

TSK퍼지시스템을 결론부가 singleton인 퍼지시스템으로 표현하는 방법과 그 응용

Transformation of TSK fuzzy systems into fuzzy systems with singleton consequents and its application

채 양 범*, 오 갑 석**, 이 원 창***, 강 근 태***

(Yang Bum Chae*, Kabsuk Oh**, Wonchang Lee***, Geuntaek Kang***)

*한국해양대학교 해사대학, **동명대학 전자계산과, ***부경대학교 전자공학과

(*Korea Maritime University, **Tong Myong College, ***Pukyong National University)

ABSTRACT

TSK fuzzy system can represent effectively the behavior of a complex nonlinear system with a low number of rules with the desired accuracy and guarantee the stability of the closed loop system, while the interpretation of the rules is difficult due to the functional nature of the consequents. On the contrary, fuzzy controller with singleton consequents is understandable intuitively and adjustable the rules easily due to qualitative expression of the rules. Ideally, one would like to combine the positive identification properties of TSK fuzzy system with the advantages of fuzzy controller with singleton consequents. Therefore, this paper suggests a method transforming TSK fuzzy systems into fuzzy systems with singleton consequents, and shows its application designing a fuzzy controller with singleton consequents by using the TSK fuzzy system when the behavior of a nonlinear system is described with a singleton fuzzy model by human expert.

I. 서론

퍼지이론이 Mandani에 의해 1974년 비선형 시스템인 증기기관의 제어를 위해 다음과 같은 언어적 규칙의 형태로 최초로 적용되어 그 실용 가능성을 나타내었다.

$$\begin{array}{l} \text{if } z_1 \text{ is } F_1, z_2 \text{ is } F_2, \dots, z_m \text{ is } F_m \\ \text{then } y \text{ is } Y \end{array} \quad (1)$$

여기에서 F_1, F_2, \dots, F_m 와 Y 는 퍼지집합이다. 특히 (1)의 단순화된 형태의 규칙, 즉 결론부의 parameter Y 가 singleton인 규칙은 Automobile tracking control을 위한 퍼지제어에[1] 최초로 사용된 이후 로봇팔의 제어 등에[2,3] 응용되어 왔으며, 최근에는 무인 헬리콥터의 제어와 [4] 같은 실제적 응용에 있어 대단히 유용한 것으로 알려지고 있다. 상기 형태의 제어기는 규칙의 언어적 특성 때문에 이해하기가 쉽고 데이터로부터 인식된 규칙은 시스템에 관한 이전의 지식을 토대로 한 규칙과 직접적인 결합이 가능하지만 구조적으로 데이터로부터 모델의 인식이 어려워 원하는 정확도를 가지는 시스템 거동의 근사화를 위해서는 많은 규칙들이 필요한 특성을 지니고 있다. 반면에 TSK 퍼지모델은 식 (2)와 같이 결론부가 선형식인 퍼지규칙들로 구성되어 있으므로 그

결론부의 함수적 성질 때문에 이해하기가 어렵다. 그러나 TSK 퍼지모델은 시스템의 입출력 데이터를 이용하여 쉽게 인식되어 질 수 있으며,[5] 복잡한 비선형 시스템을 적은 수의 규칙들로 잘 표현할 수 있다.[6,7,8]

$$\begin{aligned} &\text{if } z_1 \text{ is } F_1, z_2 \text{ is } F_2, \dots, z_m \text{ is } F_m \\ &\text{then } y = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n \end{aligned} \quad (2)$$

그리고 TSK 퍼지모델로부터 페루프 시스템의 안정성을 보장하는 제어기를 설계할 수 있으며 비선형 시스템의 제어기를 체계적으로 설계할 수 있게 된다. 지금까지 이에 관한 많은 연구들이 발표되었고[9,10,11] 행해지고 있다.

본 논문에서는 TSK퍼지시스템을 결론부가 singleton인 퍼지시스템으로 변환시키는 방법을 제안한다. 그리고, 비선형 시스템이 숙련가의 경험과 지식으로 결론부가 singleton인 퍼지모델로 표현되어 있을 때, 전체 페루프 시스템의 안정성을 고려하면서, TSK 퍼지 시스템을 이용하여 결론부가 singleton인 퍼지제어기를 설계하는 방법을 제안한다.

