 시스템의 상태변수, F_j^i ($1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq n$)는 퍼지집

합, l 은 퍼지규칙의 수이다. 한편 i 번째 규칙의 후건부 방정식에서 $p = d/dt$ 는 미분연산자, $A^i(p)$ 와 $B^i(p)$ 는 서로소인 다항식, a_j^i ($1 \leq j \leq n^i$)와 b_j^i ($0 \leq j \leq m^i$)는 미지의 파라미터이며, n^i 과 m^i ($n^i > m^i$)은 각각 $A^i(p)$ 와 $B^i(p)$ 의 차수로서 사전에 알 수 없는 것으로 간주한다.

2. 서브시스템의 이산화

시스템의 입출력 데이터를 이용하여 퍼지모델의 파라미터들을 추정하기 위해서는 매 샘플링 마다 모델의 전체 출력이 계산되어야 한다. 퍼지모델의 출력은 각 서브시스템의 출력을 계산한 후에 이를 퍼지추론하여 얻게 되는데, 식 (2)의 서브시스템으로부터 출력을 계산하는 방법으로는 일반적으로 수치적분법과 이산화하는 방법이 있다. 수치적분법은 미분방정식 형태로 기술되는 서브시스템의 입출력 신호와 그것의 도함수 또는 상태변수의 초기치를 필요로 하는데 이들을 모두 계측하는 것이 현실적으로 매우 어려울 뿐만 아니라, 계측 시 잡음의 영향을 많이 받게 되는 문제점이 있다. 그러나 이산화하여 사용하면 입출력 신호와 그 시간 지연된 신호만으로 계산할 수 있으므로 수치적분법의 단점을 해결할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 연속방정식을 이산화하여 이용한다. 식 (2)의 후건부 방정식을 쌍선형 변환하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=0}^{n^i} a_j^i \left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^j y(k) = \sum_{j=0}^{m^i} b_j^i \left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^j u(k) \quad (4)$$

여기서 T 는 샘플링 시간이고 z^{-1} 는 후향추이 연산자이다. 이를 다시 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$C^i(z^{-1})y(k) = D^i(z^{-1})u(k) \quad (5)$$

여기서

$$C^i(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{n^i} c_j^i z^{-j} \quad (c_0^i = 1) \quad (6a)$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^i a_j \left[\frac{T}{2} (1+z^{-1}) \right]^{n-i-j} (1-z^{-1})^j}{\sum_{j=0}^i a_j \left(\frac{T}{2} \right)^{n-i-j}} \quad (6b)$$

$$D^i(z^{-1}) = \sum_{j=0}^i d_j z^{-j} \quad (6c)$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^i b_j \left[\frac{T}{2} (1+z^{-1}) \right]^{n-i-j} (1-z^{-1})^j}{\sum_{j=0}^i a_j \left(\frac{T}{2} \right)^{n-i-j}} \quad (6d)$$

식 (6)에서 c_j^i, d_j^i 는 a_j^i, b_j^i 로부터 쉽게 구할 수 있고 그 관계식은 $\Theta_j^i: \{a_j^i\} \rightarrow \{c_j^i\}$ ($0 \leq j \leq n^i$)과 $\Sigma_j^i: \{a_j^i, b_k^i\} \rightarrow \{d_j^i\}$ ($0 \leq j \leq n^i, 0 \leq k \leq m^i$)로 정의한다.

식 (5)-(6)을 이용하여 식 (2)의 퍼지규칙을 다시 쓰면 다음과 같게 된다.

L^i : If x_{p1} is F_j^i and ... and x_{pn} is F_n^i ,

$$\text{then } y^i(k) = - \sum_{j=1}^i c_j^i z^{-j} y(k) + \sum_{j=0}^i d_j^i z^{-j} u(k) \quad (7)$$

여기서 y^i 는 i 번째 서브시스템의 출력이다.

