

슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 제어를 이용한 하이브리드 제어기 설계

Design of Hybrid Controller using Sliding Mode Controller and Fuzzy Controller

황광룡 · 권 철 · 신현석 · 박민용

연세대학교 전자공학과 시스템 연구실

Tel:02)361-2868, Fax:02)312-2333, E-mail : mignpark@bubble.yonsei.ac.kr

Kwangyong Hwang, Cheol Kwon, Hyunseok Shin, Mignon Park

Dept. of Electronic Engineering, Yonsei University

134, Shinchon-Dong, Sudaemoon-Ku, Seoul, 120-749, Korea

Tel:+82-2-361-2868, Fax:+02-2-312-2333, E-mail : mignpark@bubble.yonsei.ac.kr

ABSTRACT

This paper proposes a robust control using a sliding mode controller and a fuzzy controller. Having the excellent transient response, the sliding mode controller has the poor steady state response, but the fuzzy controller has a good steady state response. A proposed controller combined these controllers has the quick response at the initial condition without the errors. The proposed robust nonlinear controller takes the advantage of the fuzzy controller and is the rapid and the stable response in conditions that the sliding mode controller keeps the errors at the steady state. The performance of proposed method is proved by simulation of the inverted pendulum.

I. 서 론

슬라이딩 모드 제어기는 복잡한 비선형 시스템을 쉽게 해석할 수 있는 구조적인 특성과 슬라이딩 영역을 포함하고 있어 시스템의 계수 변화나 외부 외란에 대해 강인성을 지니고 있어 모델링이 부정확하여도 과도응답이 우수하고 안정된 성능을 나타낸다[1][5][6]. 그러나, 비연속적인 제어로 인해 정상상태 성능을 저하시키는 채터링을 포함하고 있다. 채터링을 줄이기 위해 슬라이딩 면에 경계층을 포함시키는 방법이 연구되었는데[3][4] 이 방법은 채터링이 없는 출력응답을 얻지만 미세한 정상상태 오차가 여전히 존재한다. 이 밖에 오차 및 오차비를 줄이기 위한 연구로 슬라이딩 면을 퍼지화하는 방법[11][14], 경계층을 퍼지화하는 방법[12][15], 수정된 가변 구조 제어기법[13] 등이 소개되었다. 그리고, 슬라이딩 모드 제어기와 PI 제어를 결합하여 오차를 없애는 방법이 제시되었으나 두 개의 시스템을 동시에 안정성

을 만족하는 Lyapunov 함수를 찾아야 하는 어려움이 있다.[2]

퍼지 제어는 전문가적인 지식과 경험을 바탕으로 하여 언어적으로 제어방법을 표현함으로써 현대 제어이론에 복잡한 수학적 모델링을 정확하게 알지 못해도 접근이 용이하며, 특히, 다른 비선형 시스템에 비해 쉽게 다룰 수 있는 장점을 지니고 있다 [7][8][9][10]. 그러므로, 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어의 상태궤적을 분석하여 진동하는 영역 안에 스위칭 함수를 이용, 퍼지 제어를 도입하여 채터링 영향에 의해 원하는 상태(desired state)에서 발생하는 정상상태 오차 문제를 해결함으로써 과도응답과 정상상태응답이 우수한 제어기 설계기법을 제시한다.

II. 본 론

1. 슬라이딩 모드 제어

슬라이딩 면을 동반한 가변 구조 제어기는 슬라이딩 모드 영역에서의 외부 변화에 강인성을 지닌 제어기로서 2차 비선형 시스템 방정식을 식 (1), (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\text{플랜트: } \ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

$$\text{모 델: } \ddot{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) + \hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

여기서 \mathbf{x} 는 상태 벡터, $\mathbf{u}(t)$ 는 제어 입력, $\mathbf{d}(t)$ 는 외란, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{d}(t)$ 는 $|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)|$ 와 $|\Delta\mathbf{d}(t)|$ 범위 안에 있고 식 (3), (4), $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (5)와 같으며, $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ 의 추정치 $\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)$ 은 식 (6)로 주어진다.

