

슬라이딩 모드 제어기의 성능 개선을 위한 제어기 설계 기법

A Design Scheme of Fuzzy Sliding Mode Controllers for Improving Performance

강 종 하, 권 순 학, 이 석 규, 이 달 해, 박 찬 규

J. H. Kang, Soon H. Kwon, S. G. Lee, D. H. Lee, C. G. Park
School of Electrical & Electronic engineering, Yeungnam University

Abstract

Sliding mode control is a powerful control methodology for the control of uncertain systems. However, it and its variations have some disadvantages such as chattering and imprecise tracking performance. A novel scheme of the sliding mode control is presented for the accurate tracking control of the uncertain systems. The fuzzy logic-based control law maintaining stability and consistent performance in the face of modeling imprecise is derived and simulation results showing its effectiveness are presented.

1. 서론

슬라이딩 모드 제어(Sliding mode control) 이론은 다른 제어 이론과는 달리 제어 대상 시스템이 갖는 파라미터 값들의 변화, 모델의 불확실성 및 외란 등등에 기인하는 불확실성을 지닌 시스템 및 비선형 시스템에 대해서도 견실한 출력을 보장받을 수 있는 강인 제어 이론으로 알려져 있다[2]. 그러나 기존의 슬라이딩 모드 제어 이론은 제어 입력에 무한대(infinite)에 가까운 제어 이득으로 인한 불연속 제어 입력(discontinuous control input)을 포함하고 있기 때문에 응답 특성에 있어서 떨림(chattering) 현상이 발생되게 된다. 이러한 슬라이딩 모드 제어가 가지는 단점을 보완하기 위하여 Slotine은 경계면(boundary layer)을 갖는 제어 기법을 제시하였으며[1], 최근에는 경계면 내에서의 입출력 관계를 퍼지 이론을 이용하여 규정하는 방법이 연구되어 지고 있다[3].

그러나, 이러한 연구 결과들의 대부분은 제어 입력의 결정시에 일반화된 오차를 정의하고, 제어기의 출력중 모델의 불확실성에 기인하는 부분을 보상하기 위하여 일반화된 오차에 비례하는 제어 입력을 발생시키는 구조를 갖고 있다. 다시 말하면, 고전 제어기법중 비례(P) 제어기의 구조를 갖는다 할 수 있다. 따라서, 정상 상태에서의 오차를 없애기 위하여는 고전 제어 기법중의 비례-적분(PI) 제어기와 유사한 구조를 갖는 제어기의 구성이 필요하다.

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어의 기본적인 이론과 이들 기법들이 갖는 문제점(떨림 현상과 정상 상태 오차의 존재)에 관하여 고찰하고, 이를 바탕으로 새로운 슬라이딩 모드 제어기 구성 방법을 제안한다. 제안된 슬라이딩 모드 제어기는 모델에 바탕을 둔 보상 제어 입력 결정부와 모델의 불확실성으로 인한 제어 입력을 보상하기 위하여 퍼지 논리를 이용한 비례-적분 구조의 퍼지 제어기로 구성된다. 마지막으로, 제안된 제어기의 타당성을 보이기 위해 모델링 오차가 존재하는 2차계 시스템에 대해 본 논문에서 제안된 제어기를 적용한 모의 실험을 통해 얻어진 결과와 기존의 슬라이딩 모드 제어기에 대한 모의 실험 결과를 나타내었다.

2. 슬라이딩 모드 제어기

아래와 같은 비선형 2차 시스템에 대해 고려한다.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + u(t) \quad (1)$$

여기서, $x(t)$ 는 상태 벡터, $u(t)$ 는 제어 입력이다. 그리고 비선형 함수 $f(x, t)$ 와 $u(t)$ 의 추정치 사이에는 불확실성이 존재하게 되면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x, t) = \hat{f}(x, t) + \Delta f(x, t) \quad (2)$$

$$|f - \hat{f}| = |\Delta f(x, t)| \leq F(x, t) \quad (3)$$

추적 오차(tracking error) $e = x - w$ (w : 원하는 상태)를 바탕으로 일반화된 오차(generalized error) s 를 다음과 같이 정의한다.

$$s = \dot{e} + \lambda e, \quad \lambda \geq 0 \quad (4)$$

임의의 초기 조건에서 슬라이딩 평면(sliding surface)에 도달하기 위한 충분 조건인 슬라이딩 조건(sliding condition)은 리야프노프(Lyapunov)의 직접법에 의한 식 (5)로 정의된 에너지 함수(V)의 정의로부터 얻어진다. 에너지 함수는 시그넘 함수가 적용되어질 경우 에너지 함수의 미분이 음한정(negative definite)을 만족하고 슬라이딩 평면을 따라 오차와 오차의 미분으로 나타내어진 상평면(phase plane)상에 존재하는 평형점으로 수렴하게 된다.

