

면진 고무 베어링의 안정성에 대하여 On the Stability of Rubber Isolation Bearings

이 종 세*
Lee, Jong-Seh

오 종 원**
Oh, Jong-Won

ABSTRACT

As an analytical approach, the area reduction formula of rubber bearings has been proposed to account for the reduction in buckling load due to shear. The result obtained from the formula is presumed to be conservative but the degree of conservatism is unknown. This paper describes a numerical study which aims at determining the effect of high shear strain on the critical load of rubber bearings using a finite element analysis program. The results from the finite element analysis which accounts for both the material and geometric non-linearities are compared against the theoretical results in order to examine the validity of the theoretical formulas.

1. 서 론

근자에 들어 연구의 관심이 고조되고 있는 교량의 내진 성능 향상 방안에는 교각단면의 확대나 보강, 낙교방지 장치의 설치 등 전통적인 보강 기법과 함께 면진장치, 감쇄장치, 충격전달장치, 능동제어장치 등 지진력 감소 개념을 도입한 기법이 있다(Priestley & Seible, 1996). 면진 장치를 이용한 지진력 감소 개념은 기초에 가해진 지진력이 상부에 미치는 영향을 최소 한도로 줄이기 위해 고탄성받침을 교좌 장치에 설치하여 구조물의 고유주기를 길어지게 하므로서 허용 변위를 증가시키고 응답가속도를 감소시켜 지진력의 크기를 줄이는 방법이다. 이러한 면진 장치 중에는 내구성과 경제성이 우수한 고무 베어링의 사용이 점차 보편화되고 있는 실정이다. 면진 고무 베어링 적용시에는 그 역학적 특성을 정확히 이해해야하므로 지진 하중에 따른 전단파괴 한계상태 뿐 만 아니라 전도 및 좌굴에 대한 한계상태도 고려해야 한다.

면진 고무 베어링의 좌굴 해석에 적용할 수 있는 고무 봉의 좌굴 이론은 Haringx(1947)에 의해 제안되었다. Gent 등(1959, 1964, 1970)은 Haringx의 이론을 발전시켜 적층 고무 베어링의 좌굴 해석에 적용하였다. Chalhoub과 Kelly(1989)는 Gent의 이론을 바탕으로 고무의 비압축성 특성을 고려하여 단면 형상에 따른 고무 베어링의 좌굴이론을 제시하였고 Buckle과 Liu 등(1992)은 유한 요소 해석기법을 도입하여 다양한 수치 실험을 수행하였다. 본 연구에서는 고무 베어링의 재료적 비선형성과 기하학적 비선형성을 동시에 고려한 유한요소해석을 수행하고 수치 해석 결과에 Southwell Plot 기법을 적용하여 고무 베어링의 좌굴하중을 산정하였으며 수치해석 결과를 이론해와 비교함으로써 이론해를 검증하고자 하였다.

* 한양대학교 토목·환경공학과 부교수, 정회원

** 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

2. 면진 고무 베어링의 좌굴이론

면진 고무베어링의 안정성은 지진력에 따른 수평 변위가 증가함에 따라 달라진다. 변위의 증가는 유효 단면의 감소로 인한 전단 강성의 감소를 야기함에 따라 축하중에 의한 좌굴을 유발시킨다. 이때 전단 강성은 일정한 수평 정적 하중 하에서 산정할 수 있으며 이는 고무층의 두께 및 단면의 면적에 따라 좌우된다. 여기에서 소개하는 고무 베어링의 좌굴이론은 Gent의 이론에 근거한다(Kelly,1997). 그림1은 변형 상태에 있는 고무베어링의 내부력과 외력을 나타내며, 그림2는 좌굴 하중을 산정하기 위해 양단 고정 기둥으로 고무베어링을 나타내고 있다.