II. TSK퍼지시스템을 결론부가 singleton인 퍼지시스템으로 표현

TSK 퍼지시스템은 다음과 같은 TSK 퍼지규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned} T^i: &\text{if } z_1 \text{ is } F_1^i, \dots, z_m \text{ is } F_m^i \\ &\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_n^i x_n \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 T^i 는 i 번째 규칙임을 뜻하고, z_j 와 x_j 는 각각 전제부 및 결론부 변수, F_j^i 는 퍼지집합, a_j^i 는 결론부 파라미터, y^i 는 규칙 T^i 로부터 출력을 의미한다. 출력 y 는 다음과 같이 구한다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^r w^i(z) y^i}{\sum_{i=1}^r w^i(z)} \quad (4)$$

$$w^i(z) = \prod_{j=1}^m F_j^i(z_j) \quad (5)$$

여기서 r 은 규칙의 개수이고 $w^i(z)$ 는 i 번째 규칙의 적합도를 나타내며 $F_j^i(z_j)$ 는 퍼지집합 F_j^i 에서 z_j 의 멤버십 값이다. 본 논문에서는 TSK 퍼지시스템의 전제부에는 다음과 같은 pseudo-trapezoid 형태의 퍼지집합만을 갖도록 한다.



그림 1. TSK퍼지시스템에서 사용되는 퍼지집합

식 (3)과 같은 TSK퍼지규칙들로 구성된 TSK퍼지시스템을 다음과 같이 결론부가 singleton인 퍼지시스템(이제부터 간단히 singleton 퍼지시스템이라 부른다)으로 표현하고자 한다.

$$S^i: \text{if } w_1 \text{ is } G_1^i, \dots, w_k \text{ is } G_k^i \text{ then } y^i = a^i \quad (6)$$

여기서 전제부 변수 w_i , 전제부 퍼지집합 G_j^i , 결론부의 singleton a^i 등을 식(3)의 TSK퍼지시스템으로부터 정하여야 한다.

2.1. singleton 퍼지시스템의 전제부 작성

TSK퍼지시스템에서 전제부 변수 중에는 결론부 변수가 동일한 경우도 있다. 그 경우에 따라 다음과 같이 singleton 퍼지시스템의 전제부를 만든다.

(1) 변수 w 가 TSK퍼지시스템에서 결론부 변수는 아니며 전제부 변수인 경우.

TSK퍼지시스템의 전제부와 동일한 형태의 퍼지집합을 w 에서 만든다.

(2) 변수 w 가 TSK퍼지시스템에서 전제부 변수는 아니며 결론부 변수인 경우.

변수 w 에서 퍼지모델이 적용되는 범위가 $[w_1, w_2]$ 인 경우 그림 2와 같은 2개의 퍼지집합을 w 에서 만든다

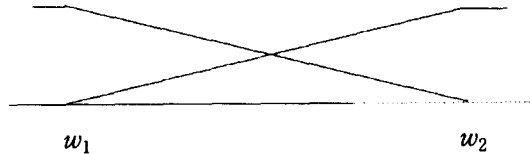


그림 2. TSK퍼지시스템에서 결론부에서만 변수인 경우 singleton 퍼지시스템에서 퍼지집합

(3) 변수 w 가 TSK퍼지시스템에서 전제부 변수이면서 결론부 변수인 경우

변수 w 의 작업영역이 $[w_1, w_2]$ 일 때, 그림 3과 같이 TSK퍼지시스템의 퍼지집합을 singleton 퍼지시스템의 퍼지집합으로 만든다.

