

프리스트레스트 콘크리트 교량의 크리프와 건조수축효과의 민감도 해석

Sensitivity Analysis of Creep and Shrinkage Effects of Prestressed Concrete Bridges

오 병 환*

양 인 환**

Oh, Byung Hwan

Yang, In Hwan

ABSTRACT

This paper presents a method of statistical analysis and sensitivity analysis of creep and shrinkage effects in PSC box girder bridges. The statistical and sensitivity analyses are performed by using the numerical simulation of Latin Hypercube sampling. For each sample, the time-dependent structural analysis is performed to produce response data, which are then statistically analyzed. The probabilistic prediction of the confidence limits on long-term effects of creep and shrinkage is then expressed. Three measures are examined to quantify the sensitivity of the outputs to each of the input variables. These are rank correlation coefficient(RCC), partial rank correlation coefficient(PRCC) and standardized rank regression coefficient(SRRC) computed on the ranks of the observations. Probability band widens with time, which indicates an increase of prediction uncertainty with time. The creep model uncertainty factor and the relative humidity appear as the most dominant factors with regard to the model output uncertainty.

1. 서론

콘크리트의 크리프와 건조수축 특성은 시간의존적 거동과 관련된 설계시 주요한 인자이다. 콘크리트의 크리프와 건조수축이 정확히 예측되지 않고 설계시 적절히 고려되지 않으면, 구조물의 과다변형 또는 균열 등을 유발할 수 있다. 이는 결과적으로 구조물의 설계수명 감소와 신뢰도 저하를 유발한다. 프리스트레스트 콘크리트(PSC) 교량은 시간의존적 거동에 특히 민감한 구조물이며, 장기 거동의 부정확한 예측은 구조물의 사용성과 심지어 하중 부담능력에도 영향을 미친다.

콘크리트의 크리프와 건조수축에 관한 많은 연구가 진행되었으며, 이들의 시간에 따른 진행을 묘사하기 위한 여러 가지 모델이 제안되었다. 제안된 모델에서의 대부분 식들은 크리프와 건조수축의 진

* 정회원, 서울대학교 토목공학과 교수

** 정회원, 서울대학교 공학연구소 특별연구원, 공학박사

행과정의 미세구조적인 측면의 이해에 근거한 이론식이 아니라, 광범위한 실험자료에 근거한 경험식이다. 콘크리트 구조물의 장기거동 예측을 위한 크리프와 건조수축 모델은 설계 규정에 반영되어 있으며, 대표적인 모델은 ACI Committee 209 모델¹⁾, CEB-FIP 모델 및 도로교 표준시방서 모델 등이다. 이들 모델 예측식들은 다양한 배합 성분의 실험에 근거한 식이며, 시간에 따른 크리프와 건조수축 예측을 위해 평균적인 의미를 갖는 하나의 예측곡선을 사용한다는 가정하에서 제안되었다. 하지만, 현행 설계 규준에서의 예측식은 예측식의 모델 오차, 콘크리트의 재료특성치의 변동성과 상대습도 환경인자의 변동성에 기인하는 불확실성에 따른 장기거동 예측오차를 유발할 수 있다²⁾. 따라서, 콘크리트 구조물의 크리프와 건조수축에 따른 장기거동 예측의 확률해석 또는 불확실성 해석(uncertainty analysis)과 이에 따른 민감도 해석(sensitivity analysis)이 필요하다.

본 연구에서는 설계 규준에 제안되어 있는 크리프와 건조수축 예측식을 사용하여 PSC 교량 장기 거동의 불확실성 및 민감도 해석을 수행한다. 불확실성 해석 문제는 샘플링 기법을 도입하여 해결하며, 해석시 모델 오차와 크리프 및 건조수축 예측식에서의 입력변수를 확률변수로 고려한다. 또한, 각 확률변수의 불확실성에 대한 기여도를 나타내기 위하여 장기거동 응답결과에 대한 민감도 해석을 수행한다.

2. 확률론적 해석

본 논문에서 고려하게 되는 상황은 확률 변수 X_1, \dots, X_k 의 함수로 표현되는 출력 변수 Y 의 장기거동예측이다. 여기서의 함수는 비선형이며, PSC 교량의 장기변형 같은 시간의존적 거동의 해석을 위한 유한요소해석 프로그램으로 정의된다. 불확실성 해석 문제에서는 확률 변수 X 의 변동성에 따른 거동응답 Y 의 변동성, Y 의 기대값과 신뢰수준에 따른 확률 구간 예측 등이다. 본 연구에서는 Iman과 Conover³⁾에 의해 제안된 Latin Hypercube(LH) 샘플링 기법을 적용한다.