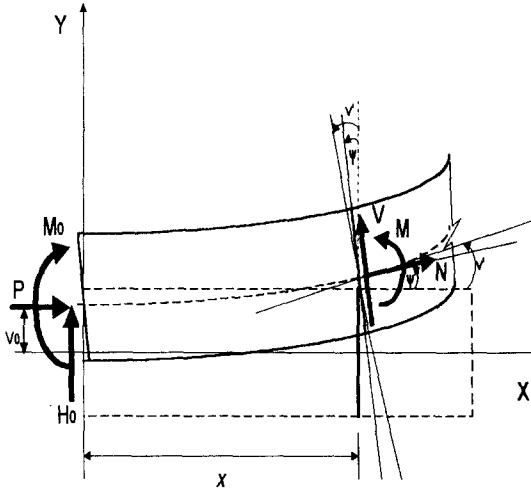


그림1. 중립축의 전단변형을 고려한 고무의 역학적 거동

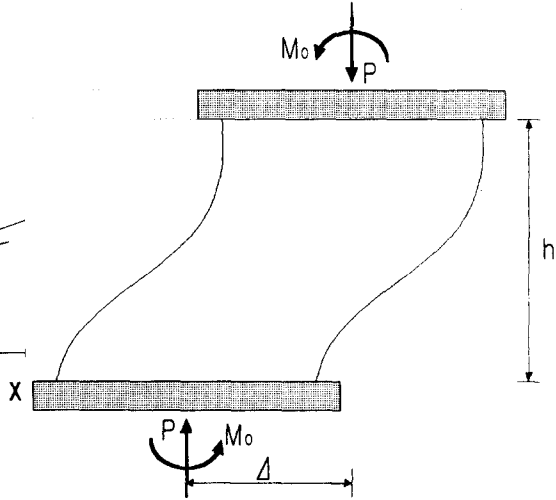


그림2. 연직하중 P 에 따른 좌굴거동 및 경계조건

그림에서 보는 바와 같이 변형 상태에서의 휨 모멘트와 전단력의 평형식은 식(1)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M + P(v - v_0) - M_0 - H_0x &= 0 \\ V + H_0 - P\phi &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 v 는 베어링의 수직 변위를, ϕ 는 중립축에 수직인 면의 회전을 나타내며, P , H_0 , M_0 는 각각 축력, 횡방향 반력, 휨모멘트를 나타낸다. 구성방정식과 운동학적 관계식을 식(1)에 대입하여 풀고 그림2의 단부 경계조건을 대입하면 v 와 ϕ 에 대한 일반 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} v(x) &= \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{h} \right) v(h) \\ \phi(x) &= \frac{1}{2} \frac{\alpha GA}{GA + P} \left(\sin \frac{\pi x}{h} \right) v(h) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{여기서 } \alpha^2 = \frac{P(GA+P)}{EI \cdot GA} = \frac{\pi^2}{h^2}$$

식(2)로부터 다음과 같이 좌굴하중(P_{cr})을 결정할 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{GA}{2} \left[\left(1 + \frac{4P_E}{GA} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (3)$$

$$\text{여기서 } P_E = \frac{\pi^2 EI}{h^2} = \text{Euler 좌굴하중}$$

$$EI = \frac{4S^2}{15} E_0 I_0 = \text{유효 휨강성}$$

$$GA = \text{유효 전단강성}$$

$$E_0, G = \text{압축 및 전단 탄성계수}$$

$$I_0 = \text{단면 2차 모멘트}$$

$$S = \frac{b}{h} = \text{형상비(Shape Factor)}$$

$$b = \text{베어링 폭의 1/2}$$

$$h = \text{고무의 두께}$$

그러나 식(3)에서는 수평 전단 변위에 따른 좌굴 하중의 변화를 고려하지 않았다. 수평 전단 변위가 커지면 유효 단면의 감소로 인해 좌굴 하중은 감소하므로 수평 전단 변위가 있을 때의 유효 좌굴 하중은 아래의 식(4)로 구할 수 있다.

$$P_{cr}' = P_{cr} \left(1 - \frac{\Delta}{B} \right) \quad (4)$$

$$\text{여기서 } P_{cr}' = \text{유효단면의 감소에 따른 좌굴 하중}$$

$$\Delta = \text{수평 전단력에 따른 변위}$$

$$B = \text{베어링의 폭}$$

위 식에서 보는 바와 같이 전단변위 Δ 가 B에 가까워질 때 유효단면은 영에 가까워지고 따라서 유효 좌굴 하중도 소멸하게 됨을 알 수 있다.