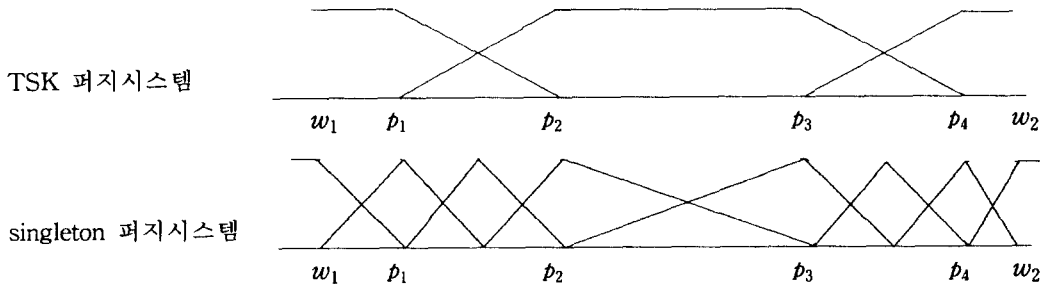


그림 3. TSK퍼지시스템에서 전제부와 결론부 모두에 들어가는 변수에 대해 singleton 퍼지시스템에서 퍼지집합 만드는 방법

2.2 singleton 퍼지시스템 결론부 작성

식(8)의 결론부 singleton a^i 는 식(8)의 규칙에서 $G_j^i(w_j) = 1$ 인 w_j 값들을 TSK퍼지시스템에 대입하여 구한 y 값을 a^i 로 한다.

III. TSK퍼지시스템을 이용한 결론부가 singleton인 퍼지제어기 설계

비선형적인 플랜트에서 기본적인 물리적 메카니즘에 대한 지식이 불충분하나 동적 거동이 그 플랜트를 잘 아는 전문가의 경험과 지식에 의해 결론부가 singleton인 퍼지모델로 표현될 수 있을 때, TSK 퍼지 시스템을 이용하여 그 퍼지모델로부터 결론부가 singleton인 퍼지제어기를 설계한다. 그 block diagram은 그림 4와 같다.

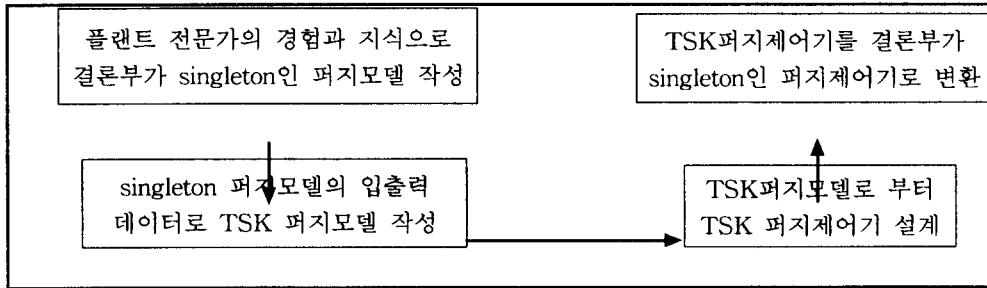


그림 4. TSK퍼지시스템을 이용하여 singleton 퍼지모델로부터 singleton 퍼지제어기 설계

다음의 예로 그 방법을 설명한다.

시스템이 표 1과 같이 $u(k)$ 와 $y(k)$ 로 $y(k+1)$ 이 정해지는 singleton퍼지모델로 표현되었다고 하자.

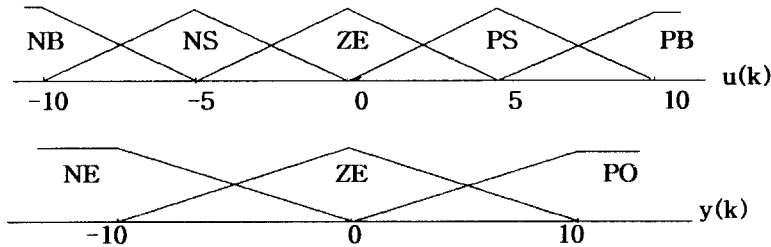


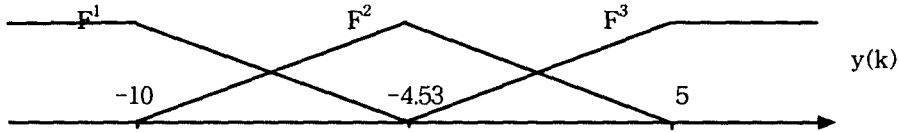
표 1. singleton 퍼지모델

$u(k)$ $y(k)$	NB	NS	ZE	PS	PB
NE	-11	-10.7	-10	-8	-2
ZE	-1	-0.7	0	2	8
PO	7	7.3	10	14	20

