

그라디언트 감소를 기반으로하는 자기구성 퍼지 제어기의 설계 및 응용

Design and Application of Gradient-descent-based Self-organizing Fuzzy Logic Controller

소 상호*, 박 동조**
(Sang-Ho So*, Dong-Jo Park**)

305-701 대전광역시 유성구 구성동 373-1
한국과학기술원, *자동화 및 설계공학과, **전기 및 전자과
(KAIST, *Dept. of Automation and Design Eng., **Dept. of Electrical Eng.)
Tel) +82--42--869--5438 Fax) +82--42--869--8038
E-mail) shso@tercel.kaist.ac.kr djpark@eekaist.kaist.ac.kr

Abstracts A new Fuzzy Logic Controller(FLC) called a Gradient-Descent Based Self-Organizing Controller is presented. The Self-Organizing Controller(SOC) has two inputs such as error and change of error, and updates control rules with monitoring a performance measure. There are many works in the SOC which concentrate on the self-organizing ability in control rule base, but have a few research on the performance measure. In this paper, we focus on the gradient-descent based performance measure which is akin to sliding mode control. With this procedure, we can get a robust performance measure on the SOC. To verify the performance of proposed controller, we have performed for the cart-pole system which is one of the well-known benchmark problem in the control literature.

Keywords : Gradient descent, Self organizing controller, Dual outputs, Fuzzy logic controller

I. 서론

퍼지 제어기는 프로세스의 수학적 모델이 명확하지 않은 시스템의 제어에 매우 유용하다고 알려져 있다. 이러한 퍼지 제어기는 언어적 규칙을 사용함으로써 전통적인 제어 방법보다 강인성이나 편리함을 주고 있다. 이러한 퍼지 제어기의 제어규칙은 시스템의 입출력 특성에 대한 전문가의 경험 등에 의해 생성해주고 있지만, 이러한 제어규칙을 생성하기 위해서는 많은 비용과 실험이 필요하다.

자기구성 퍼지 제어기는 프로세스의 제어성능을 평가하고 이를 근거로 제어규칙을 자동적으로 생성하고 수정하는 제어기로서 Procyck과

Mamdani가 제안한 이래로 퍼지 제어 분야에서 다양하게 연구되어 오고 있다.

이러한 자기구성 제어기는 그 기본이 되는 퍼지 제어기와 제어규칙의 자기 구성부로 구성되어 있으며, 지금까지의 연구는 주로 제어규칙의 자기구성 방법에 대하여 연구되어져 왔다. 자기구성 제어기에서는 두 개의 입력, 즉 기준 입력과 출력의 차이인 오차와 오차의 변화를 사용하며, 퍼지 제어기의 출력으로 증분값을 사용하는 PI-like FLC, 순시값을 사용하는 PD-like FLC, 그리고 So and Park에 의해 제안된 이 두 출력을 모두 사용하는 PID-like FLC가 있다[1-6].

이러한 방법에서 사용하고있는 성능 평가표는 각각이 다른 성능 평가표를 사용하고 있지만 그 기본으로는 상태공간에서 시스템의 응답 분석에 기초를 둔 성능 평가표를 구성하여 사용하고 있으며, 각각의 관점에 따라 다른 결과를 내고있다. 따라서 본 논문에서는 그래디언트 감소에 기반을 둔 성능 평가표를 사용하는 자기구성 제어를 제안한다.

또한 제안된 제어기의 성능을 입증하기 위하여 도립진자 시스템에 대하여 시험하겠다.

II. 두 개의 출력을 갖는 자기구성 제어기

두 개의 출력을 갖는 자기구성 제어기(Self Organizing Fuzzy Logic Controller with Dual Outputs: SOCDO)는 그림 1과 같이 두 단으로 구성되어있다. 첫째 단은 두 개의 출력을 갖는 FLC이며, 두 번째 단은 제어규칙을 생성 및 변경하는 단이다[6].

