

Hyperbolic Quotient 경쟁학습 신경회로망을 사용한 비선형 확률시스템 제어에 관한 연구

A Study on a Stochastic Nonlinear System Control Using Hyperbolic Quotient Competitive Learning Neural Networks

석진욱, 조성원, 최경삼,
Jinwuk Seok, Seongwon Cho, Kyung-Sam Choi

홍익대학교 전자·전기공학부
School of Electronic and Electrical Engineering Hong-Ik University

Abstract

In this paper, we give some geometric condition for a stochastic nonlinear system and we propose a control method for a stochastic nonlinear system using neural networks. Since a competitive learning neural networks has been developed based on the stochastic approximation method, it is regarded as a stochastic recursive filter algorithm. In addition, we provide a filtering and control condition for a stochastic nonlinear system, called perfect filtering condition, in a viewpoint of stochastic geometry. The stochastic nonlinear system satisfying the perfect filtering condition is decoupled with a deterministic part and purely semi martingale part. Hence, the above system can be controlled by conventional control laws and various intelligent control laws. Computer simulation shows that the stochastic nonlinear system satisfying the perfect filtering condition is controllable, and the proposed neural controller is more efficient than the conventional LQG controller and the canonical LQ-Neural controller.

I. 서론

최근 비선형 시스템 제어에 대한 연구는 제어 입력이 선형결합 가능으로 주어진 시스템에 대하여 미분 기하학적 접근으로 좌표변환을 통해 시스템을 Lie Derivation에 대하여 선형 시스템으로 변환하여 제어조건과 관측조건 그리고 제어기 설계에 대한 연구가 대종을 이루고 있다. A. Isidori 등에 의해 제창된 Feedback Linearization에 의한 비선형 시스템의 제어방식은 그동안 해석(Analysis) 수준에 머물러 있던 비선형 시스템 제어 연구분야에 Kalman 등에 의해 발전된 선형 시스템의 상태방정식 해석을 통해 발전된 여러 제어기법들을 직접적으로 응용할 수 있을 뿐 아니라 최근 각광을 받고 있는 강인제어(Robust Control) 연구의 성과들을 직접적으로 응용할 수 있는 등 괄목할 만한 성과를 내고 있다 [1][2]. 그러나, 노이즈가 포함된 비선형 확률 시스템의 경우에는 현재까지도 뚜렷한 성과가 나타나지 못하고 있으며 매우 특별한 모델에 대해서만 어느정도의 해석이 가해지고 있는 실정이다[3]. 최근, 강인제어 이론에 의해 발전하기 시작하는 불확실성 모델에 대한 비선형 시스템의 Feedback Linearization 기법에서도 불확실한 모델이 엄밀한 정합조건을 만족할 경우에만 제어가 가능하다는 연구가 있었으며[4], 따라서 White Noise와 같이 전 영역에 외란 주파수가 존재하는 경우에는 견실한 제어를 이루는데 한계가 있다.

본 연구에서는 비선형 시스템의 미분 기하학적 접근을 통한 Feedback Linearization 방식 제어이론을 Noise가 있는 비선형 시스템에 적용하여 확률 비선형 시스템의 제어율

위한 정합조건과 Perfect Filtering 조건을 유도하며, 유도된 조건을 만족하는 시스템 모델에 대하여 Hyperbolic Quotient 경쟁학습 신경망[8]을 사용한 제어 시스템을 구성하고, 기존의 EKF (Extended Kalman Filtering)에 근거한 제어시스템과 Feedback Linearization 된 시스템에 대한 선형최적제어기와의 비교실험을 행한다.