LH 샘플링 기법은 2단계로 구성된다. 첫 번째 단계는 각 입력 확률변수를 동일한 확률 $1/N$ 을 갖는 N 개의 구간 $\Delta X_k^{(n)}$ 으로 분할한다. 두 번째 단계는 각 구간에 대응하는 순위(rank)의 임의적 순열에 의해 각 확률변수를 조합하는 것이다. 시간의존적 거동의 유한요소 해석을 위한 표현식은 다음과 같다.

$$Y = f(X, t) \quad (1)$$

여기서, Y = 시간 t 에서의 시간의존적 거동 응답

$f(\cdot)$ = 시간의존적 거동 해석을 위한 유한요소해석 프로그램

$X = [X_1, X_2, \dots, X_k]^T$ 확률변수로 고려되는 입력변수 벡터

LH 샘플링 기법에서 각 확률변수 X_k 의 확률분포함수 $f(X_k)$ 는 동일한 확률 $1/N$ 을 갖는 N 개의 구간 $\Delta X_k^{(n)}$ 으로 분할된다. 분할은 또한 누적 확률분포 $F(X_k)$ 에서 등간격으로 이루어질 수 있다. 샘플링은 각 구간에서 1회 행하며, 구간의 중심에서 그 값을 획득한다. 획득하는 샘플링 값은 다음과 같다.

$$F_{X_k}^{-1}\left(\frac{m_{nk} - 0.5}{N}\right) \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (2)$$

여기서, $F_{X_k}^{-1}(\cdot)$ = 확률변수의 누적확률분포의 역함수

m_{nk} = 입력 확률 변수 X_k 의 샘플링 순위(rank)

각 확률변수의 샘플링 값은 해석 프로그램에서 1회씩 입력변수로 사용된다. 따라서, K 개의 확률변수에 대하여 N 번의 샘플링 횟수는 시뮬레이션 시행 횟수가 된다. 확률변수 X_k 에 대한 N 번의 샘플링 값은 그 크기에 따라 정수 1, 2, ..., N 의 무작위적인 순열로 나타낸다. K 개의 각 확률변수에 대한 N 개의 정수의 무작위적인 순열은 N 열 K 행의 행렬을 생성한다. n 번째 시뮬레이션 시행은 행렬의 n 번째 행에 대응하는 확률변수 값을 사용한다. 식 (1)을 사용한 각 시뮬레이션에 시행에 따라 Y_n 을 산출한다. N 번의 시뮬레이션으로부터 $\{Y\} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_M]^T$ 을 획득하고, 이로부터 평균값, 표준편차와 같은 통계학적 특성치를 계산한다.

3. 민감도 해석

선택된 입력 확률변수에 대한 시간의존적 거동의 N 번의 시뮬레이션을 통한 불확실성 해석 후, 입력변수에 대한 출력변수의 민감도 해석을 수행한다. 민감도 해석을 통하여 출력 결과에 영향을 미치는 가장 주요한 확률변수를 결정한다. 본 연구에서는 세 가지의 계수를 통한 민감도 해석을 수행한다. 세 가지의 계수는 순위상관계수(rank correlation coefficient; RCC), 부분순위상관계수(partial rank correlation coefficient; PRCC)와 표준화된 순위회귀계수(standardized rank regression coefficient; SRRC)이다.

순위상관계수는 다음과 같이 계산되며, 입력변수와 출력결과와의 상관관계를 결정하는 유용한 지표가 된다.

$$r_{jy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij} y_i - \sum_{i=1}^n x_{ij} \sum_{i=1}^n y_i / n}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n x_{ij}^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_{ij} \right)^2 / n \right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 / n \right]}} \quad (3)$$

여기서, r_{jy} = 입력변수 X_j 와 출력변수 Y 의 순위상관계수; x_{ij} 와 y_i = i 번째 샘플링에 대한 입력변수 X_j 의 순위와 대응하는 출력변수의 순위이다. 상관계수의 값이 클수록 입력변수는 출력변수의 변동성(또는 불확실성)에 큰 영향을 미치는 것을 나타낸다. 따라서, 가장 큰 상관계수를 갖는 확률적 입력 변수가 출력변수의 불확실성에 가장 큰 기여도를 나타낸다.