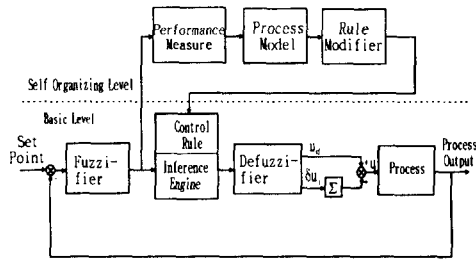


그림 1. Block-diagram of the Gradient Based Self-Organizing Controller

II.1 PID-like 퍼지 제어기

자기구성 제어기의 기본 제어기인 퍼지 제어기로 PID-like FLC를 사용하기 위해서는 완전한 제어출력규칙을 설정하기 위하여 많은 수의 제어규칙이 필요해진다.

예를 들어 모든 제어변수를 m 개의 영역으로 구성된 공통의 소속함수를 이용하여 퍼지화를 위한 수행한 경우 m^3 개의 규칙이 필요해진다. 따라서 PID-like FLC의 경우 여러 가지 구조를 사용하여 이를 간단히 하고 있으나 여기에서는 So and Park 에 의해 제안된 이중 출력을 갖는 제어기를 사용한다. 이 제어기를 간단

히 살펴보면 입력으로는 식 (1), (2)의 두 가지 변수($e(n)$, $\Delta e(n)$)를 사용한다.

$$e(n) = r(n) - y(n) \quad (1)$$

$$\Delta e(n) = e(n) - e(n-1) \quad (2)$$

여기에서 $r(n)$ 은 원하는 입력이고, $y(n)$ 은 프로세스 출력이며, n 은 샘플링 순간이다. 입력이 이와 같을때 고전적인 디지털 제어기는 식 (3), (4)와 같다.

$$u(n) = K_p e(n) + K_d \Delta e(n) \quad (3)$$

$$\Delta u(n) = K_p \Delta e(n) + K_i e(n) \quad (4)$$

여기에서 K_p 는 비례이득, K_d 는 미분이득, K_i 는 적분이득이다. 식(3), (4)는 각각 PD 제어기, PI 제어기이며 이 두 제어기의 합은 PID 제어기가 된다. 만일 이 두 제어기가 언어적 형태로 표현되면, 각각은 두 개의 입력변수를 갖는 PD-like FLC 및 PI-like FLC가 되며, 각 제어기의 출력은 순시출력 및 충분출력이 된다.

충분출력의 경우 제어기의 값이 프로세스의 입력으로 인가되기 위해서는 PI-like FLC의 경우 출력단에 합산기가 있어야한다. 또한 이 두 제어기의 출력이 합하여 지면 PID-like FLC가 된다.

이러한 퍼지제어기의 퍼지화 및 비퍼지화를 위한 소속함수는 이등변 삼각형으로 선택하며 인접한 소속함수와의 교차값이 0.5를 갖도록 선택하였다. 제어변수($e(n)$, $\Delta e(n)$, $u(n)$, $\Delta u(n)$)에 대하여 조정계수(GE , GCE , GU_d , GU_i)를 사용하여 공통의 정규화된 Universe of Discourse(UOD)를 갖도록 해준다.

제어변수가 퍼지화되면 제어규칙은 식(5)와 같이 Cartesian 곱의 형태로 표현할 수 있다.

$$R_k = E_k \times CE_k \times U_k \quad (5)$$

전체의 제어규칙은 N 개의 각각의 제어규칙의 퍼지합으로 계산된다.

$$R = R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_k = \bigcup_{k=0}^n R_k \quad (6)$$

퍼지제어기의 출력은 퍼지입력 E , CE 의 퍼지추론으로 구하며, 가장 많이 사용하는 방법인 Zadeh 추론합성법을 사용하였으며, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U(nT) = (E(nT) \times CE(nT)) \circ R(nT) \quad (7)$$

비퍼지화 방법으로는 유연한 출력결과를 얻을 수 있는 방법인 무게 중심법을 사용하고 출력 조정계수에 의하여 물리적인 의미가 있는 값으로 변환된다. 이와 같이하여 얻어진 퍼지 제어기의 출력은 프로세스에 인가하기 위하여 식(8)과 같이 최종단에서 합하여진다.