II. 비선형 확률시스템을 위한 Feedback Linearization 조건유도

입력 u 와 외란 ξ_t 에 대하여 선형분리가 가능한 다음과 같은 단일 입력 단일출력 확률 비선형 시스템을 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_t &= f(X_t) + g(X_t)u + b(X_t)\xi_t \\ Y_t &= h(X_t) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 $f(X_t)$ 와 $g(X_t)$ 는 $f(X_t) \in R^n$, $g(X_t) \in R^n$ 인 평활한 다양체 (C^∞ -Manifold)위에 정의된 벡터 필드 (Vector Field)이며 X_t 는 시스템의 상태 벡터 확률변수로서 $X_t \in R^n$ 인 R^n -Valued Process로 Sample-Path-연속이며 (Continuous sample Path), u 는 $u \in R$ 인 Scalar 입력으로서 구간별 연속이다 (Piecewise Continuous). $h(X_t)$ 는 $h(X_t) \in R$ 인 R -Valued Process로 Sample-Path-연속이며 시스템의 출력상태 확률변수이다. 시스템 (1)의 가장 큰 특징은 외란으로 정의된 Wiener Process ξ_t 의 존재로 확률변수로서 정의되는 점이다. 시스템 (1)에서 ξ_t 가 \mathcal{F}_t -Wiener Process 조건을 만족한다고 가정하면 $b(X_t)\xi_t \in R^n$ 이므로 $b(X_t)\xi_t$ 는 Vector-Valued Wiener Process이다. 또한, ξ_t 가 \mathcal{F}_t -Wiener Process이므로 상태벡터 확률변수 X_t 와 출력 상태벡터 확률변수 Y_t 는 \mathcal{F}_t -Adapted 이다. 따라서 시스템 (1)은 다음과 같이 Ito-미분 방정식의 형태로 다시 쓸 수 있다.[5][6]

$$\begin{aligned} dX_t &= (f(X_t) + g(X_t)u)dt + b(X_t)dW_t \\ Y_t &= h(X_t) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서 dW_t 는 Wiener Process의 Differential이다. 시스템 (2)을 Feedback Linearization시키기 위해서는 출력함수 $h(X_t)$ 에 대한 Differential을 구하여야 한다. 출력함수 $h(X_t)$ 에 대한 Differential은 dW_t 의 존재 때문에 Ito-확률미분 방정식의 형태를 가져야 한다. Ito 미분에 의한 $h(X_t)$ 의 전 미분은 다음과 같다.

$$dh(X_t) = (L_f h(X_t) + L_g h(X_t) + \frac{1}{2} H_b h(X_t))dt + L_b h(X_t)dW_t \quad (3)$$

여기서 H_b 는 $h(X_t)$ 의 Hessian을 $H(X_t) \in R^{n \times n}$ 에 대해 다음을 만족하는 연산자이다.

$$H_b h(X_t) = \langle b(X_t), H(h(X_t))h(X_t) \rangle$$

이때 Ito 미분연산자를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathcal{L}_{f,b} h(X_t) = (L_f h(X_t) + \frac{1}{2} H_b h(X_t))dt + L_b h(X_t)dW_t \quad (4)$$

그러므로 $h(x_t)$ 의 전미분은 다음과 같은 Feynman-kac 공식을 따른다[7].

$$dh(X_t) \equiv \mathcal{L}_{f,b} h(X_t) + L_g h(X_t)$$

주어진 시스템의 특성을 명확히 하기 위해 다음의 가정을 둔다.

Assume 1 주어진 확률시스템의 Deterministic 부분의 Relative degree가 r 이라 가정한다.

$$\begin{aligned} i.e \quad & L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \forall x \in B(\epsilon, x^0), \forall k < r-1 \\ & L_g L_f^{r-1} h(x^0) \neq 0 \end{aligned}$$

III. 비 선형 확률 시스템의 Perfect Filtering 조건

비선형 시스템의 제어조건을 유도하기 전에 먼저 선형 확률 시스템의 가 제어성과 가 관측성에 대해 고찰해보면, 선형 확률 시스템의 가 제어성은 state가 완전 필터링 가능할 때, 즉 Semi-martingale부분으로 명확히 Decomposition될 때 만족된다. (Semi-martingale Decomposition) 그러므로 선형 확률 시스템의 가 제어성은 state가 완전 필터링 가능할 때, 즉 Semimartingale Decomposition이 가능하면 1차 Moment(평균)에서 Deterministic case에서 가 제어성과 일치한다. 따라서 선형 확률 시스템의 가 관측성은 결국 State Noise가 모

든 State에 imbedded되지 않고 나타나야 만족됨을 의미한다.

Theorem 1 단일 입력 단일 출력 비선형 확률제어 시스템 (9)에서 시스템의 출력이 입력의 영향을 받지 않기 위해서 x^o 에서 상대차수 (Relative Degree) r 에 대하여 다음의 조건을 만족하여야 한다.