표 1의 singleton 퍼지모델로부터 전체 폐루프 시스템의 안정성을 보장하는 제어기 설계는 쉽지 않다. 그러나 시스템이 TSK퍼지모델로 표현되어 있을 경우 전체 폐루프 시스템의 안정성을 보장하는 제어기를 체계적으로 설계할 수 있다[9,10]. 따라서 그림 4의 알고리즘에 따라 제어기를 설계한다. 먼저 표 1의 singleton 퍼지모델로부터 입출력 데이터를 구하여 TSK퍼지모델을 인식하면 그림 5와 같다. 그림 5의 TSK퍼지모델로부터 전체 폐루프 시스템의 극(pole)이 0.9가 되도록 TSK퍼지제어기를 설계하면[10] 그림 6과 같다. 그림 6의 TSK퍼지제어기로부터 제어입력 $u(k)$ 를 추론하는 방법은 TSK모델로부터 출력을 추론하는 식(4)와는 다른 형태이며 다음과 같다[9,10].

$$u(k) = \frac{0.898F^1(y(k))u^1(k) + 0.906F^2(y(k))u^2(k) + 1.101F^3(y(k))u^3(k)}{0.898F^1(y(k)) + 0.906F^2(y(k)) + 1.101F^3(y(k))} \quad (7)$$

그림 6의 퍼지제어기와 식 (7)의 추론 방법을 이용하여 표 1의 시스템을 $y(k)$ 의 여러 초기치에 대하여 제어 한 결과를 그림 7에 보인다.



$$\begin{aligned} \text{if } y(k) \text{ is } F_1 & \quad \text{then } y^1(k+1) = 7.821 + 0.933y(k) + 0.898u(k) \\ \text{if } y(k) \text{ is } F_2 & \quad \text{then } y^2(k+1) = 3.328 + 0.980y(k) + 0.906u(k) \\ \text{if } y(k) \text{ is } F_3 & \quad \text{then } y^3(k+1) = -3.404 + 1.192y(k) + 1.101u(k) \end{aligned}$$

그림 5. 표 1의 singleton 퍼지모델을 TSK퍼지모델로 표현

if $y(k)$ is F_1	then $u^1(k) = \frac{-7.821}{0.898} + \frac{(0.9-0.933)y(k)}{0.898}$
if $y(k)$ is F_2	then $u^2(k) = \frac{-3.328}{0.906} + \frac{(0.9-0.980)y(k)}{0.906}$
if $y(k)$ is F_3	then $u^3(k) = \frac{3.404}{1.101} + \frac{(0.9-1.192)y(k)}{1.101}$

그림 6. 그림 5의 TSK퍼지모델로부터 설계된 TSK퍼지제어기

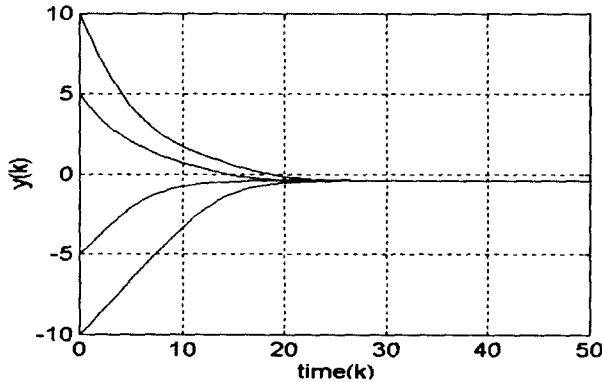


그림 7. 그림 6의 TSK퍼지제어기로 표 1의 시스템을 제어한 결과

그림 7에서 제어결과를 보면 천이 응답은 제어기 요구조건(폐루프시스템의 극이 0.9)을 만족하지만, 그림 5 모델의 오차로 인하여 정상상태 오차가 발생하고 있다. 그림 6의 TSK퍼지제어기 형태로는 파라미터 조정이 어려우므로 이 정상상태 오차를 없애기가 어렵다. 하지만 singleton제어기 형태에서는 제어기 해석이 쉬우며 제어기 조정이 간편하다. 따라서 그림 6의 TSK퍼지제어기를 Π 장에서 설명한 방법을 이용하여 singleton퍼지제어기로 변환시켜 제어기 조정을 하면 된다. 그림 8에 그 변환된 singleton퍼지제어기를 보인다. 정상상태 오차를 없애기 위해서는