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (5)$$

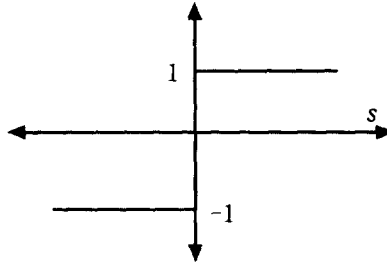


그림 1 슬라이딩 모드 제어의 $sgn(s)$ 함수.

슬라이딩 조건(sliding condition)은 식 (6)과 같이 나타내어진다.

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq \eta |s| : \text{sliding condition} \quad (6)$$

$$s \cdot sgn(s) \leq -\eta \quad (7)$$

결과적으로 얻어지는 제어 입력(u)는 불연속적인(discontinuous) 제어량이 더해진 형태가 된다.

$$u = -\ddot{f} + \ddot{w} - \lambda \dot{e} - k(x, t)sgn(s) \quad (8)$$

위의 그림 1과 같이 시그넘(signum) 함수 즉, $sgn(s)$ 가 사용되어진 슬라이딩 모드 제어 시스템은 이론적인 안정도를 만족하고 속응성과 정확성에 있어서 양호한 응답 특성을 보이지만 떨림(chattering) 현상을 나타낸다. 이 떨림 현상은 시스템에 대해 고주파 동적 특성을 유발시킬 뿐만 아니라 시스템의 소자들에 좋지 않은 영향을 미칠 수 있기 때문에 실제 슬라이딩 모드 제어 이론의 적용에 어려움을 주게 된다.

이러한 떨림 현상을 없애고 부드러운 제어 입력을 얻기 위한 방법으로 시그넘 함수를 대신한 포화(saturation)함수의 경우, 떨림 현상은 없어지고 급격한 제어량의 변화는 없어지지만 상승 시간(rising time)이 늘어나게 되며 정상 상태 오차(steady state error)가 존재하게 된다.

정상 상태 오차가 존재하는 경우 일반화된 오차의 적분은 계속적으로 증가하게 되고 성능 사양에 있어서 부정확한 응답 특성을 나타내게 된다.

3. 제안된 Fuzzy Sliding Mode Control

앞에서 열거한 시그넘 함수의 경우는 불연속적인 제어 입력으로 인하여 내부적으로 급격한 제어 입력의 변동을 나타내게 되고 포화(saturation) 함수의 경우는 부드러운 응답 특성을 나타지만 정상 상태 오차를 가지게 된다. 이러한 부정확한 응답 특성의 개선을 위해 비례-적분 구조의 퍼지 추론기를 구성하여 정상 상태에서의 응답 특성을 개선시키고자 한다. 퍼지 추론기의 입력 변수로서 일반화된 오차(generalized error) s 와 s 의 적분을 입력 변수로 하는 비례-적분 구조의 퍼지 추론기는 제어 대상의 정상 상태 응답 특성을 퍼지 추론기의 출력에 대하여 정상 상태 오차의 감소를 위한 퍼지 규칙을 만들어내게 된다. 제안된 비례-적분 구조의 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 제어 입력은 식 (9)로 나타내어지고 식 (7)의 $k(x, t)sgn(s)$ 는 $k(x, t)F(s, \int s dt)$ 로서 대체된다. 여기서, $F(s, \int s dt)$ 는 퍼지 추론 후 얻어진 값을 의미한다.

$$u = -\ddot{f} + \ddot{w} - \lambda \dot{e} - k(x, t)F(s, \int s dt) \quad (9)$$

전체적인 제어기 구조는 그림 2와 같다. 전체 제어기 구조에서 나타난 퍼지 추론기(FIS)의 두 입력에 대한 퍼지 시스템 구조를 나타낸다.

