

최소 변형 에너지 밀도 기준에 의한 콘크리트 보의 균열전파에 관한 연구

Study on Crack Propagation of Concrete beam under Mixed-Mode Loading by Minimum Strain Energy Density Failure Criterion

진 치 섭*
Jin, Chi Sub

이 영 호**
Lee, Young Ho

신 동 익***
Shin, Dong Ik

오 정 민****
Oh, Jeong Min

ABSTRACT

To find out an adequate failure criterion in two-dimensional linear elastic crack problems, finite element programs, SED, which determine stress intensity factors K_I , K_{II} , crack angle and peak load by the minimum strain energy density failure criterion were developed.

In this program, the conventional quadratic isoparametric elements were used in all regions except the crack tip zone where triangular singular elements with 6 nodes were used.

The results of SED were compared with the results of those which followed by the maximum circumferential tensile stress criteria and those by the maximum energy release rate criteria and those by Jenq and Shah's experiments of the same geometry and material properties.

The maximum energy release rate criteria were better close to those of the Jenq and Shah's experiments than the maximum circumferential tensile stress criteria and the minimum strain energy density criteria.

1. 서 론

혼합모드 상태의 하중을 받는 콘크리트는 균열 주위에서 면내 수직인 전단력을 받으므로 균열 선단에서 모드 I (opening mode)과 모드 II (sliding mode)의 성분으로 나타낼 수 있다. 혼합 모드 상태의 하중을 받는 균열 전파 모델로는 최소 변형 에너지 밀도 기준, 최대 원주방향 인장응력 기준, 최대 에너지 해방률 기준, 최대 원주방향 변형률 기준, 전단마찰 기준, Mohr-Coulomb 기준, 8면체 응력기준 등이 있고, 그 외에 변형 에너지 해방률 G_I 과 G_{II} 를 기초로 하는 모델과 Jenq & Shah 모델이 있다. 이 기준들을 파괴역학과 결합하면 결국 K_I 과 K_{II} 의 함으로 표시할 수 있다.

본 연구에서는 LEFM에 의하여 혼합모드상태 하에서 콘크리트 구조물의 균열선단의 응력확대계수를 구하고, 이를 사용하여 균열전파를 추적할 수 있는 유한요소 프로그램을 작성하였다. 이 때, 초기 균열전파각도와 균열의 안정성 판단은 최소 변형 에너지 밀도 기준을 사용하였다.

* 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수

** 부산대학교 토목공학과 박사수료

*** 부산대학교 토목공학과 박사과정

**** 부산대학교 토목공학과 석사과정

2. 혼합모드 균열전파모델

2.1 응력확대계수의 계산

응력확대계수 계산을 위하여 그림 1.과 같이 균열선단을 1/4점 6절점 특이요소로 둘러싸도록 요소망을 형성한다. 이때 변 $\overline{123}$ 과 변 $\overline{145}$ 의 길이가 같도록 요소망을 형성한다. 균열면 $\overline{123}$ 에 대한 변위는 특이요소의 변위함수와 변위선단 좌표계를 고려하면 다음과 같다.^[1]

$$\begin{aligned} u' &= u_1' + (-3u_1' + 4u_2' - u_3')\sqrt{\frac{r}{L}} + (2u_1' - 4u_2' + 2u_3')\frac{r}{L} \\ v' &= v_1' + (-3v_1' + 4v_2' - v_3')\sqrt{\frac{r}{L}} + (2v_1' - 4v_2' + 2v_3')\frac{r}{L} \end{aligned} \quad (1)$$

위의 식은 구형특이요소에서의 변 $\overline{123}$ 위의 임의점에서 변위에 대한 식이다. 균열면 $\overline{145}$ 에 대한 변위도 같은 방법으로 구한다. 여기서 균열선단부근의 임의점에서 탄생해로 구한 변위식을 위의 식과 \sqrt{r} 항의 계수를 같게 두면 응력확대계수는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} K_I &= \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{\mu}{x+1} [4(v_2' - v_4') + v_5' - v_3'] \\ K_{II} &= \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{\mu}{x+1} [4(u_2' - u_4') + u_5' - u_3'] \end{aligned} \quad (2)$$

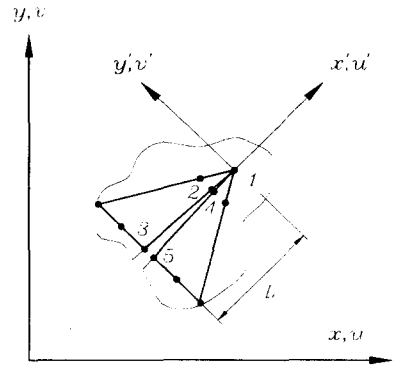


그림 1. 균열선단 1/4점 특이요소

2.2 최소 변형 에너지 밀도 기준

Sih에 의해 정식화된 이 기준은 「파괴는 균열 선단으로부터 θ_0 의 방향으로 시작하고, 변형 에너지 밀도가 한계 길이(critical length)에서 최소가 되는 방향을 따르며 이 때 변형 에너지 밀도가 한계 값(critical value)에 다다른다」는 이론^[2]이다.