$$\text{if } y(k) \text{ is ZERO that } u(k)=0 \quad (8)$$

라는 규칙이 필요하다. 따라서 그림 8의 전체부 퍼지집합을 그림 9와 같이 바꾸고, 그림 8의 4번째 규칙을

$$\text{if } y(k) \text{ is } S_4' \text{ then } u^4(k) \text{ is } 0 \quad (9)$$

로 조정한다. 그 조정된 singleton퍼지제어기를 이용하여 표 1의 시스템을 제어한 결과를 그림 10에 보인다. 그림 10에서 보면 $y(k)$ 의 여러 초기값에 대하여 천이 응답은 요구조건을 거의 만족하며 정상상태 오차도 없음을 알 수 있다. 즉 TSK퍼지제어기에서는 미세 조정이 불가능하였으나 singleton제어기로 변화시키면 미세 조정이 가능함을 알 수 있다.

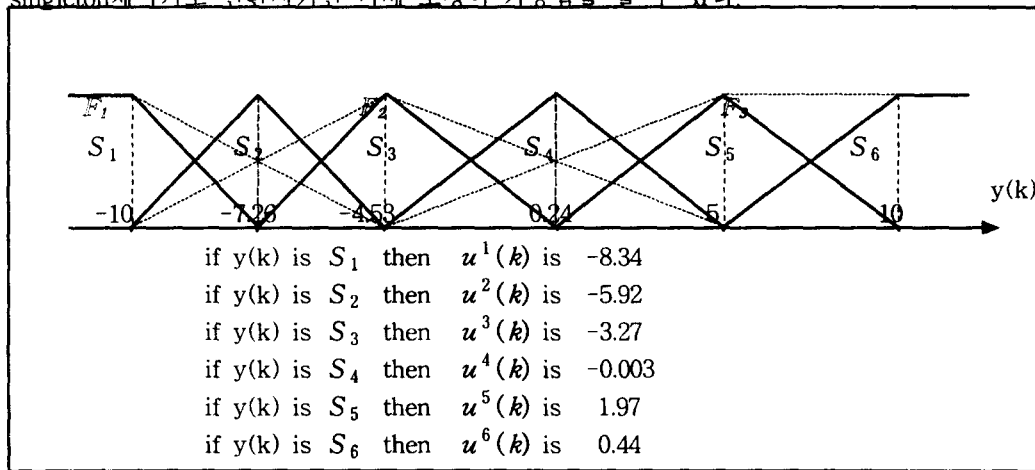


그림 8. 그림 6의 TSK퍼지제어기로부터 변환된 singleton퍼지제어기

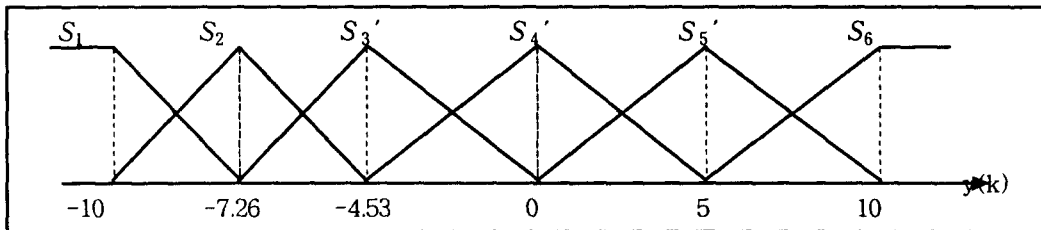


그림 9. 그림 8의 전제부 퍼지집합을 조정한 것

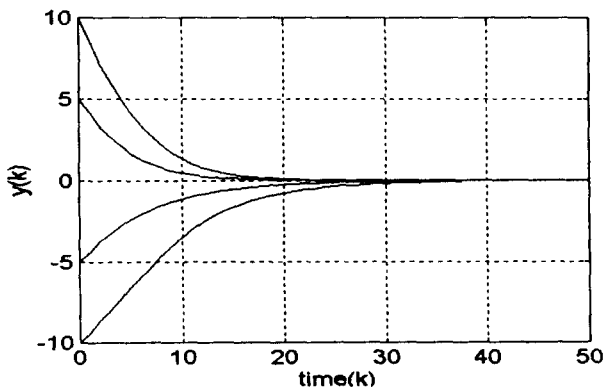


그림 10. 그림 9의 전제부 집합과 식(9)의 규칙 등으로 조정된 singleton퍼지제어기로 표 1의 시스템을 제어한 결과

IV. 결론

singleton퍼지시스템은 이해하기가 쉽고 조정하기가 쉬운 장점이 있는 반면, 모델의 인식 또는 제어기 설계에서 숙련가의 언어적 지식에 의존하기 때문에 정확도가 떨어지며 제어기는 전체시스템의 안정성을 보장하기가 어렵다. 한편 TSK퍼지시스템은 모델이 시스템의 입출력 데이터로부터 구해지며 적은 수의 규칙으로 매우 정확히 시스템을 표현한다. 또한 TSK퍼지제어기는 전체 폐루프 시스템의 안정성을 보장하도록 설계가 될 수 있다. 그러나 TSK퍼지시스템은 결론부가 함수형태이므로 이해하기가 어려우며 미세한 조정이 어려운 단점이 있다. singleton퍼지시스템과 TSK퍼지시스템의 이러한 장단점을 서로 보완하기 위해 singleton퍼지시스템을 TSK퍼지시스템으로 표현하는 방법이 필요하다. 본 논문에서는 TSK퍼지시스템을 결론부가 singleton인 퍼지시스템으로 변환시키는 방법을 제안하였으며, 그 방법을 이용하여 정상상태 오차가 있는 TSK퍼지제어기를 singleton퍼지제어기로 변환시키고 그 제어기를 조정하여 정상상태 오차가 없는 더욱 향상된 제어기를 만들 수 있음을 보였다.

참고문헌

- [1] M. Maeda and S.Murakami, "An Automobile Tracking Control with Fuzzy Logic," *Proc. of 3rd Fuzzy System Symposium*, 61/66, 1987 (in Japanese)