$$|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)| = |\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t)| \leq \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

$$|\Delta\mathbf{d}(t)| = |\mathbf{d}(t)| \leq \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

$$0 < \mathbf{b}_{\min} \leq \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{b}_{\max} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{b}_{\min} \mathbf{b}_{\max})^{1/2} \quad (6)$$

상태 변수 \mathbf{x} 를 임의의 특정한 상태 변수 \mathbf{x}_d 를 따라 움직이도록 하는 것이 필요하다. 여기서 추적 오차 벡터 $\tilde{\mathbf{x}}$ 는 식 (7)로 표현되며 $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (8)과 같다.

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x} \quad \tilde{\dot{x}}]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = \left(-\frac{d}{dt} + \lambda\right)\tilde{\mathbf{x}}(t) = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \lambda\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (8)$$

슬라이딩 면을 갖고 있는 가변 구조 시스템의 상태 궤적은 초기 위치에서 출발하여 식(9)의 도달 조건에 의해 슬라이딩 면에 도달하게 되며 이 후에는 슬라이딩 면을 따라 평형점에 도달하게 된다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{x}, t) \leq -\eta|s|, \quad \eta > 0 \quad (9)$$

모델링 불확실성과 외부 외란이 고려된 제어 입력 $\hat{\mathbf{u}}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ 는 식 (10), (11)과 같이 된다.

$$\hat{\mathbf{u}}(t) = \hat{\mathbf{b}}^{-1}(\mathbf{x}, t) [-\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) + \ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)] \quad (10)$$

$$\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t) - \hat{\mathbf{b}}^{-1}(\mathbf{x}, t) \mathbf{k}(\mathbf{x}, t) \text{sgn}(s) \quad (11)$$

여기서 sgn 은 sign 함수로서 식 (12)로 표현되며 $\mathbf{k}(\mathbf{x}, t)$ 는 $|\mathbf{x}_d^{(n)}(t)| \leq \nu(t)$ 을 만족하면서 식 (13)과 같이 정의한다.[16]

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} +1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) + \nu(t) + \eta \geq \eta > 0 \quad (13)$$

2. 실험에 적용한 비선형 시스템

그림1의 도립진자 시스템을 실험에 적용하였으며, 시스템의 동적 방정식은 식 (14)와 같다. 출력 θ 와 $\dot{\theta}$ 는 상태변수 x_1 과 x_2 로 놓았다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{ml x_2^2 \sin x_1 \cos x_1}{m_c + m}}{\kappa \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} \\ &\quad + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{\kappa \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} u \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 중력가속도 $g = 9.8 \text{m/s}^2$, 운반차량의 질량 $m_c = 1 \text{kg}$, 막대의 질량 $m = 0.1 \text{kg}$, 막대의 길이 $l = 0.5 \text{m}$, 제어입력은 u 이다.

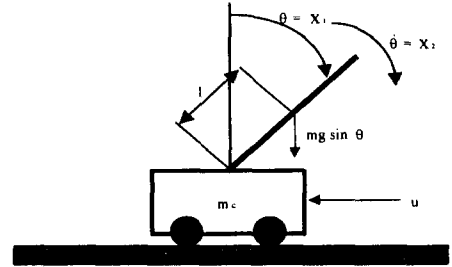


그림 1. 도립진자 시스템.

3. 슬라이딩 모드 제어기의 설계

식 (14)의 도립진자 시스템의 플랜트를 식 (1)로 나타내면 식 (15)와 같이 되고

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}(t) &= \frac{9.8 \sin x - \frac{0.5 m \dot{x}^2 \cos x \sin x}{1 + m}}{0.667 - \frac{m \cos^2 x}{2 + 2m}} \\ &\quad + \frac{\cos x}{(1 + m) \left(0.667 - \frac{m \cos^2 x}{2 + 2m} \right)} u \end{aligned} \quad (15)$$

식 (2)를 이용한 모델식은 식 (16)이 된다.