$S_{\theta_{min}}$ 기준으로 예상되는 파괴궤적식은 식 (3)과 같다.

$$\frac{S_c}{r_0} = \frac{1}{\pi r_0} (a_{11} K_I^2 + 2 a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2) \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{16\mu} [(1 + \cos \theta)(x - \cos \theta)] \\ a_{12} &= -\frac{\sin \theta}{16\mu} [2 \cos \theta - (x - 1)] \\ a_{22} &= \frac{1}{16\mu} [(x + 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] \end{aligned} \quad (4)$$

단, μ : 전단탄성계수

$$\begin{aligned} x &= 3 - 4\nu && : \text{평면변형률문제} \\ &= \frac{3 - \nu}{1 + \nu} && : \text{평면응력 문제} \end{aligned}$$

혹은

$$\frac{8\mu}{(x-1)} \left[a_{11} \left(\frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^2 + 2a_{12} \left(\frac{K_I K_{II}}{K_{Ic}^2} \right) + a_{22} \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 \right] = 1 \quad (5)$$

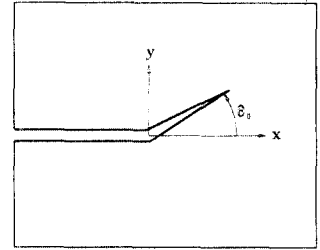


그림 2. 각 θ_0 로 진전된 균열

2.3 균열 진전의 판단과 균열 길이 예측

균열선단에서 균열이 진전 여부를 판단하기 위해 먼저 주어진 균열선단의 위치와 하중에서의 응력확대계수를 구하여 새로운 균열 전파각 θ_0 를 얻은 뒤 균열선단에서의 국부적인 안정성을 판단하는 순서로 진행된다. $S_{\theta_{min}}$ 와 $G_{\theta_{max}}$ 그리고 $\sigma_{\theta_{max}}$ ^[3] 기준으로 계산된 응력확대계수쌍이 그림 3.에 보여지는 파괴계적선 안에 있으면, 균열은 응력확대계수가 더욱 커지지 않는 한 진전되지 않고, 밖에 있으면 균열은 불안정하게 되어 균열이 자유면에 도달할 때까지나 또는 응력확대계수쌍이 계적선 안으로 돌아올 때까지 균열은 계속하여 전파하게 된다.

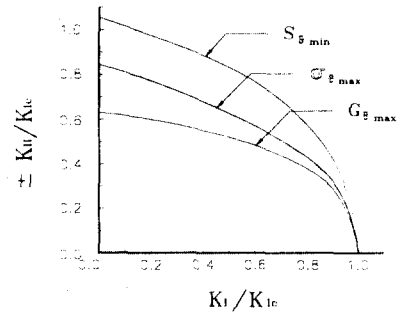


그림 3. 혼합모드 파괴계적

1. 응력확대계수쌍이 증가하면, 전체적으로 불안정하여 구조물의 파괴를 가져온다.
2. 응력확대계수쌍이 감소하면, 응력이 재분배되고 응력확대계수 쌍이 계적선 안으로 돌아온다.

균열증가길이를 계산하는 것은 에너지 해방률 G 와 단위균열진전에 대한 재료의 저항 R 을 기초로 계산하였다.^[4]

3. 수치 예 및 고찰

최소 변형 에너지 밀도 기준을 적용하여 작성한 프로그램의 결과치를 최대 원주방향 인장응력 기준과 최대 에너지 해방률 기준, Jenq & Shah의 실험치와 비교하였다. 혼합모드의 해석에는 그림 4.와 같이 Offset Ratio $2x/S$ 가 각각 0, 1/6, 2/6, 3/6일 경우에 K_I , K_{II} , 최종파단각을 조사하였다. 균열선단은 1/4점 삼각형 특이요소를 사용하였고, 그 외의 부분은 8절점 등매개변수를 사용하였다. 가우스 수치적분은 2×2 기법을 사용하였다.

해석에 사용된 시편은 길이(S) 30.48 cm, 높이(h) 7.62 cm, 두께 2.86 cm, 그리고 노치의 깊이(a_0) 2.54 cm이고, 재료 특성치는 압축강도 34.3 MPa, 한계응력확대계수 K_{Ic} 는 $0.830 \text{ kN} \cdot \text{cm}^{-3/2}$ 을 사용하였다.^[5] 프로그램의 결과치를 표 1.에 나타내었다.