- [2] T.Ishikawa, "A Study on Fuzzy Control of an Arm Robot," *B.E. Thesis supervised by M.Sugeno*, Dept. of Control Engineering, Tokyo Institute of Technology, 1988.
- [3] H. Takeda and T.Ishikawa, "Adaptive Fuzzy Control for Catch-ball System," *Proc. of 4th Fuzzy System Symposium*, 77/82,1988 (in Japanese).
- [4] M.Sugeno et al, "Intelligent Control of an Unmanned Helicopter Based on Fuzzy Logic," *Proc. of Americal Helicopter Society 51st Annual Forum*791/803, Texas, 1995.
- [5] M.Sugeno and G.Kang, "Structure Identification of Fuzzy Model", *Fuzzy Sete and Systems*, vol. 28, pp.15-33, 1988
- [6] J.Buckley, "Sugeno type controllers are universal controller", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.53, pp.199-303, 1993
- [7] M. Kim and G. Kang, "Design of Fuzzy Controller Based on Fuzzy Model for Container crane System", in *Proc. International Fuzzy Systems Association World Congress*, pp.1250-1253, 1993
- [8] M.Sugeno and G.Kang, "Fuzzy Modelling and Control of Multilayer Incinerator", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.18, pp.329-346, 1986
- [9] G. Kang , "Fuzzy Modelling of systems and Design of Fuzzy Controllers" ph.D. Thesis, Tokyo Institute of Technology , 1987
- [10] G.Kang and W.Lee, "Design of Fuzzy State Controllers and Observers", in *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp.1355-1360, 1995
- [11] K. Kiriakidis and A.Tzes, "Application of Implicit Self-Tuning Fuzzy control to Nolinear Systems", in *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp.1419-1426, 1995