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}(t) &= \frac{9.8 \sin x - 0.045 \dot{x}^2 \cos x \sin x}{0.667 - 0.045 \cos^2 x} \\ &\quad + \frac{\cos x}{0.667 - 0.045 \cos^2 x} u \end{aligned} \quad (16)$$

도립진자 모델식에 불확실성을 부여하기 위해 도립진자 막대의 무게(m)를 $0.1 \leq m \leq 1$ 의 범위 안에서 임의의 값이 입력되도록 m 을 정

하고 그 외의 모델식은 완전하다고 가정한다.

식 (15)와 식 (16)로부터 식 (3)을 만족하는 식 (17)를 구할 수 있다.

$$|\hat{f} - f| \leq F(x, \dot{x}) = |7.595 + 0.375 \dot{x}^2| \quad (17)$$

식 (15)로부터 $b_{\min}=0.0263$, $b_{\max}=1.36$ 을 구하여 식 (6)에 대입하면 식 (18)과 같이 된다.

$$\hat{b}(x, t) = \sqrt{0.0263 \times 1.36} = 0.189 \quad (18)$$

$\lambda=20$, $\eta=0.1$, 경계층의 두께는 $\phi=0.1$ 로 한다. 식 (13)에 식(17)과 $\eta=0.1$ 을 대입하면

$$k(x, t) = |7.595 + 0.375 \dot{x}^2| + 0.1 \quad (19)$$

을 구할 수 있다. 식 (8)에 $\lambda=20$ 을 대입하면

$$s(x, t) = \dot{x} + 20x \quad (20)$$

이 되고, 식 (10)에서 독립진자의 원하는 값이 $\theta=0^\circ$ 이므로 $\ddot{x}_d=0$ 을 대입하면

$$\hat{u} = 0.819^{-1}(-\hat{f} - 20\dot{x}) \quad (21)$$

이 된다. 식 (18),(19),(20),(21)을 식 (11)에 대입하고 여기에 식 (22)와 같이 정의된 saturation 함수를 적용하면 식 (23)과 같은 제어입력을 구할 수 있다.

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} & \text{for } \left|\frac{s}{\phi}\right| \leq 1 \\ \text{sgn}\left(\frac{s}{\phi}\right) & \text{for } \left|\frac{s}{\phi}\right| \geq 1 \end{cases} \quad (22)$$

$$u(t) = 0.819^{-1} \{ (-\hat{f} - 20\dot{x}) - (|7.595 + 0.375 \dot{x}^2| + 0.1) \text{sat}\left(\frac{\dot{x} + 20x}{0.1}\right) \} \quad (23)$$

4. 퍼지 제어기의 설계

도립진자를 제어하기 위한 제어입력 u 를 결정하기 위해 표 1과 같이 퍼지 룰 베이스를 구성하였으며 퍼지 추론법으로 Mamdani의 추론법을 이용하여 다음과 같이 25개의 IF ~ THEN 규칙을 사용하였다.

IF x_1 is NB and x_2 is NB, THEN u is ZE

IF x_1 is NB and x_2 is NS, THEN u is ZE

:

IF x_1 is PB and x_2 is PB, THEN u is ZE

여기서, NB : negative big, NS : negative small, ZE : zero, PS : positive small, PB : positive big을 의미한다.

표 1. 퍼지 룰 베이스

$x_1 \backslash x_2$	NB	NS	ZE	PS	PB
NB	ZE	ZE	PB	ZE	ZE
NS	ZE	ZE	PS	ZE	ZE
ZE	PB	PS	ZE	NS	NB
PS	ZE	ZE	NS	ZE	ZE
PB	ZE	ZE	NB	ZE	ZE

상태 변수 x_1 는 그림 2, x_2 , 제어입력(u)의 소속 함수는 그림 3과 같으며, 비퍼지화는 무게 중심법을 사용하였다

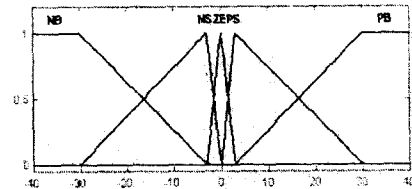


그림 2. x_1 의 소속 함수.