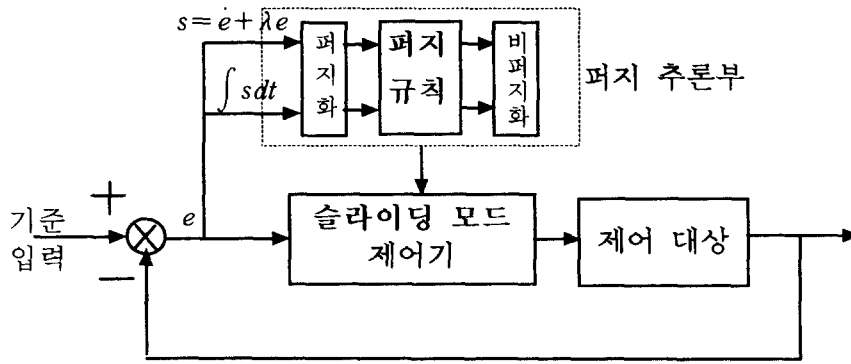


그림 2 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 전체 구조.

그림 3의 두 입력 변수 s , $\int s dt$ 및 출력 변수 $F(s, \int s dt)$ 의 소속도 함수(memberhip function)는 아래의 그림 3.과 같이 정한다.

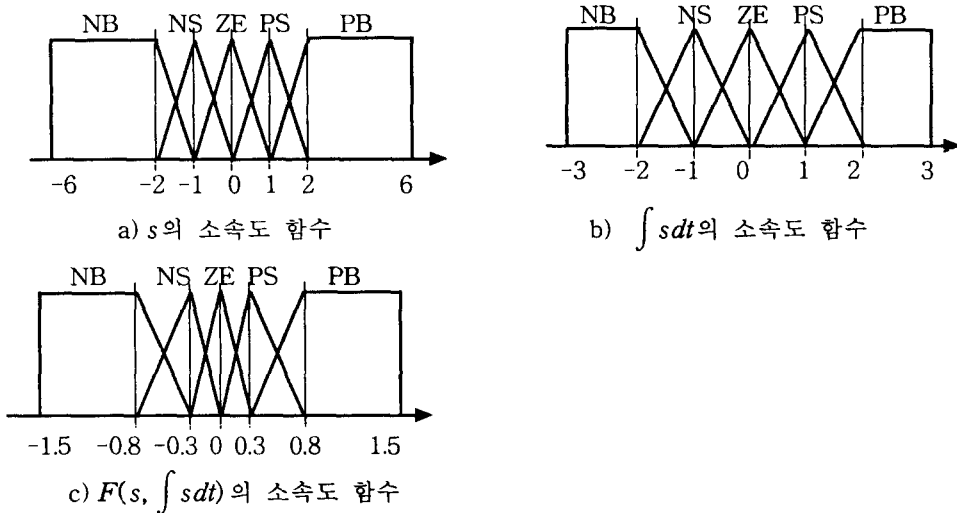


그림 3 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 입출력 변수의 소속도 함수.

소속도 함수에서 표시된 각 term set의 명칭인 NB, NS, ZE, PS, PB는 각각 Negative Big, Negative Small, Zero, Positive Small, Positive Big의 약칭이다. 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어에서의 퍼지 시스템(Fuzzy System)부분의 퍼지 제어 규칙(fuzzy rule base)은 표 1.과 같다.

표 1. 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 퍼지 규칙

$\int s dt \backslash s$	NB	NS	ZE	PS	PB
PB	NS	NS	ZE	PS	PS
PS	NB	NS	ZE	PS	PB
ZE	NB	NB	ZE	PB	PB
NS	NB	NS	ZE	PS	PB
NB	NS	NS	ZE	PS	PS

표 1.에서 나타난 것처럼 일반화된 오차 s 의 ZE영역에 대해 대칭 구조를 가지도록 구성하였다. 퍼지 규칙은 s 가 ZE일 경우는 s 적분값에 관계없이 모두 ZE를 출력하며, s 가 음의 영역이라면 s 적분의 부호에 관계없이 음의 출력을 나타내어 슬라이딩 평면(sliding surface)을 따라 부드럽게 오차와 오차의 미분으로 나타내어진 상평면상의 평형점으로 들어가도록 구성하였다. s 가 양인 경우에도 위와 같은 형태를 가지도록 하였으며 단위 입력에 대해 오버슈트(overshoot)가 발생할 경우 즉 추적 오차가 양이 되고 s 의 값이 양으로 변하는 경우에 대해서는 positive small의 출력을 내도록 구성하였다. 이것은 언더슈트(undershoot)에 대해 반대로 적용되어진다.