3. 퍼지 규칙의 추론

식 (7)에서 시스템의 상태변수 x_{p1}, \dots, x_{pn} 에 대한 i 번째 규칙의 조건부 적합도 ρ_i 는 다음과 같이 계산된다.

$$\rho_i = \prod_{j=1}^n F_j^i(x_{pj}) \quad (1 \leq i \leq l) \quad (8)$$

여기서 $F_j^i(x_{pj})$ 는 x_{pj} 에 대한 퍼지집합의 소속 정도이다.

이것을 이용하여 전체 규칙의 추론결과 퍼지모델의 출력 y 는 다음과 같게 된다.

$$y(k) = \frac{\sum_{i=1}^l \rho_i y^i(k)}{\sum_{i=1}^l \rho_i} \quad (9)$$

단, $\sum_{i=1}^l \rho_i > 0$ 으로 간주한다.

그림 1은 시스템으로부터 퍼지모델을 얻기 위한 블록선도를 나타내고 있다.

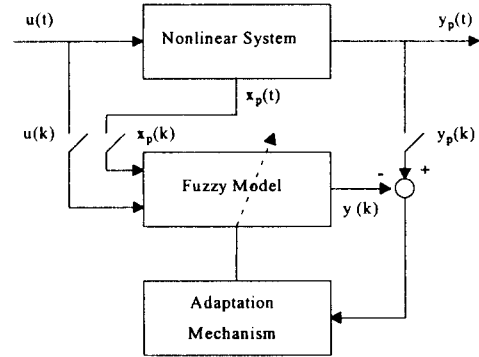


그림 1 퍼지모델을 얻기 위한 블록선도

Fig. 1 Block diagram for fuzzy modelling

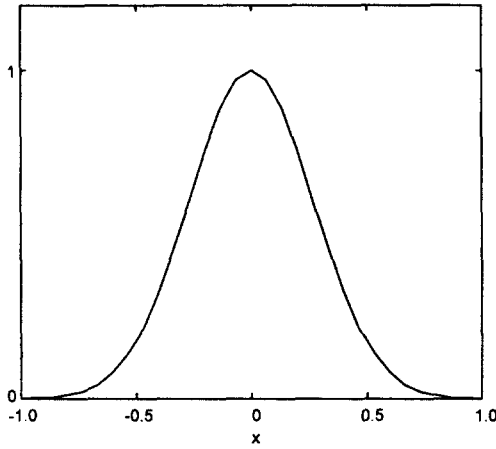
4. 유전알고리즘을 이용한 파라미터 추정

일단 비선형 시스템을 기술하는 퍼지모델이 얻어지면 모델의 동특성이 시스템의 그것에 가깝도록 전건부 입력 변수들의 공간을 적절히 퍼지분할하고, 후건부 방정식의 계수와 차수를 최적 조정하게 되는데 이는 복잡한 비선형 최적화 문제가 되며 이 때 구배에 기초한 기존의 탐색 알고리즘을 이용하면 전역 최적해를 얻기가 어렵게 된다. 그러나 최근 탐색도구로 많이 사용되는 유전알고리즘[7]을 이용하면 탐색공간이 복잡하여도 전역해를 탐색할 수 있기 때문에 본 논문에서는 이를 이용하여 퍼지모델의 파라미터를 추정하도록 한다[8, 9].

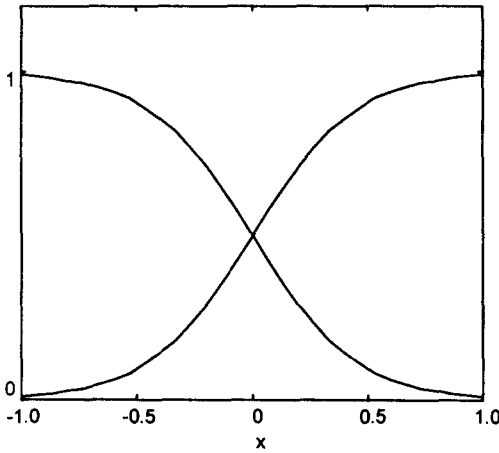
퍼지분할에 이용된 “내부” 또는 “외부” 퍼지 집합의 소속함수로는 가우스 함수와 시그모이드 함수를 이용하였고, 그림 2는 이들의 한 예를 나타내고 있다.