$$u = u_d + \sum_{j=0}^n \Delta u_i(j) \quad (8)$$

II.2 제어규칙의 자기구성

제어규칙의 자기구성은 현재의 프로세스의 상태에 영향을 준 각각의 제어규칙의 수정에 의한 성능 평가지수의 궤환에 의하여 구하게 된다. 이는 성능 평가지수와 제어규칙 수정 두 단계로 구성된다. 먼저 성능 평가지수는 실제의 순간응답과 요구되어지는 출력량간의 적절한 지침으로 표현할 수 있다.

이러한 성능 평가지수는 현재의 제어량 $E(nT)$, $CE(nT)$ 에 대한 출력의 수정 요구량으로 표 1과 같이 요약할 수 있다[6].

표 1. An Analysis of Performance Measure Table

PM rules		E	
		-VE +VE
CE	+VE	②	①
	·	②	①
·	·	②	①
	·	①	②
-VE	·	①	②
	·	①	②

즉, 영역 ①은 오차와 오차의 차분의 크기가 같은 영역으로서, 시스템이 원하는 영역으로 제어되고 있는 상태이므로 제어 규칙의 수정이 필요 없는 영역이며, 영역 ②는 오차와 오차의 차분이 같은 부호를 갖는 영역으로 항상 영역 ①을 향하도록 오차에 반대방향으로 제어규칙을 수정하는 영역이며, 영역 ③은 시스템의 적절한 댐핑을 주는 영역으로 연구자에 따라서 서로 다른 성능지수를 갖도록 하고 있다.

이와 같이 성능지수 규칙이 주어졌을 때 프

로세스의 모델은 출력의 변화량(p)과 이를 위해 필요한 입력의 요구량(r)의 관계식은 식(9)와 같이 구해진다[6].

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_d(nT) \\ r_i(nT) \end{bmatrix} &= D^{-1} \begin{bmatrix} p_d(nT) \\ p_i(nT) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_d(nT) \\ p_i(nT) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

여기에서 첨자 d 및 i는 순시출력과 증분출력을 나타낸다. 만일 제어변수가 조정계수에 의하여 최대값에 대하여 정규화되어 있으면

D는 단위행렬이다. 이러한 이유로 PD-like FLC 및 PI-like FLC에 같은 퍼지추론을 사용하게 된다.

앞에서 설명한 절차는 SISO 프로세스의 경우로 MIMO의 경우에도 쉽게 확장할 수가 있다. 그러나 MIMO의 경우에는 Jacobian 행렬이 단위행렬이 아니므로 역행렬을 구해야 하는 문제가 있다.

제어규칙의 수정은 규칙기반에서 제어규칙의 재구성에 기반을 두고 있다. 프로세스에 가해진 입력이 mT 시간 후에 효과가 나타난다고 하면 현재시간 nT 에 나타나는 오차 $E(nT)$ 및 오차의 변화율 $CE(nT)$ 은 과거 $nT-mT$ 시각에 사용된 관계행렬 $R(nT-mT)$ 에 $U(nT-mT)$ 가 작용하여 생성되었으므로 제거되어야 할 규칙과 새로 도입될 규칙은 다음과 같이 정의된다.

$$R'(nT) = E(nT-mT) \times CE(nT-mT) \times U(nT-mT) \quad (10)$$

$$R'(nT) = E(nT-mT) \times CE(nT-mT) \times V(nT-mT) \quad (11)$$

여기에서 $E(nT-mT)$, $CE(nT-mT)$, $U(nT-mT)$, $V(nT-mT)$ 는 각각 시간 $nT-mT$ 에서의 퍼지화된 오차, 오차의 변화율, 출력, 출력의 수정 요구량이다. 이러한 제거되어야 할 규칙과 새로 도입될 규칙을 구한 후 제어규칙의 수정은 다음과 같은 퍼지관계행렬식에 의해 이루어진다.