- i) $L_g \mathcal{L}_{f,b}^k h(x) = 0 \quad \forall x \in B(x^o, \epsilon) \text{ and } \forall k < r-1$
- ii) $L_g \mathcal{L}_{f,b}^{r-1} h(x^o) \neq 0$

Theorem 1의 가정 i), ii)를 Stochastic Relative Degree라고 명명한다. Stochastic Relative Degree가 n-Dimension 전체에 만족되면 Ito-미분 연산자 $\mathcal{L}_{f,b}$ 혹은 Stratonovich-Lie Derivative $L_{\bar{f}}$ 에 대해 Deterministic Case와 같은 선형 Canonical Form을 유도할 수 있다. 그러므로 Deterministic System의 Linearized Canonical Form을 Reference Model로 사용할 수 있다.

Stochastic Relative Degree를 통해 비선형 확률 시스템의 Linearized Canonical Form으로의 유도를 위한 입력에 대한 조건이 유도된다. 한편, 비선형 확률 시스템의 가 관측성과 Filtering 조건을 알아보기 위해서는 비선형 확률 시스템 (2)가 Stochastic Relative Degree가 만족되는 범위내에서 Deterministic 부분과 Martingale 부분을 분리하기 위한 Semi-Martingale Decomposition을 행한다.

Definition 2 비선형 확률 시스템 (1)에서 Wiener-Levy process의 Differential을 제외한 항의 Differential Operator를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathcal{L}_{f,b}^m = (L_f h(X_t) + \frac{1}{2} H_b h(X_t)) dt \quad (5)$$

이에 따라 $dh(X_t)$ 를 $\mathcal{L}_{f,b}^m$ 을 사용하여 Semi-Martingale Decomposition하면

$$dh(X_t) = \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) + L_b h(X_t) dW_t \quad (6)$$

따라서 $d^2 h(X_t)$ 는 다음과 같이 Semi-Martingale Decomposition된다.

$$\begin{aligned} d(dh(X_t)) &= \mathcal{L}_{f,b}^m \{ \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) + L_b h(X_t) dW_t \} + L_b \{ \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) + L_b h(X_t) dW_t \} dW_t \\ &= \mathcal{L}_{f,b}^{m,2} h(X_t) + L_b^2 h(X_t) dW_t dW_t + \{ \mathcal{L}_{f,b}^m L_b^2 h(X_t) + L_b \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) \} dW_t \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)을 살펴보면 Ito-미분의 적분특성에 의해 Deterministic 부분은 다음과 같다.

$$\mathcal{L}_{f,b}^{m,2} h(X_t) + L_b^2 h(X_t) dW_t dW_t \quad (8)$$

한편, Semi-Martingale 부분은 다음과 같다.

$$\mathcal{L}_{f,b}^m L_b h(X_t) + L_b \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) dW_t \quad (9)$$

따라서 $dh(X_t)$ 의 Wiener-Levy process항 $L_b h(X_t) dW_t$ 이 다시 Stochastic Differential dW_t 의 Differential로 나타나게 되면 선형 정준형으로의 변환은 $\mathcal{L}_{f,b}^m$ 에 대하여 불가능함을 알 수 있다. 즉, 식 (7)의 결과에서 관측기능과 Filtering 기능이 존재하기 위해서는 Deterministic 부분이 Noise에 의해 왜곡되어서는 불가능하다.(Slice가 형성되지 않는다.) 따라서 다음 조건이 만족되어야 식 (7)이 $d(dh(X_t))$ 에 대하여 완전 Martingale Decomposition이 가능하다.

$$\begin{aligned} L_b^2 h(X_t) dW_t dW_t &= 0 \quad \mathcal{L}_{f,b}^m L_b h(X_t) = 0 \\ d(dh(X_t)) &= \mathcal{L}_{f,b}^{m,2} h(X_t) + L_b \mathcal{L}_{f,b}^m h(X_t) dW_t \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)의 결과를 임의의 k 차 미분으로 확대하면 다음의 정리를 얻는다.

Theorem 2 임의의 k 차 Ito-미분에 대하여 상대차수(Relative Degree) r 이 다음의 Filtering 조건을 만족할 때 시스템 (1)는 Deterministic 부분과 Martingale 부분이 연속미분에 대하여 (19)와 같이 k 차에 대하여 동일한 Form을 갖는다.