3. 고무 베어링의 수치해석

고무 재료는 하중증가에 따라 비선형 탄성거동을 하며 비압축성을 지닌다. 고무같이 거대변형(finite deformation)을 일으키는 재료의 비선형 거동을 모델링하는 구성 방정식은 여러 가지가 있으나 그 중에서 유한 요소 해석에 많이 적용되는 모델로 Mooney-Rivlin 모델과 Neo-Hookean 모델을 들 수 있으나 여기서는 비교적 많은 연구를 통해 검증된 Mooney-Rivlin 모델을 채택하였다. 이 모델의 재료 구성 방정식은 식(5)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = C_1(\bar{I}_1 - 3) + C_2(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{2} K(J - 1) \quad (5)$$

여기서 ϕ = 변형에너지
 C_1, C_2 = Mooney-Rivlin 상수
 K = 체적 탄성 계수
 J = 체적비
 \bar{I}_1, \bar{I}_2 = 수정 변형을 불변량

고무의 거대변형을 고려하기 위해 본 논문의 유한 요소 해석에서는 요소에 고정되어 회전하는 좌표계에서 회전과 신장을 각각 분리해서 고려하는 Co-rotational Formulation을 적용시켰다. 이 방법은 Total Lagrangian, Updated Lagrangian 등의 기하학적 비선형 해석기법에 비해 과도한 회전조건에 따른 변위를 고려하는데 적당하며 하중 증분의 크기에도 무관하므로 고무와 같이 거대 변형을 보이는 재료에 적당하다.

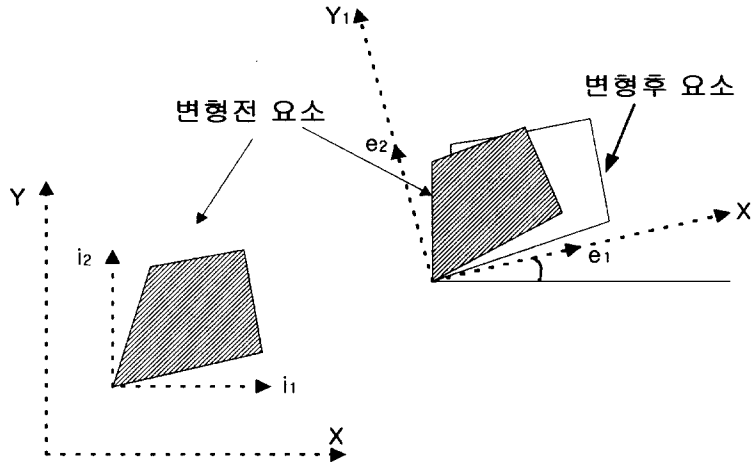


그림3. Co-Rotational Formulation의 좌표계

수치 해석에 사용된 고무 베어링의 크기는 12×10 cm 이며 4절점 요소를 사용한 2차원 평면 변형을 모델을 적용하였다. 범용 구조 해석 프로그램 LUSAS(1997)를 사용하여 고무는 120개의 요소를, 상·하부의 강판은 각각 28개의 요소를 사용하였고 하부 강판의 하단은 강결시켰다. 한편 고무와 강판 사이의 계면조건이 좌굴 거동에 미치는 영향을 관찰하기 위해 강결 조건과 함께 재료간 미끄러짐을 허용하는 접촉 조건을 각각 고려하여 수치해석을 수행하였다. 그림4는 미끄러짐 조건을 고려한 모델의 체늘을 보여주고 있으며 그림에서 보는 바와 같이 고무 베어링의 우측 상단과 좌측 하단의 계면에 slideline 요소를 도입하여 재료간 미끄러짐을 구현하였으며 계면의 Coulomb 마찰계수는 0.7을 사용하였다.