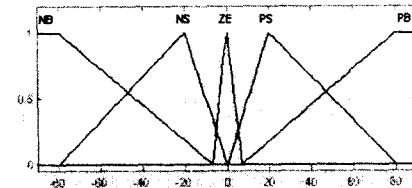


그림 3. x_2, u 의 소속 함수.

5. 제안된 제어기의 설계

슬라이딩 모드 제어 시스템의 상태 변수 x 가 슬라이딩 면에 도달한 후 채터링을 일으키면서 슬라이딩 면을 따라 설계자가 원하는 지점에 도달한 후 오차 영역(E_x)안에서 진동을 하게 된다. 이 오차 영역에 대해 경계층을 주어 제한 조건을 식 (24)와 같이 정함으로써 경계층 내부에 강인한 퍼지 제어기를 적용하여 슬라이딩 제어기에서 나타나는 오차를 없애는 제어기를 설계한다.

$$\{x: |x(t)| \leq E_x\} \quad (24)$$

이와 같은 슬라이딩 제어기와 퍼지 제어기를 결합한 제어 입력 u 는 식 (25)와 같다.

$$u = I_{s/w} u_{\text{sliding}} + (1 - I_{s/w}) u_{\text{fuzzy}} \quad (25)$$

여기서, $I_{s/w}$ 는 식 (26)과 같이 정의된 스위

칭 함수이다.

$$I_{s/w} = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| \geq E_s \\ 0 & \text{if } |x| < E_s \end{cases} \quad (26)$$

스위칭 함수의 경계층 선정을 위해서 식 (26)의 $|x(t)|$ 를 만족하도록 그림 4와 같이 슬라이딩 모드 제어기의 위상 평면상의 상태 궤적에서 진동하는 영역의 오차 범위는 반복실험에 의해 $E_s=0.1$ 로 설정한다.

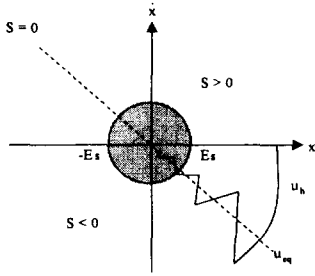


그림 4. 상태 궤적 진동영역.

6. 시뮬레이션 결과

제한한 제어입력 그림 15는 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 제어입력 그림 10보다 진동이 감소한 안정된 결과를 보이며, 이 영향에 의해 제한한 상태 궤적 그림 13도 $\theta=0^\circ$ 및 부근에서 진동이 현저히 감소하여 기존의 슬라이딩 모드 제어의 상태궤적 그림 8보다 우수한 결과를 보이고 있다. 이와 같은 내용을 그림 9와 그림 14에서 자세히 볼 수 있다. 그림 12는 독립진자의 각도가 $5^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 35^\circ$ 일 때 제한한 제어기를 이용하여 얻은 출력인데 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 출력인 그림 7보다 안정하며, 초기각도가 $\theta=25^\circ$ 일 때 출력을 확대한 그림 16을 보면 $\theta=0^\circ$ 에서 안정된 수렴을 보인 반면에 그림 11은 $\theta=0^\circ$ 수렴하지 못하며 오차를 나타내고 있다.

6.1 퍼지 제어기

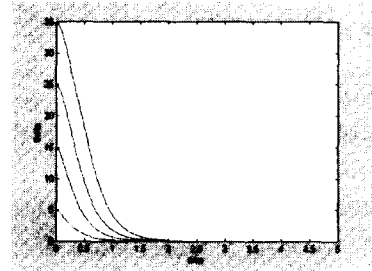


그림 5. 퍼지 제어기의 출력.