4. 모의 실험

이차 시스템에 대한 모의 실험을 나타내며 식 (10)의 제어 대상과 제어 대상의 불확실성을 가지는 식 (11)으로 나타내어진 제어 대상에 대해 모델링 오차가 존재하게 될 경우의 단위 입력에 대한 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 출력을 모의 실험하여 그 결과를 응답, 상평면상의 응답, 그리고 제어량을 그림 6에서 나타내었다. 그리고 같은 조건에서 기존의 슬라이딩 모드 제어기에서

$sgm(s)$ 함수를 사용할 경우, $sat(\frac{s}{T})$ 함수를 사용할 경우에 대한 모의 실험을 그림 4와 그림 5에서 나타내었다.

$$\ddot{x} = -1.2 \dot{x} - 2x + u \quad (10)$$

$$\dot{x} = -\dot{x} + u \quad (11)$$

위의 모델링 오차를 가지는 제어 대상의 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 매개 변수들의 값은 $\lambda=5$, $k_m=21$ 이다.

그림 4는 $sgm(s)$ 함수를 사용하는 슬라이딩 모드 제어의 경우이다.

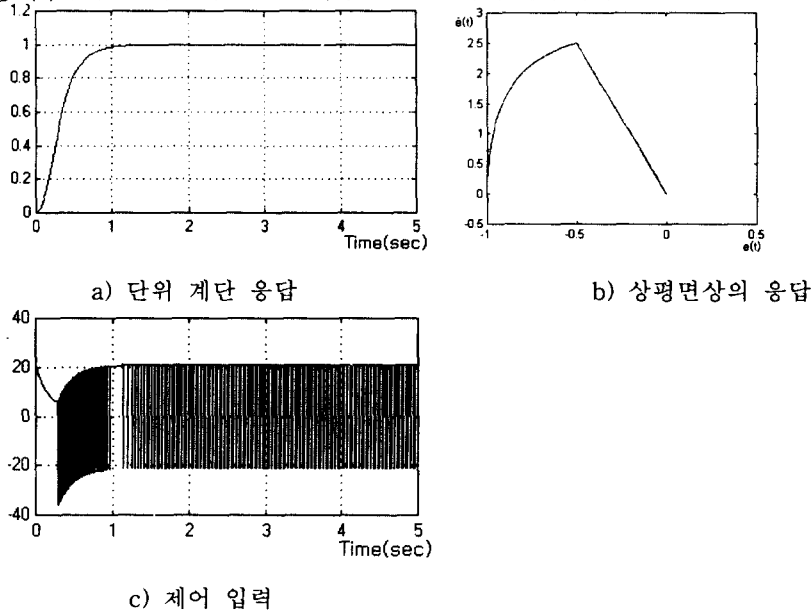
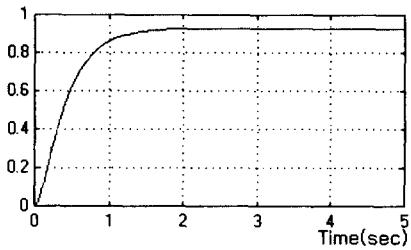


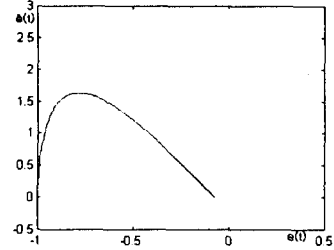
그림 4 $sgm(s)$ 의 불연속 제어 입력을 가지는 슬라이딩 모드 제어의 출력.

그림 4에서 나타난 응답의 특성은 추적 오차와 에너지 함수가 거의 0으로 들어가는 것을 보여주지만 제어 입력의 경우, 급격한 변화를 나타내고 있다. 이것의 영향으로 떨림 현상이 발생하고 있다.