입력 확률변수 X_1, \dots, X_k 에 대하여 N 번의 시뮬레이션 실행 후, 출력변수와 입력변수의 상관 행렬(correlation matrix)을 C 라 할 때, 행렬 C 의 역행렬은 다음과 같다.

$$C^{-1} = \left[\begin{array}{cccc|c} \frac{1}{(1-R_{X_1}^2)} & c_{12} & \dots & c_{1k} & \frac{-B_1}{(1-R_y^2)} \\ c_{21} & \frac{1}{(1-R_{X_2}^2)} & \dots & c_{2k} & \frac{-B_2}{(1-R_y^2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k1} & c_{k2} & \dots & \frac{1}{(1-R_{X_k}^2)} & \frac{-B_k}{(1-R_y^2)} \\ \hline \frac{-B_1}{(1-R_y^2)} & \frac{-B_2}{(1-R_y^2)} & \dots & \frac{-B_k}{(1-R_y^2)} & \frac{1}{(1-R_y^2)} \end{array} \right] \quad (4)$$

여기서, B_j 는 X_j 에 대한 표준화된 순위회귀계수이다. X_j 와 Y 에 대한 부분순위상관계수는 다음과 같다⁴⁾.

$$P_{X_j, Y} = -\frac{c_{jy}}{\sqrt{c_{jj} c_{yy}}} \quad (5)$$

4. 예제 해석

본 연구에서는 실제의 프리캐스트 세그멘탈 공법에 의해 가설되고 있는 PSC 박스 거더 교량의 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 장기거동 예측을 수치해석 예제로 수행한다. 대상 교량의 대표경간을 선택하여 해석을 수행하며, 이를 그림 1에 나타내었다. 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 장기거동의 확률해석시 콘크리트의 크리프와 건조수축과 관련된 주요 입력변수는 확률변수로 고려되며, 확률변수의 통계학적 특성은 평균값과 변동계수(C.O.V.)로 표현된다. 시간에 따른 콘크리트의 크리프와 건조수축을 위해 ACI 모델을 사용하였으며, 표 1에 확률변수의 통계적 특성치를 나타내었다. 표 1에서 Ψ_1 과 Ψ_2 는 각각 ACI 건조수축 모델 및 크리프 모델의 모델 오차를 나타내며, 이는 확률해석시 고려되는 모델 자체의 불확실성이다. 확률변수의 분포는 정규분포로 가정하였다. 확률변수 중 콘크리트의 압축강도와 상대습도는 측정치를 사용하였으며, 이들의 통계적 특성치는 5% 유의수준하에서의 Kolmogorov-Smirnov 시험에 의해 수치적으로 분석하여 정규분포를 검정하였다.

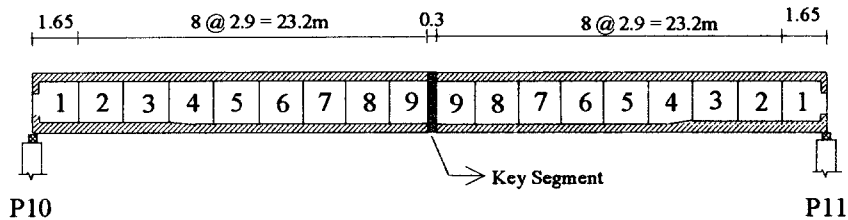
표 1. 확률변수의 통계적 특성치

Variables		Mean	C.O.V.	Variables		Mean	C.O.V.
Ψ_1	uncertainty factor for shrinkage	1.0	0.542	s/a	sand-aggregate ratio	0.408	0.10
Ψ_2	uncertainty factor for creep	1.0	0.517	S	slump (cm)	15	0.10
h	relative humidity (%)	61.6	0.269	c	cement contents (ton/m ³)	0.51	0.10
$\sigma_{c,k}$	28 day concrete strength(kg/cm ²)	498.96	0.066				

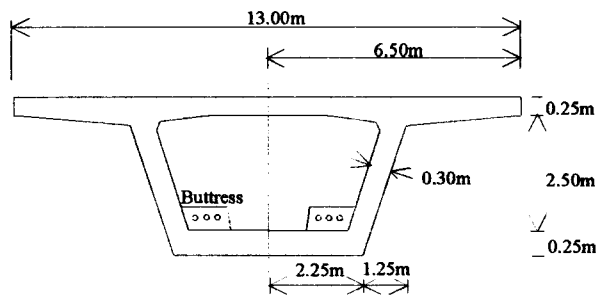
확률변수 X_1, \dots, X_k 의 각 샘플에 대하여 시간 t 에서의 크리프와 건조수축 효과 즉, 시간에 따른 장기거동 $Y(X_i, t)$ 은 유한요소 해석프로그램을 이용하여 산출한다. 시간에 따른 거동은 각 확률변수로부터 20번의 샘플링 과정을 통하여 예측하였으며, 박스 거더의 10,000일까지의 축방향 줄임량에 대