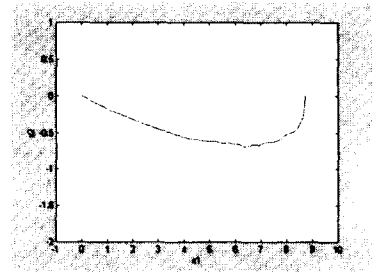


그림 6. 위상 평면상의 상태 궤적.

6.2 슬라이딩 모드 제어기

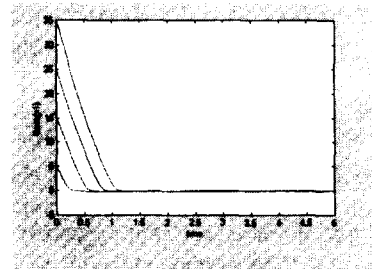


그림 7. 슬라이딩 제어기의 출력.

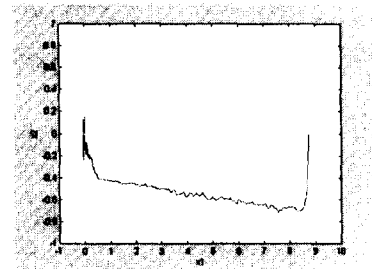


그림 8. 위상 평면상의 상태 궤적.

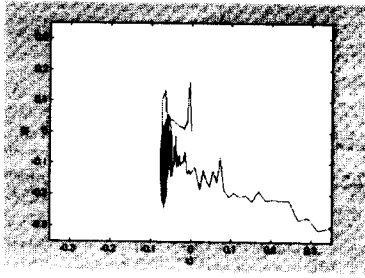


그림 9. 확대한 위상 평면상의 상태 궤적.

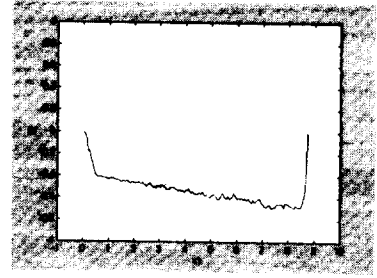


그림 13. 제안된 위상 평면상의 상태 궤적.

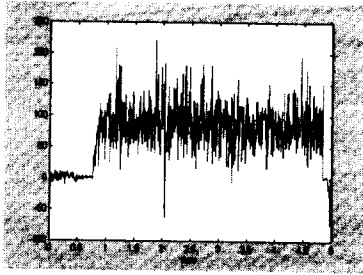


그림 10. 제어 입력.

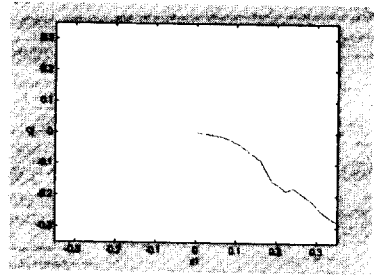


그림 14. 제안된 위상 평면상의 확대한 상태 궤적.

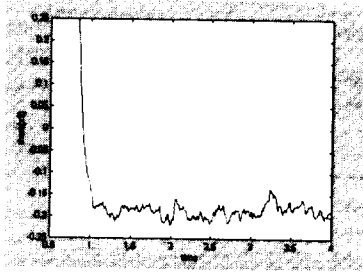


그림 11. 슬라이딩 제어기의 확대한 출력.

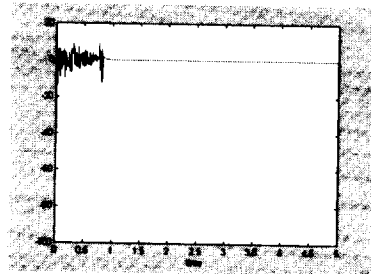


그림 15. 제안된 제어 입력.

6.3 제안된 제어기

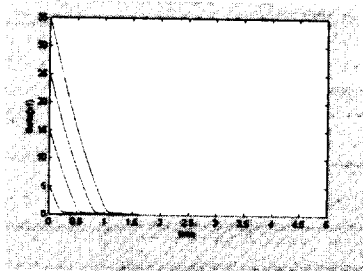


그림 12. 제안된 제어기의 출력.