$$R(nT+T) = [R(nT) \cap \overline{R'(nT)}] \cup R'(nT) \quad (12)$$

III. 그래디언트 기반의 성능평가

그래디언트 기반의 성능지수 규칙을 유도하기 위하여 먼저 II.2절의 성능지수 분석을 살펴보면 오차와 오차의 차분의 크기가 같을 때는 시스템이 원하는 영역으로 이동하고 있으므로 제어규칙의 수정을 해줄 필요가 없음을 알 수 있다. 따라서 (13)식과 같이 오차와 오차의 변화의 합을 성능평가 함수로 사용한다.

$$J(n) = \frac{1}{2} (e(n) + \Delta e(n))^2 \quad (13)$$

이와 같이 성능평가 지수를 취하는 것은 Sliding Control에서 Sliding Line을 성능평가 지수로 선택한 것과 같이되어 Sliding Control의 강인성과 안정성을 확보할 수가 있다.

성능평가 함수가 (13)식과 같이 주어졌을 때 이의 그래디언트 벡터는 (14)식과 같이 얻어진다.

$$\nabla J(n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(n)}{\partial e(n)} \\ \frac{\partial J(n)}{\partial \Delta e(n)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

이와 같이 성능평가함수가 convex ball일 때 그래디언트를 음의 부호를 갖으면 제어 시스템은 성능평가함수가 0인 곳으로 수렴하게 된다. 따라서 음의 그래디언트를 유지하도록 (14)식을 정하면 (15)식과 같이 된다.

$$-\nabla J(n) = - \begin{bmatrix} e(n) + \Delta e(n) \\ e(n) + \Delta e(n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

(15)식의 그래디언트 성분을 각각 벡터로 간주하면 그림 2와 같은 그래디언트 필드를 얻을 수 있다.

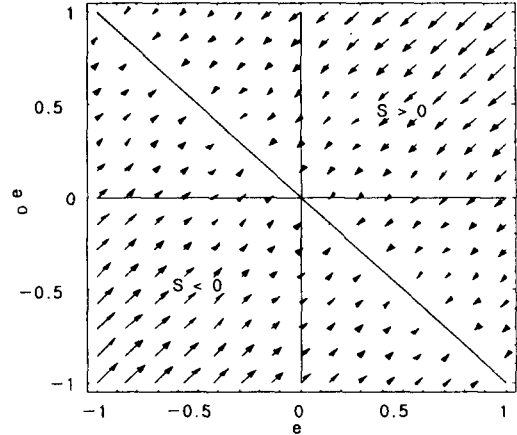


그림 2. Negative Gradient Field for Performance Measure

이 그림에서 보면 원하는 영역인 Sliding Line을 향하여 양쪽에서 수렴해 가고 있음을 알 수 있다. 따라서 Sliding Line의 위에서 Sliding Line을 향하는 벡터 성분의 부호를 Positive, 그 반대 성분의 부호를 Negative로 하고 Gradient Field의 크기에 따라서 Big, Medium, Small, Zero로 하면 표 2와 같은 성능평가표를 얻을 수 있다. 따라서 이를 성능평가표로 사용하는 자기구성 제어기는 Sliding Control과 같은 강인성을 갖으면서 동시에 자동적으로 제어 규칙을 얻을 수 있게 된다.

표 2 Gradient-Descent Based Performance Decision Table

CE	E						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO

IV 컴퓨터 시뮬레이션

위에서 제안된 그래디언트 기반 자기구성 퍼지제어기의 응용으로는 제어시스템의 Benchmark 문제중의 하나인 독립진자 시스템에 적용

하겠다. 도립진자 시스템은 그림 3 에 있으며 이의 상태방정식은 다음과 같다[4].

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (16)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin(x_1) + \cos(x_1) \frac{u - mlx_2^2 \sin(x_1)}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m} \right)} \quad (17)$$

여기에서 $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, g 는 중력가속도 $9.8m/sec^2$ 이고, m 은 cart 의 무게로 $1kg$ 이고, m_c 는 진자의 무게로 $0.1kg$, l 은 진자의 길이로 $0.5m$ 이며 u 는 제어 입력이다.