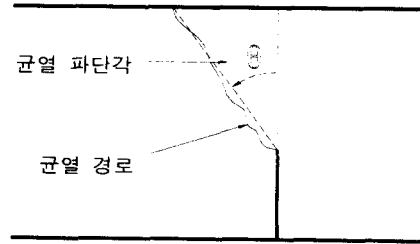
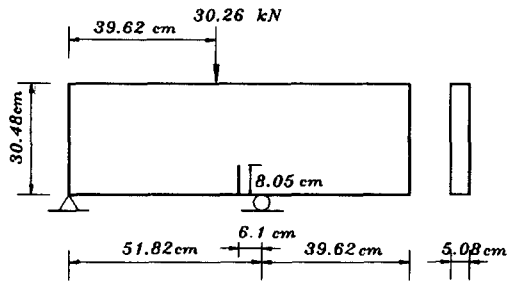


그림 4. 본 논문에 사용된 콘크리트 시편과 최종 파단각

표 1. 프로그램 결과치

(a) 최소 변형 에너지 밀도 ($S_{\theta_{min}}$) 이론

노치 깊이비	offset ratio	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	P_{max} (kN)	최종파단각
1/3	0	1.0547	-0.0002	1.5459	0°
1/3	1/6	1.0512	-0.0807	1.6937	8°
1/3	2/6	1.0472	-0.1212	2.1031	12°
1/3	3/6	1.0438	-0.1471	2.7955	15°

(b) 최대 원주방향 인장응력 ($\sigma_{\theta_{max}}$) 이론^[6]

노치 깊이비	offset ratio	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	P_{max} (kN)	최종파단각
1/3	0	1.0547	-0.0002	1.5459	0°
1/3	1/6	1.0454	-0.0802	1.6843	9°
1/3	2/6	1.0341	-0.1197	2.0768	13°
1/3	3/6	1.0249	-0.1444	2.7448	15°

(c) 최대 에너지 해방률 ($G_{\theta_{max}}$) 이론^[7]

노치 깊이비	offset ratio	K_I ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	K_{II} ($kN \cdot cm^{-3/2}$)	P_{max} (kN)	최종파단각
1/3	0	1.0547	-0.0002	1.5459	0°
1/3	1/6	1.0445	-0.0802	1.6830	10°
1/3	2/6	1.0326	-0.1195	2.0737	14°
1/3	3/6	1.0227	-0.1441	2.7390	17°

그림 5. 에서와 같이 Offset Ratio에 따른 균열의 진행경로는 균열선단에서 균열 초기각도에 따라 거의 직선으로 진전하였다. 또, Offset Ratio에 따른 균열의 최종 파단각은 최대 에너지 해방률에 의한 균열 전파 모델이 최소 변형 에너지 밀도 기준과 최대 원주방향 인장응력 기준에 의한 균열전파 모델 보다 Jenq & Shah의 실험치에 가깝게 나타났다. 그리고 K_{II}/K_I 가 증가할수록 최종 파단각이 커짐을 알 수 있었다.