$$F_j^i(x) = e^{-\frac{(x-\mu_j)^2}{2(\sigma_j)^2}} \quad (10a)$$

$$F_j^i(x) = \frac{1}{1 + e^{-\mu_j^i(x-\sigma_j)}} \quad (10b)$$



(a) 내부 (interior)



(b) 외부 (exterior)

그림 2 퍼지집합의 소속함수

Fig. 2 Membership functions of fuzzy sets

따라서 전건부의 조정 파라미터는 $\nu_j^i, \sigma_j^i, \mu_j^i, o_j^i$ ($1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq p$)가 되고, 후건부의 조정 파라미터는 n^i, a_j^i ($1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq n^i$)와 m^i, b_j^i ($1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq m^i$)가 된다.

유전알고리즘은 퍼지모델이 시스템의 동특성이 가까워지도록 계속적으로 전건부와 후건부의 파라미터들을 동시에 조정하게 된다. 집단이 진화해 가는 동안 유전알고리즘은 퍼지모델의 파

라미터 정보를 보유한 염색체 개체간의 우열을 가리기 위하여 적합도 함수를 필요로 하는데, 이는 다음의 목적함수로부터 계산되어 진다. 특히 온라인 추정치를 얻기 위하여 목적함수는 유한 시간 동안만 계산된다.

$$J(\Phi) = \sum_{j=k-W+1}^k |y_p(j) - y(j)| \quad (11)$$

여기서 Φ 는 퍼지모델의 파라미터 벡터이고 W 는 데이터 윈도우의 크기이다. W 의 크기는 퍼지모델의 정확도와 연산시간 사이에서 적절히 타협된다. 온라인 추정치를 얻기 위해 목적함수가 유한 시간 범위에서 계산되면, 모델을 초기화하기 위한 n 개의 입출력 데이터 쌍과 모델을 구동하기 위한 W 개의 입출력 데이터 쌍이 버퍼에 저장되어야 한다. 새로운 데이터 쌍 $\{u(k), y_p(k)\}$ 이 얻어질 때마다 버퍼의 내용은 쉬프트되고 갱신된다.

IV. 모의실험 및 검토

모의실험을 통해 제안한 퍼지모델링 기법의 유효성을 검증하기 위해 다음과 같은 비선형 진자 시스템을 선정하였다.

$$\ddot{\theta} + a_1 \dot{\theta} + a_2 \sin(\theta) = b_0 u \quad (12)$$

여기서 $\theta (= x_{p1} = y_p)$ 는 진자의 회전각, u 는 입력이고, 시스템 방정식의 계수는 $a_1 = 0.6, a_2 = 9.8, b_0 = 2.0$ 이다.

식 (12)의 시스템에 대하여 다음과 같은 퍼지모델을 선정하였다.

$$\begin{aligned} L^1 : & \text{If } x_{p1} \text{ is ZO,} \\ & \text{then } \sum_{j=0}^1 a_j p^j y = b_0^1 u \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} L^2 : & \text{If } x_{p1} \text{ is NB or PB,} \\ & \text{then } \sum_{j=0}^2 a_j p^j y = b_0^2 u \end{aligned} \quad (13b)$$

입력변수 x_{p1} 에 세 개의 퍼지집합 NB, ZO, PB를 정의하였고 각각의 의미는 다음과 같다:

NB: Negative Big
 ZO: Zero
 PB: Positive Big

이런 선택을 통해 $\mu_1^1, \sigma_1^1, \mu_1^2, o_1^2, \mu_1^3, o_1^3$ 들이 전건부의 파라미터가 되는데 시스템은 좌우회전시 대칭 특성을 가지므로 내부 퍼지집합의 중심은 $m_1^1 = 0$ 으로 고정되고, 나머지는 각각의 정의영역 $0.3 \leq \sigma_1^1 \leq 1.0, 5.0 \leq \mu_1^2, \mu_1^3 \leq 36.0, 0.45 \leq o_1^2, o_1^3 \leq 1.08$ 에서 탐색된다. 또한 n^i, a_j^i, b_0^i ($1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq n^i$)들이 후건부의 파라미터가 되며 탐색을 위한 정의영역은 $1 \leq n^i \leq 2$ (단, n^i 는 정수), $0.01 \leq a_j^i, b_0^i \leq 5.12$ 으로 설정하였다. 또한 데이터 윈도우는 $W = 800$, 샘플링 주기는 $T = 0.05$ 초로 선정하였다. 시스템과 모델에 부과되는 입력신호 u 는 다음과 같다.

$$u(t) = \begin{cases} 1.5u^*(t) & , 0 \leq t \leq 20 \\ \frac{4.9\pi}{4} + 0.2u^*(t) & , 20 < t \leq 40 \end{cases} \quad (14)$$

(단, $u^*(t) = \sin(4.5t) - \sin(1.5t)$)

퍼지모델의 최적 파라미터를 탐색하기 위하여 본 연구에서는 유전알고리즘[9]을 사용하였고 그 제어 파라미터로 집단크기 $N=10$, 재생산 계수 $\eta_i = 1.7$ ($1 \leq i \leq N$), 교배 확률 $P_c = 1$, 돌연변이 확률 $P_m = 0.005$, 스케일링 윈도우 $W_s = 1$ 을 선택하였다.

2000세대 동안의 모의진화 결과 식 (15)와 같은 퍼지모델을 얻을 수 있었고 이 때의 조정된 퍼지집합은 그림 3과 같다.

$$L^1 : \text{If } x_{p1} \text{ is ZO,} \\ \text{then } (1+0.07p+0.10p^2)y=0.21u \quad (15a)$$

$$L^2 : \text{If } x_{p1} \text{ is NB or PB,} \\ \text{then } (1+0.15p+0.23p^2)y=0.34u \quad (15b)$$

그림 4와 5는 퍼지모델을 검증하기 위한 것으로서, 식 (15)와 같은 형태를 지나 주파수

를 달리한 입력신호에 대해 그림 4는 시스템, $\sin(\theta) \approx \theta$ 로 선형화한 모델과 퍼지모델의 출력을 그린 것이며 그림 5는 선형모델, 퍼지모델과 시스템간의 출력 오차를 나타낸 것이다.

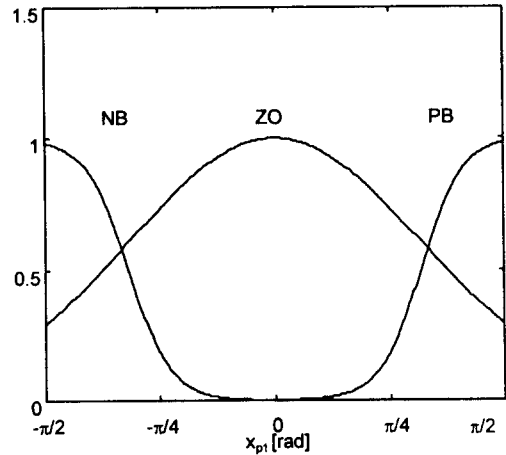


그림 3 조정된 퍼지집합들의 소속함수

Fig. 3 Membership functions of the adjusted fuzzy sets

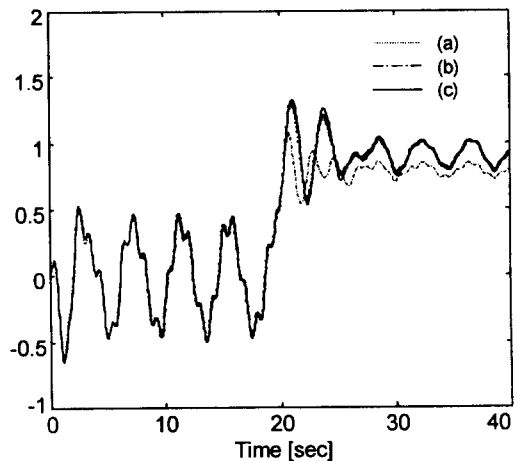


그림 4 (a) 시스템, (b) 선형모델, (c) 퍼지모델의 정현파 응답

Fig. 4 Sinusoidal responses of (a) the system, (b) the linearized model, and (c) the fuzzy model