자기구성 제어기의 제어규칙은 초기 제어규칙을 아무것도 없는 상태에서 시작하며, 프로세스의 지연은 한 샘플링 시간으로 하고, UOD 는 $[-120, 120]$ 으로 하였다. 제어기의 이득은 가장 좋은 응답을 얻을 수 있도록 여러 번 시험하여 결정하였으며, 제어 결과는 그림 4, 5에 있다.

이 제어결과에서 알 수 있듯이 그래디언트 감소를 기반으로 하는 자기구성 제어기는 빠른 응답특성 및 정상상태의 오차가 0 으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

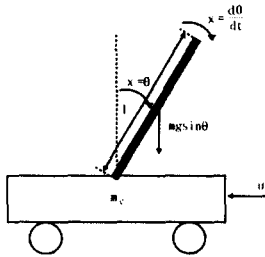


그림 3. The Inverted Pendulum System

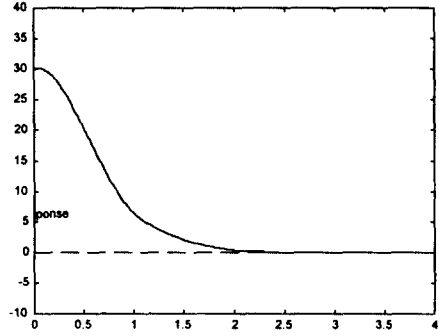


그림 4. The response of Fixed set-point

V. 결론

이중의 출력을 갖는 자기구성 제어기는 입력으로 기준입력과 프로세스의 출력과의 차이인 오차와 오차의 차분항을 사용하여 PID-like FLC의 실시간 제어규칙의 생성이 가능하다.

남은 문제는 성능 평가지수의 문제로 그래디언트 감소 기반의 자기구성제어기를 사용하므로서 이러한 문제의 해결이 가능하였다.

또한 제어시스템의 Benchmark 문제중의 하나인 도립진자 시스템에 적용하여 제안된 제어기가 강인한 특성을 갖으며, 빠른 응답과 정상상태의 오차를 0으로 만들 수 있음을 보였다.

제안된 제어기는 프로세스에 무관하게 설계 되었으므로 다른 시스템에도 적용이 가능하리라 여겨진다.

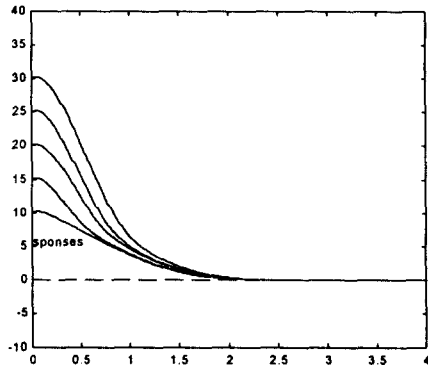


그림 5. The responses of changing set-points

참고문헌

- [1] T. J. PROCYK and E. H. MAMDANI, "A Linguistic Self-Organizing Process Controller," *Automatica*, Vol 15, pp 15-30, 1979
- [2] S. SHAO, "Fuzzy Self-Organizing Controller and its Application for Dynamic Process," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol 26, pp 151-164, 1988
- [3] C. J. Harris, C. G. Moore and M. Brown, "Intelligent Control: Aspect of Fuzzy Logic and Neural Nets," World Scientific, 1993
- [4] C. J. Hwang and T. T. Yen, "A Design of Fuzzy Self-Organizing Controller," *The Fifth Conf. on Fuzzy Systems*, pp 1567-1572, 1996
- [5] S. H. SO, D. J. KIM, D. J. PARK and Z. N. BIEN, "Adaptive Fuzzy Logic Controller for Sight Stabilization System," *Proc. of KFIS Spring Conf.*, Vol 7, No 1, pp 63-66, 1997
- [6] S. H. SO and D. J. PARK "Design of Self-Organizing Fuzzy Logic Controller with Dual Outputs," *Electronics Letters*, Vol. 34, No. 7, pp 701-702, 1998