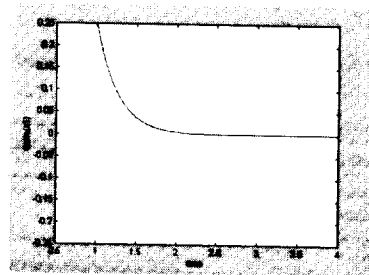


그림 16. 제안된 제어기의 확대한 출력.

III. 결 론

이상과 같이 슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 제어를 이용하여 강인한 비선형 제어를 설계하였다. 시스템의 초기조건에서 슬라이딩 모드 시스템을 이용하여 설계자가 원하는 영역으로 신속하게 도달하도록 한 후, 퍼지 제어를 이용하여 안정된 응답을 갖도록 하였다. 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 설계시 평형점 안에서의 안정성 보장을 위해 여러 가지 조건들을 고려해야 하지만 본 논문에서는 퍼지 제어를 사용함으로써 제어기 설계를 보다 쉽고 간단하게 하여 이러한 문제를 해결하였다. 즉, 슬라이딩 제어기의 정상상태 응답시 지속적인 진동현상을 보였으나, 제안한 방법으로 도입된 자를 제어하였을 경우 정상상태에서 오차 없이 기존의 제어기인 슬라이딩 모드 제어기보다 안정된 수렴을 보였다.

참고 문헌

- [1] C. P. Coleman and D. Godbole, "A Comparison of Robustness: Fuzzy Logic, PID, & Sliding Mode Control", *Proc. of 3rd IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, 3, p.1654-1659, 1994.
- [2] L. K. Wong, F. H. F. Leung, P. K. S. Tam., "Combination of Sliding Controller and PI Controller using Fuzzy Logic Controller", *Proc. of WCCI '98, Anchorage, Alaska*, p.296-301, May 1998.
- [3] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, "Variable structure control of non-linear multivariable systems: A tutorial", *IEEE Proc.*, (76)3, p.212-232, Mar 1988.
- [4] J. J. E. Slotine and W. Li, "*Applied Nonlinear Control*", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1991.
- [5] U. Itkis, "*Control Systems of Variable Structure*", Wiley Press, New York, 1976.
- [6] V.I.Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 122, p.212-222, 1977.
- [7] E. M. Mamdani, "Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant", *Proc.-IEEE*, (121)12, p. 1585-1588, 1974.
- [8] A. J. Van der Wal, "Application of fuzzy control in industry", *Fuzzy Sets and Systems*, 74, p.33-41, 1995.
- [9] T. J. Procyk and E. M. Mamdani, "A linguistic self organizing process controller", *Automat.*, 15, p.15-30, 1979.
- [10] L. X. Wang, "A Supervisory controller for fuzzy control systems that guarantees stability", *Proc. of 3rd IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, 3, p.1035-1039, 1994
- [11] S. W. Kim and J. J. Lee, "Fuzzy Logic Based Sliding Mode Control", *Fifth World Congress*, p.822-825, 1993.
- [12] C. S. Ting, T. H. S. Li, F. C. Kung, "Fuzzy Sliding Mode Control of Nonlinear System", *Proceedings of 3rd IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, 3, p. 1620-1625, 1994.
- [13] K. K. Shyu, Y. W. Tsai and C. F. Yung, "A Modified Variable Structure Controller", *Automat.*, (28)6, p.1209-1213, 1992.
- [14] S. C. Lin, Y. Y. Chen, "A GA-Based Controller with Sliding Mode", *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, p.1103-1110, 1992.
- [15] R. Palm, "Sliding Mode Control", *Proc. of the International Joint Conf. of the 4th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems and 2nd Int. Fuzzy Eng. Symposium*, p.519-526, 1992.
- [16] J. J. Slotine, "The Robust Control of Robot Manipulators", *Int. Journ. of Robotics Research*, (4)2, p.49-64, 1985.