- i) $L_b^2 \mathcal{L}_{f,b}^{k-2} h(x) = 0 \quad \forall x \in B(x^o, \epsilon) \text{ and } \forall 2 \leq k \leq r$
- ii) $\mathcal{L}_{f,b}^m L_b \mathcal{L}_{f,b}^{k-2} h(x^o) = 0 \quad \forall x \in B(x^o, \epsilon) \text{ and } \forall 2 \leq k \leq r$

$$dh^{(k)}(X_t) = \mathcal{L}_{f,b}^{m,k} h(x_t) + L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k-1} h(X_t) dW_t \quad (11)$$

이를 Perfect Filtering 조건이라 명명한다. Perfect Filtering 조건이 만족되면 Feedback Linearization에 대한 외란 분리(Disturbance Decoupling)가 보다 강한 조건을 통해 가능해진다.

Theorem 3 임의의 k 차 Ito-미분에 대하여 상대차수(Relative Degree) r 이 x^0 주변에 정의될 때 시스템의 출력은 필요충분 조건으로 외란에 대해 분리된다.

$$L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,i} h(x) = 0 \quad \forall x \in B(x^0, \varepsilon) \text{ and } \forall 0 \leq i \leq r-1$$

이 때의 입력 u 가 $u = \alpha(x) + \beta(x)v$ 의 형태로 주어질 때 입력 u 는 식 (20)과 같다.

$$u = -\frac{\mathcal{L}_{f,b}^{m,r} h(X_t)}{L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t)} + \frac{v}{L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t)} \quad (12)$$

이와같은 Perfect Filtering 조건에서는 $L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t) dW_t \neq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} d^k h(X_t) &= \mathcal{L}_{f,b}^{m,k} h(x_t) + L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k-1} h(X_t) dW_t \quad \forall 0 \leq k \leq r-1 \\ d^r h(X_t) &= \mathcal{L}_{f,b}^{m,r} h(x_t) + L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t) \cdot u + L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t) dW_t \end{aligned} \quad (13)$$

와 같이 나타난다. 따라서 적절한 최적 Filtering을 통해 Wiener Process항의 영향을 최소화시키도록 해야한다.

IV. Perfect Filtering 조건하에서 신경망을 사용한 비선형 확률시스템 제어

Perfect Filtering 조건이 만족되는 상태에서 Martingale Ito 미분 연산자 $\mathcal{L}_{f,b}^{m,i}$ 에 대하여 Feedback Linearization을 행하고자 한다면

$$E_{\mathcal{F}_t} L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t) dW_t = L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t) E_{\mathcal{F}_t} dW_t = 0 \quad (14)$$

이므로 식 (13)은 다음과 같이 정리된다.

$$Ed^k h(X_t) = \mathcal{L}_{f,b}^{m,k} h(x_t) \quad \forall 0 \leq k \leq r-1 \quad (15)$$

$$Ed^r h(X_t) = \mathcal{L}_{f,b}^{m,r} h(x_t) + L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(x_t) \cdot u$$

식 (15)에 의해, \mathcal{F}_t 에 대한 평균에 대하여 Theorem 2에서 외란분리를 위한 입력

$$u = -\frac{\mathcal{L}_{f,b}^{m,r} h(X_t)}{L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t)} + \frac{v}{L_g \mathcal{L}_{f,b}^{m,r-1} h(X_t)}$$

을 사용하면 다음의 좌표변환에 의해 Feedback Linearization이 이루어진다.

$$\begin{aligned} E \dot{z}_1 &= z_2 & \dot{z}_1 &= z_2 + \varepsilon_1 \\ & \dots & & \dots \\ E \dot{z}_{r-1} &= z_r & \dot{z}_{r-1} &= z_r + \varepsilon_{r-1} \\ E \dot{z}_r &= b(z) + z(z)u & \dot{z}_r &= b(z) + z(z)u + \varepsilon_r \\ E \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) & E \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ & \dots & & \dots \\ E \dot{z}_n &= q_n(z) & E \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned} \quad (16) \quad (17)$$