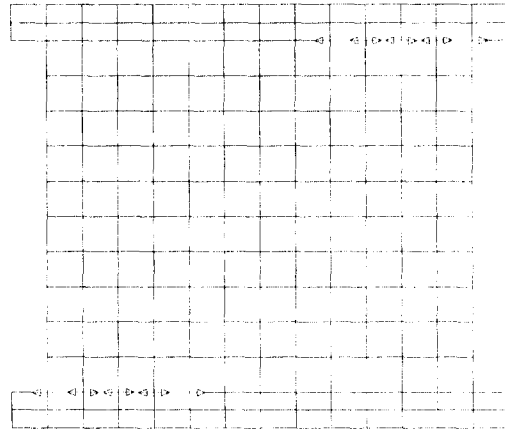
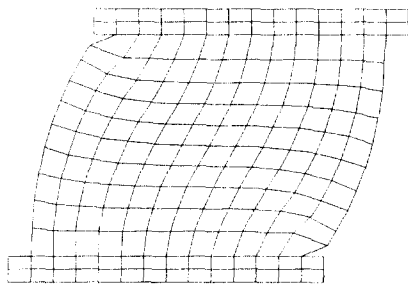


그림4. 유한요소 베어링 모델

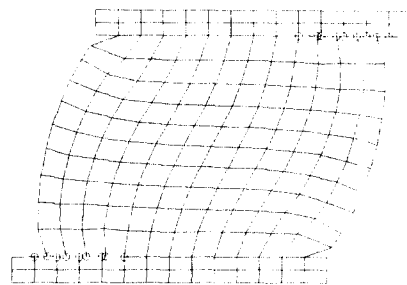
베어링 상부 강판에 등분포 수평하중을 가하여 일정한 초기 전단 변형을 갖게 한 후, 이 상태에서 연직 하중을 일정 간격으로 증가시켜 그에 따른 수평변위를 산출하였다. 비선형 해석은 Newton-Raphson Method를 적용하여 초기 하중을 140N으로 정하고 극한 상태까지 하중을 증분시켰다. 수치해석에 쓰인 고무의 재료상수는 표1과 같다. 그림5는 전단 및 축하중 적용시 서로 다른 계면조건에 따른 변형된 체눈의 형상을 보여준다.

표 1. 고무의 재료상수

E (N/m ²)	K (N/m ²)	ν	C ₁ (N/m ²)	C ₂ (N/m ²)
2.8×10^6	1.4×10^9	0.5	2.9×10^5	1.8×10^5