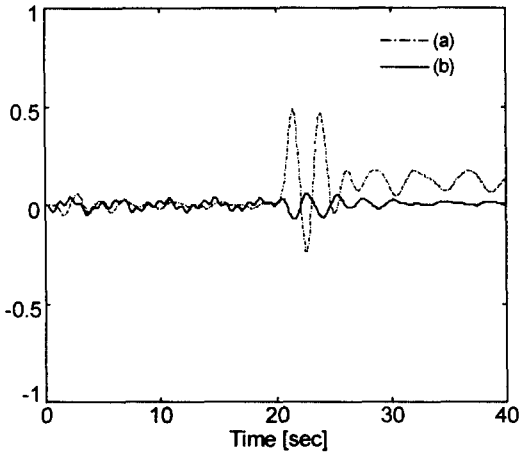


그림 5 (a) 시스템과 선형모델간의 오차, (b) 시스템과 퍼지모델간의 오차

Fig. 5 Errors (a) between the system and the linearized model, and (b) between the system and the fuzzy model

V. 결 론

본 연구에서는 유전알고리즘을 이용하여 비선형 시스템을 퍼지 모델링하는 기법을 제안하였다. 먼저 각 동작점에서 국부적으로 비선형 시스템을 기술하는 선형 서브시스템을 얻고 이를 퍼지규칙으로 결합하여 퍼지모델을 얻었다. 다음 퍼지모델의 동특성이 시스템의 동특성과 유사하도록 유전알고리즘을 이용하여 전건부 소속함수의 파라미터와 후건부 방정식의 차수와 계수들을 동시에 추정하였다. 모의실험 결과 퍼지모델의 유효성을 검증할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] D. A. White and D. A. Sofge, Handbook of Intelligent Control: Neural, Fuzzy and Adaptive Approaches, Van Nostrand Reinhold, N.Y., 1992

[2] T. Tagaki and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control",

IEEE Trans. on SMC, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, 1985

[3] M. Sugeno and G. T. Gang, "Structure Identification of Fuzzy Model", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, pp. 15-33, 1988

[4] M. Sugeno and K. Tanaka, "Successive Identification of a Fuzzy Model and Its Application to Prediction of a Complex System", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 42, pp. 315-334, 1991

[5] K. Tanaka, "Design of Model-based Fuzzy Controller Using Lyapunov Stability Approach and Its Application to Trajectory Stabilization of a Model Car", *Theoretical Aspects of Fuzzy Control*, John Wiley & Sons, Inc., pp.31-50, 1995

[6] G. Jin, "Intelligent Fuzzy Logic Control of Processes with Time Delays", *Ph.D. Thesis, University of Wales Cardiff, UK*, 1996

[7] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Co. Inc., N.Y., 1989

[8] 이현식, 진강규 외, "유전알고리즘을 이용한 비선형 시스템의 온라인 퍼지 모델링", 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol. 8, No. 3, pp. 80-87, 1998

[9] D. T. Pham and G. Jin, "A Hybrid Genetic Algorithm", *Proc. 3rd World Cong. on Expert Systems, Seoul, Korea*, Vol. 2, pp. 748-757, 1996

[10] 이현식, 진강규, "유전알고리즘을 이용한 비선형시스템의 퍼지 모델링 및 제어", 대한전기학회 1998년도 하계학술대회 논문집 B, pp. 581-584, 1998