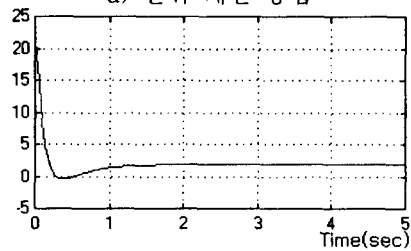
그림 5는 $sat(\frac{s}{T})$ 함수를 사용하는 슬라이딩 모드 제어의 경우이다. 이 모의 실험에서의 경계면(boundary layer)의 폭(T)는 4로 한다.



a) 단위 계단 응답



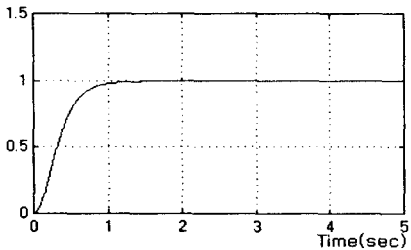
b) 상평상의 응답



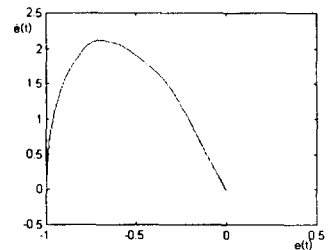
c) 제어 입력

그림 5 $sat(\frac{s}{T})$ 의 불연속 제어 입력을 가지는 슬라이딩 모드 제어의 출력.

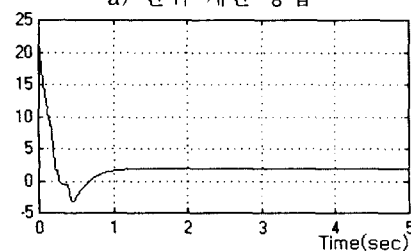
그림 5에서 나타난 응답 특성은 제어 대상에 대한 제어 입력의 급격한 변화와 떨림 현상은 없어졌으나 정상 상태 오차가 크게 나타나고 있다. 그림 6은 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어의 경우이다.



a) 단위 계단 응답



b) 상평면상의 응답



c) 제어 입력

그림 6 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어의 출력.

그림 6에서의 응답 특성은 떨림 현상이 없어지고 추적오차가 거의 0으로 들어가며 제어 대상에 대한 부드러운 제어 입력을 나타낸다.

5. 결론

슬라이딩 모드 제어 이론은 그림 4에서처럼 모델의 불확실성이 존재하는 제어 대상에서 견실한 응답 특성을 보이지만 떨림 현상이 계속적으로 나타나고 있다. 그리고 포화 함수를 사용한 그림 5에서는 떨림 현상은 없어지지만 정상 상태 오차가 존재하게 된다. 이러한 기존의 슬라이딩 모드 제어기가 가지는 떨림 현상과 정상 상태 오차를 그림 6에서의 응답 특성을 가지는 비례-적분 구조의 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 구성함으로써 기존의 슬라이딩 모드 제어기가 가지는 강인성과 견실한 응답 특성을 가지면서 제어 대상에 대한 부드러운 제어 입력을 얻어내어 떨림 현상을 없앨 수 있었다.

제어 대상의 특성 차이에 의한 변동과 급격한 외란의 입력에 대해서 견실한 퍼지 추론기의 구성에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] J.-J.E.Slotine, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall,USA, 1991.
- [2] U.Itkis, Control Systems of Variable Structure, John Willy & Sons,Israel,1976.
- [3] R.R.Yager and D.P.Filev, Essential of Fuzzy Modeling and Control, John Willy & Sons, Inc.USA,1994.
- [4] S.Y.Yi and M.J.Chung,"Robustness of Fuzzy Logic Control for and Uncertain Dynamic System," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No.2,pp.216-225, May 1998.
- [5] T.-T.Lee and K.Y.Tu,"Design of a fuzzy logic controller as a suction controller," Fuzzy Sets and Systems, pp.305-317,1997.
- [6] J.Y.Hung, W.Gao, and J.C.Hung,"Variable Structure Control," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.40, No.1, pp.2-22, 1998.
- [7] W.Gao and J.C.Hung,"Variable Structure Control of Nonlinear Systems,"IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.40, No.1, pp.45-55,1993.