식 (16)에서 \dot{z}_k 는 $\dot{z}_k = \mathcal{L}_{f,b}^{m,k} h(x_t) (dt)^{-1} + L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k} h(x_t) \xi_t$ 이다. $k \geq r+1$ 인 z_k 는 Zero Dynamics로서 출력측에 Zero Dynamics의 내부 동역학은 직접 나타나지 않는다. 만일 상대차수 r 이 시스템 (2)의 차원 n 이면 Zero Dynamics가 존재하지 않게된다. 식 (16)에서 $\varepsilon_k = L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k-1} h(x_t) \xi_t$ 로 정의하면 식 (16)은 선형 가 제어 Canonical 형식과 같은 형태의 동역학 방정식을 상대차수 r 보다 작은 차수에 대하여 가지게 된다. 한편 식 (17)의 문제점은 $\varepsilon_k = L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k-1} h(x_t) \xi_t$ 가 가변적인 분포를 가진 Noise로 나타난다는 점이다. 앞에서 $\xi_t - \xi_t$ 가 정규분포를 따른다고 하였으므로 가정에 의해 $\xi_t = \xi_t - \xi_0$ 이므로 ξ_t 역시 정규분포를 따르게 되나 분산의 크기를 결정하는 항이 시간에 대한 항과 $L_b \mathcal{L}_{f,b}^{m,k-1}$ 의 관계식으로 나타나게 되므로 Kalman Filtering과 같은 특수한 경우를 제외하고 선형 최적 필터를 구하기가 매우 어렵다. 따라서 ε_k 의 영향을 최소화 하는 추정된 \hat{z}_k 를 구하는 예측자(Predictor)의 도입이 이루어진다면 선형 LQ제어의 분리원칙 (Separation Principle)에 의해 최적 제어입력을 구하여 그것을 비선형 시스템의 제어 입력으로 할 수 있다.

신경망을 사용한 제어 시스템 구성을 위해 Reference Model은 Feedback Linearization으로 선형화된 System을 사용한다. 그리고 Nonlinear System에는 입력 u 가 Feedback되어 인가된다고 본다. Reference Model에서 구해지는 상태벡터를 z_r , 그리고 Linearized 입력이

인가된 비선형 확률 시스템의 상태벡터를 z_R 이라고 $e \equiv z_R - z_r$ 로 정의하면 다음 정리를 만족한다.

Theorem 4 목적함수 $J_t = \frac{1}{2} \int_0^t \|e_t - w_t\|^2 dt$ 를 최소화 할 수 있는 경쟁학습 신경망과 LQ 제어가 결합된 그림 22와 같은 비선형 확률 제어 시스템은 $e_t \in U(0, \epsilon)$ 에 대하여 제어 목적함수 $J(z_0, u) = E_{0, z_0} \left\{ z_T^T Q_T z_T + \int_0^T (z_t^T Q z_t + u^T R u_t) dt \right\}$ 을 최소화 시킨다.

V. 사례연구와 시뮬레이션 결과

제안한 방법을 Flexible Link Manipulator에 대하여 적용하였다. Flexible Joint Manipulator의 시스템 동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_1 \dot{q}_1^{(2)} + F_1 \dot{q}_1 + \frac{K}{N} (q_2 - \frac{q_1}{N}) &= T \\ J_2 \dot{q}_2^{(2)} + F_2 \dot{q}_2 + \frac{K}{N} (q_2 - \frac{q_1}{N}) + mgd \cos q_2 &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에서 J_1, J_2 은 관성계수(Inertia Constant)이며, F_1, F_2 은 Viscous Friction 계수, K 는 용수철 계수이며 N 은 기어비, T 는 Actuator축에서 발생하는 Torque이며 m 은 질량, d 는 링크에서의 무게중심이다. 한편 q_1, q_2 는 고정 Reference Frame에 대한 각 (Angular Position) 이다. 이때 상태벡터는 $x = (q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2)$ 이며 시스템 방정식은 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{-K}{J_1 N^2} x_1 + \frac{K}{J_1 N} x_2 - \frac{F}{J_1} x_3 \\ \frac{K}{J_2 N^2} x_1 - \frac{K}{J_2} x_2 - \frac{mgd}{J_2} \cos x_2 - \frac{F}{J_1} x_4 \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

시스템의 출력은 Link의 각도로서 다음과 같다.

$$y = h(x) = x_2 \quad (20)$$

Linearized 입력은 $u = \frac{-L^4 h(x) + v}{L^3 h(x)}$ 이며, 외부 입력 v 로서 시스템의 안정화를 도모한다.