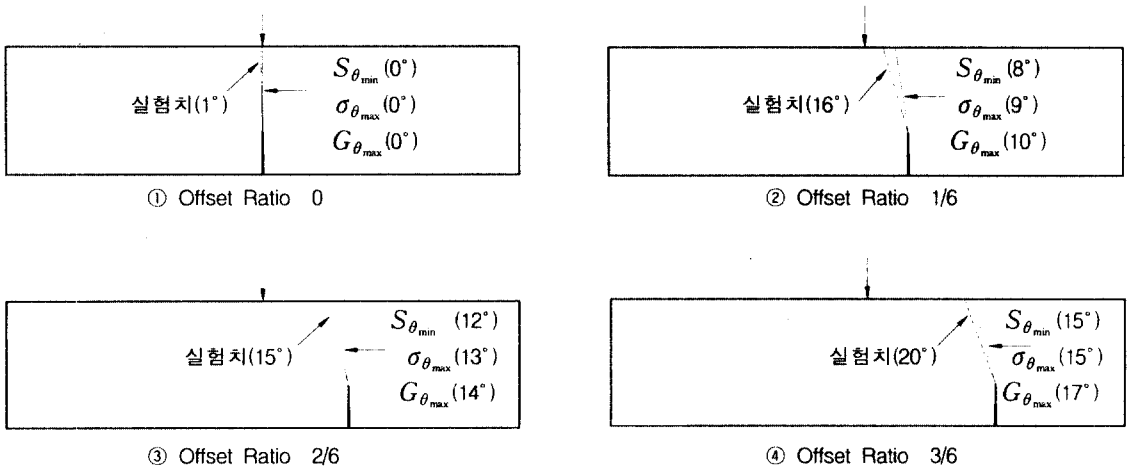


그림 5. 프로그램의 해석치와 실험치의 최종파단각 비교

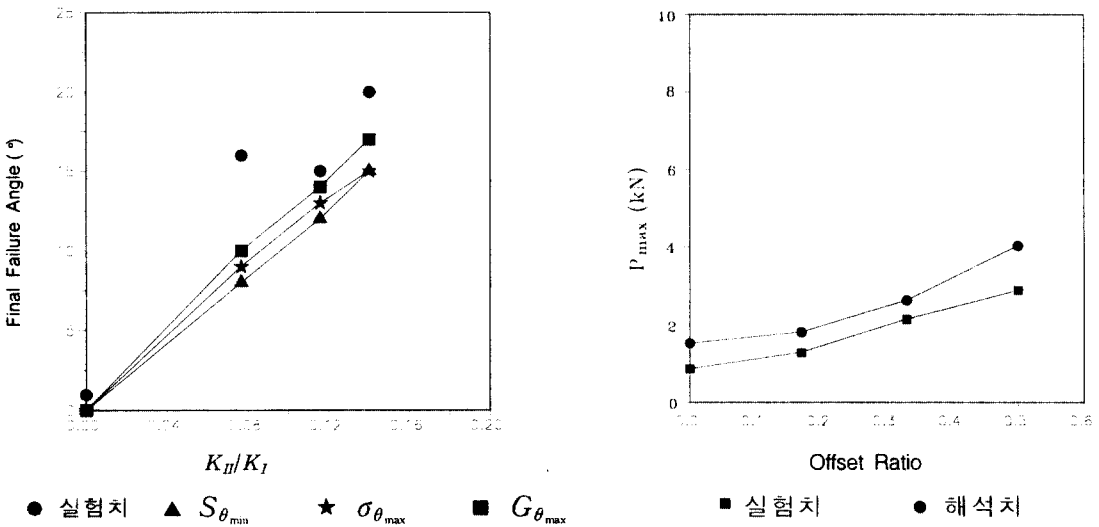


그림 6. 해석치와 실험치의 비교 그래프

4. 결 론

본 연구에서 혼합 모드에서 최소 변형 에너지 밀도 기준을 이용하여 균열의 전파 양상을 추적할 수 있는 유한요소 프로그램 SED를 작성하였다. 본 연구에서 작성된 프로그램의 수치 예제와 최대 에너지 해방률 기준과 최대 원주방향 인장응력 기준을 사용한 수치예제, 그리고 Jenq & Shah의 실험 결과를 비교·검토해 봄으로써 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- 1) Offset Ratio에 따른 균열의 진행경로는 균열 선단에서 균열 초기각도를 따라 거의 직선으로 진행하였다.
- 2) K_{II}/K_I 가 증가할수록 최종 파단각이 커지는 것으로 나타났다.
- 3) Offset Ratio에 따른 균열의 최종 파단각은 최대 에너지 해방률 기준을 이용한 경우가 최소 변형 에너지 밀도 기준과 최대 원주방향 인장응력 기준을 이용한 경우보다 실험치에 가깝게 근접함을 알 수 있었다.

이상의 결과로서 본 연구에서 작성한 최소 변형 에너지 밀도 기준과 최대 원주방향 인장응력 기준을 이용한 프로그램보다는 최대 에너지 해방률 기준을 이용한 프로그램이 콘크리트 구조물의 혼합모드 하중 상태의 균열 전파를 추적하는데 보다 적합한 기준으로 적용될 수 있다고 본다.

5. 참고 문헌

- [1] Ingraffea, A. R. and Manu, C., "Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter Point Elements", International Journal for the Numerical Methods in Engineering, Vol. 153 pp. 1427-1445, 1980.
- [2] Gdoutos, E. E., "Fracture Mechanics An Introduction", Kluwer Academic Publishers, pp. 195-238, 1993.
- [3] Erdogan, F. and Sih, G. C., "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", ASME, Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp. 519-527 1963.
- [4] Ingraffea, A. R., Heuze, F. E., "Finite element Models for Rock Fracture Mechanics", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, V.4, pp. 25-43, 1980.
- [5] Jenq, Y. S. and Shah, S. P. "Mixed-mode Fracture of Concrete", International Journal of Fracture Vol. 38, pp. 123-142, 1988.
- [6] 진치섭, 이영호, 최희진, "최대 원주방향 인장응력 기준에 의한 콘크리트 혼합모드에서의 균열전파" 대한토목학회 학술발표회 논문집, pp. 275-278, 1996.10
- [7] 진치섭, 이영호, 이상석, "최대 에너지 해방률 기준에 의한 콘크리트 혼합모드에서의 균열전파" 대한토목학회 학술발표회 논문집, pp. 309-312, 1997.10