한 장기예측을 그림 2에 나타내었다. 그림에서 실선은 시간 t 에서의 평균값 $\bar{X}(t)$ 를 나타내며, 점선은 $\bar{X}(t) \pm 2S(t)$ 를 나타낸다. 여기서, $S(t)$ 는 표준편차이다. 점선구간은 장기거동의 95% 신뢰구간을 나타낸다. 즉, 상한선을 초과할 확률이 2.5%, 하한선을 초과할 확률이 2.5%임을 나타낸다. 이때, 신뢰구간의 폭은 시간에 따라 점차 커지며, 이는 시간에 따른 장기거동의 불확실성의 증가를 의미한다

시간에 따른 박스 거더의 축방향 줄임량에 대한 민감도 해석결과를 그림 3에 나타내었다. RCC, SRRC 및 PRCC에 의한 두 개의 가장 주요한 변수는 크리프 모델의 불확실성 및 상대습도의 변동성이다. 크리프 모델의 불확실성은 박스 거더의 축방향 줄임량에 대해 양의 RCC, SRRC 및 PRCC를 나타내며, 이는 크리프 모델의 불확실성의 증가는 박스 거더의 축방향 줄임량 및 처짐을 증가시킴을 나타낸다. 상대습도는 박스 거더의 축방향 줄임량 및 처짐에 대해 음의 RCC, SRRC 및 PRCC를 나타내며, 이는 상대습도의 증가는 박스 거더의 축방향 줄임량을 감소시키는 것을 나타낸다. 또한, 축방향 줄임량은 콘크리트의 압축강도와 음의 상관관계를 나타내며, 슬럼프, 잔골재-굵은 골재 비 및 시멘트량과 약한 양의 상관관계를 나타낸다.



(a) Segment geometry



(b) Section of segment

그림 1 PSC 박스 거더 교량의 형상

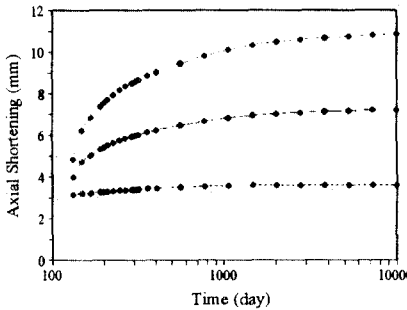


그림 2 축방향 줄임량의 예측

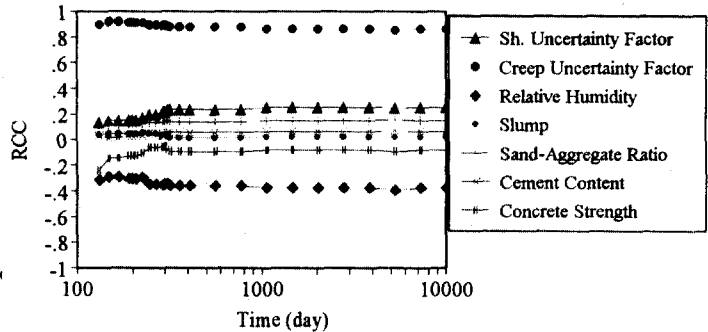


그림 3 축방향 줄임량의 민감도 해석결과

5. 결론

본 논문에서는 PSC 교량에서의 크리프와 건조수축 효과의 확률론적 해석 및 민감도 해석을 위한 기법을 정립하였다. 콘크리트의 크리프와 건조수축효과의 확률론적 해석 및 민감도 해석은 입력인자의 변동성을 고려하여 Latin Hypercube 샘플링 기법에 의해 수행하였다. 본 연구에서의 기법을 실제의 PSC 교량의 시간에 따른 축방향 줄임량을 수치적으로 해석, 분석하였다. 콘크리트의 크리프와 건조수축효과에 의한 장기거동의 변동폭은 시간에 따라 증가하며, 이는 불확실성의 증가를 나타낸다. 또한, 민감도 분석을 수행한 결과, 크리프 모델 자체의 불확실성 계수와 상대습도가 시간 의존적 변형에 가장 중요한 영향 인자인 것으로 나타났다.

참고문헌

1. ACI 209R-92(1992), "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures", ACI Manual of Concrete Practice-Part 1.
2. Floris, C., Marelli, R. and Regondi, L.(1991), "Creep Effects in Concrete Structures: A Study of Stochastic Behavior", *ACI Material Journal*, Vol.88, No.3, May-June, pp.248-256.
3. Iman, R. L. and Conover, W. J.(1980), "Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models, with an Application to Risk Assessment", *Communications in Statistics*, A9 pp.1749-1842.
4. Helton, J. C., Rollstin, J. A., Sprung, J. L. and Johnson, J. D. (1992), "An Exploratory Sensitivity Study with the MACCS Reactor Accident Consequence Model", *Reliability Engineering and System Safety* 36, pp.137-164.
5. 오병환, 양인환(1998) "프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 시간에 따른 변형의 확률해석 및 민감도 해석", 콘크리트학회지(심사중)