White Noise가 시스템에 인가 되었을 때 앞 절에서 살펴본 바 Perfect Filtering을 만족할 수 있는 조건을 찾아야 한다. 주어진 시스템의 Perfect Filtering조건을 찾기전에 주어진 시스템의 특성상 시스템 출력이 상태벡터의 한 성분 이므로 $H_b h(x_t) = \langle b(x_t), H(h(x_t))b(X_t) \rangle$ 를 구하기 위해 출력함수의 Hessian을 구하면 $H(h(x)) = 0^{n \times n}$ 이다. 따라서 Martingale 미분 연산자 $\mathcal{L}_{t,b}^m h(X_t)$ 는 다음과 같은 결정론적 Lie Derivation과 같아진다.

$$\mathcal{L}_{t,b}^m h(X_t) = \left\{ L_t h(X_t) + \frac{1}{2} H_b h(X_t) \right\} dt = L_t h(X_t) \quad (21)$$

노이즈에 대한 벡터 혹은 분산벡터는 다음과 같다.

$$b(X_t) = (b_1(X_t), b_2(X_t), b_3(X_t), b_4(X_t)) \quad (22)$$

이때 Perfect Filtering 조건은 모든 $t \in [0, \infty)$ 에 대하여 다음과 같다.

$$b_1(X_t) = 0 \quad b_2(X_t) = 0 \quad b_3(X_t) = \sigma^2 \quad b_4(X_t) = 0 \quad (23)$$

여기서 $b_3(X_t) = \sigma^2$ 인 Constant 값으로 놓은 것은 Wiener-Levy Process의 분포 특성을 맞추기 위해서이다. 식 (44)에 의해 Feedback Linearization된 비선형 확률 시스템은 다음의 Semi-Martingale 부분의 계수를 가지게 된다.

비교대상은 Kalman-Bucy Filter를 출력층에 결합하고 Kalman-Bucy Filter에 의해 추정된 \hat{z}_t 를 사용하여 LQG 제어를 행하는 비선형 확률제어기이다. 비교대상 제어기의 기본 구성은 그림 30과 같다. 제안한 신경망을 사용한 제어기의 경우 Hyperbolic Quotient 경쟁학

습 신경망이며, 신경망에 Weight Vector는 20개를 사용하였다.

시뮬레이션 결과, $\sigma^2=0.1$ 의 경우, 기존의 최적 필터링-최적제어 방식의 제어기보다 안정도 확보에서 좋은 성능을 나타내고 있다. 이것은 기존의 제어기가 외란분리 조건을 완벽하게 만족하지 않는 이상 Feedback 입력으로 반드시 외란의 특성을 파악하여 외란분리를 위한 제어입력을 Feedback 시켜야 하지만, White Noise와 같은 외란의 경우에는 외란의 특징이 분포함수의 형태로 나타나기 때문에 완벽한 외란분리가 어렵기 때문이다.

그러나 신경망을 사용한 제어기의 경우에는 외란을 다수의 Weight Vector로 근사화하여 다시 최적화된 제어입력으로 변환시키므로 보다 정확한 제어출력을 얻어낼 수 있다.

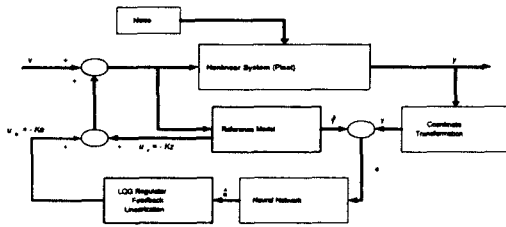


그림 1 제안한 신경망을 사용한 비선형 확률제어 시스템

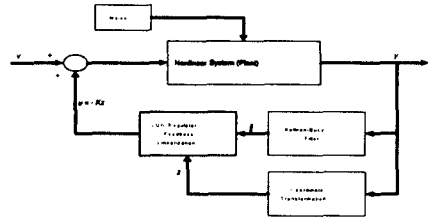


그림 2 Kalman-Bucy Filter-LQG Feedback Linearized 제어시스템

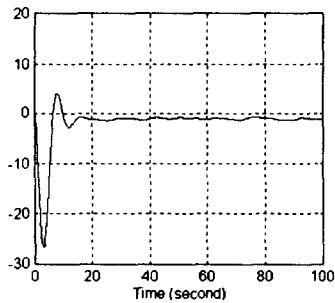


그림 3 기존제어기의 White Noise에 대한 응답

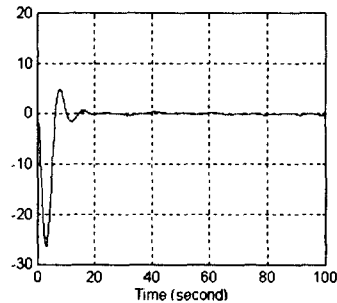


그림 4 Hyperbolic Quotient 경쟁학습 신경망 제어기의 White Noise에 대한 응답

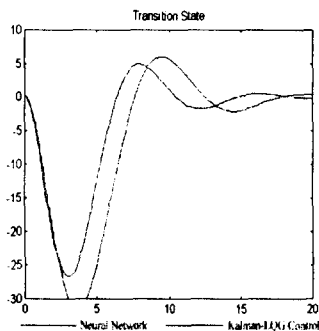


그림 5 제안한 신경망에 의한 제어결과와 Kalman-LQG 제어결과 과도상태비교

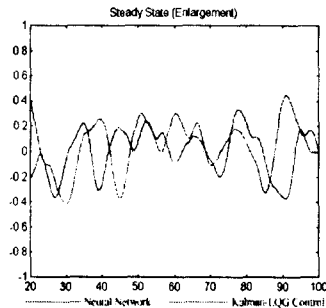


그림 6 신경회로망에 의한 제어결과와 Kalman-LQG 제어결과 정상상태비교 (범위 1.0~-1.0 rad)

평가함수를 $E = \frac{1}{T} \sqrt{\int_{t=0}^T \|h(x_t)\|^2 dt}$ 로 놓았을 때 정량적인 각 제어기의 평균출력오차는 다음과 같다.

기존 제어기의 White Noise에 대한 응답	0.1884 (rad)
Hyperbolic Quotient 경쟁학습 신경망 제어기의 White Noise에 대한 응답	0.1426 (rad)

VI. 결론

본 논문에서는 비선형 확률제어 (Nonlinear Stochastic Control)문제를 Feed-Back Linearization문제와 결합하여 제어 가능 조건을 유도하여, 제안한 두 종류의 경쟁학습 알고리즘을 통해 향상된 제어를 이루는 것에 대하여 알아보았다. 유도한 Perfect Filtering 조건은 기존의 외란분리 조건보다 약한 조건으로서, 외란분리 조건이 강한조건에서 외란이 선형화 모델에 완전히 나타나지 않도록 하는 조건이며 약한조건이 외란을 선형화모델에서 나타나지 않도록 선형화 입력을 조절하는 문제였던 것에 반하여 Perfect Filtering 조건은 적절한 최적 필터를 찾을 수 있다면, 선형화 입력의 변화 없이 최적 필터를 통한 선형화 추정상태를 얻어 이를 통해 안정화 제어입력을 찾을 수 있음을 보였다.

또한 Hyperbolic Quotient 경쟁학습 신경망을 사용하여 Perfect Filtering 조건이 만족되는 상태에서 분리원칙(Seperation Principle)이 만족되면서 선형화 시스템 상태를 최소화시킬 수 있음을 유도하였으며 시뮬레이션 결과를 통해 기존의 Kalman-Bucy 최적필터링과 LQG 최적제어기를 사용한 제어 시스템 보다 좋은 안정화 성능을 얻었다. 앞으로의 과제는 Perfect Filtering 조건보다 더욱 약한 조건을 유도하여 비선형 확률 제어 가능한 제어규칙을 찾는 것이다.

참고문헌

- [1] A. Isidori, 'Nonlinear Control Systems', 3rd ED. Springer-Verlag : London, 1995.
- [2] A. Isidori, "Disturbance Attenuation and H_{∞} control via measurement Feedback in nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, pp 1283-1293, 1992.
- [3] G. Blankenship, C-H Liu, S. Marcus, "Asymtotic Expansions and Lie Algebras for Some Nonlinear Filtering Problems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-28, No. 7, July 1983.
- [4] 주 성준, 서 진현, "부분 선형화 가능한 미지구조를 자기는 비선형 시스템", *전기학회 논문지*, 57권, 3호, pp 349-357, 1998년 3월.
- [5] N. Ikeda, S. Watanabe, 'Stochastic Differential Equations and Diffusion Process', 2nd ED. North-Holland : Tokyo, 1989.
- [6] K. Sobczyk, 'Stochastic Differential Equations with Applications to Physics and Engineering', Kluwer Academy, : Dordrecht, 1991.
- [7] M. Freidlin, 'Markov Processes and Differential Equations : Asymtotic Problems', Birkhäuser : Zürich, 199
- [8] 석 진욱, 최 경삼, 조 성원, "상공간 정준형 형상지도 경쟁학습 신경회로망의 국소수렴특성", *대한전기학회 논문지*, 47권, 6호, pp. 865-870, 1998.