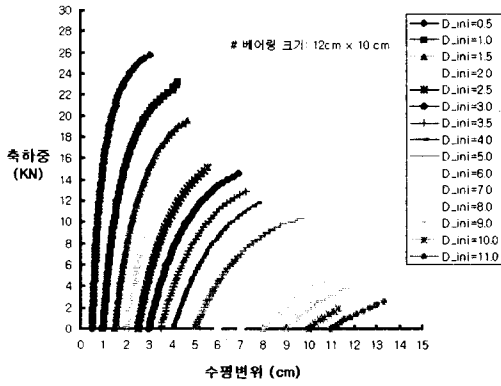


(a) 재료간 고정

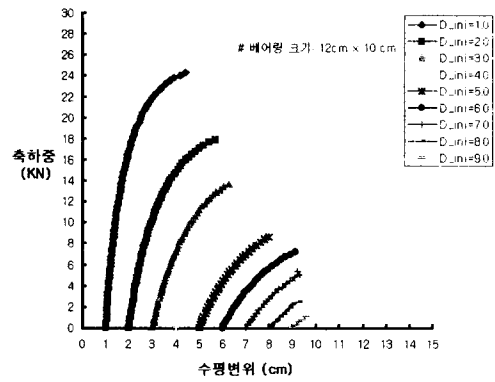


(b) 재료간 미끄러짐 허용

그림5. 전단하중과 축하중에 따른 모델의 변형



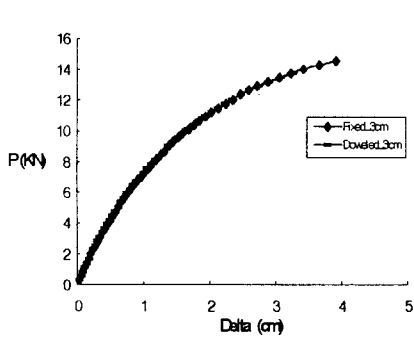
(a) 재료간 고정



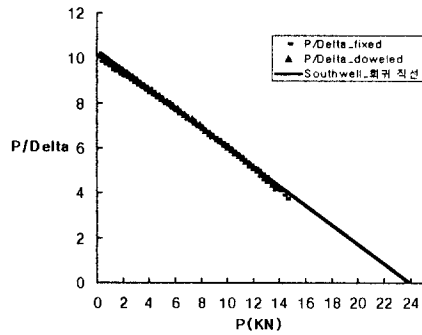
(b) 재료간 미끄러짐 허용

그림6. 축하중(P)-수평 변위(δ) 선도

그림6은 초기 전단 변위를 일정하게 유지하고 축하중 P를 적용했을 때 하중에 따른 수평 변위를 나타낸 것이다. 그림6(a)의 경우는 고무와 강판사이의 계면이 강결 상태를 유지하여 안정적인 해석이 되므로 수평 변위가 베어링의 폭(12 cm)에 가까워질 때까지 해석이 되었으나 그림6(b)의 경우는 초기 수평변위가 베어링 폭의 약 80% 가 될 때까지만 안정적 해석이 수행됨을 볼 수 있다.



(a) 축하중-수평변위 선도 ($\Delta = 3\text{cm}$)



(b) Southwell Plot ($\Delta = 3\text{cm}$)

그림7. 좌굴 하중 산정

각각의 전단변위에 대한 축하중-수평변위 선도로부터 Southwell Plot 방법을 사용하여 좌굴 하중을 산출하였다. 그림7은 전단 변위가 3 cm 일 때의 좌굴 하중을 결정하는 과정을 보여주고 있다. 그림7(b)로부터 이 경우의 좌굴 하중은 24 KN임을 볼 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 재료간 계면 조건이 좌굴하중에 큰 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

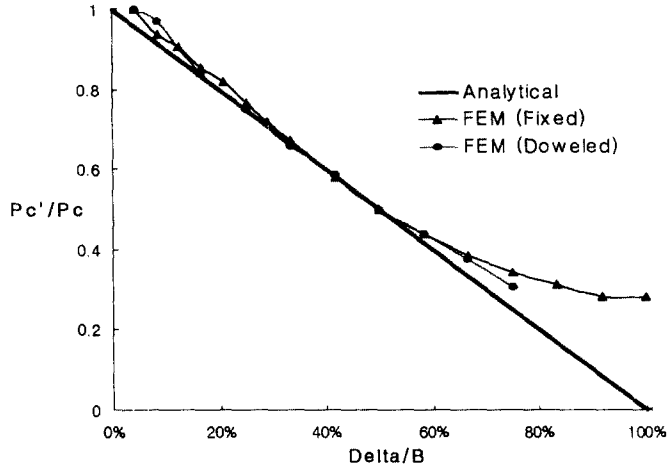


그림8. 폭의 감소 비율에 따른
유효 좌굴하중비

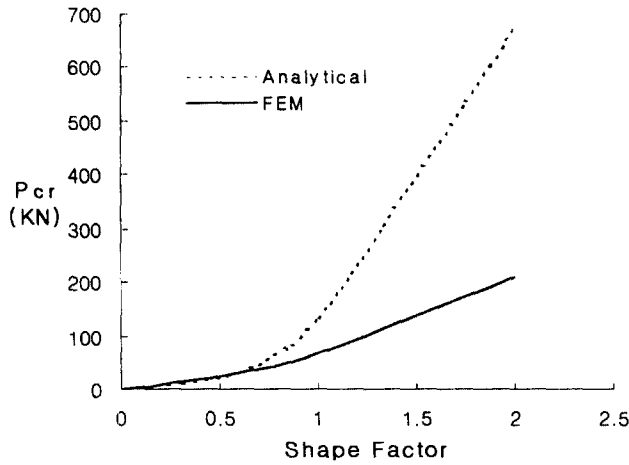


그림9. 형상비에 따른 좌굴 하중

그림8 은 전단 변형이 없을 때의 좌굴 하중과 전단 변형이 있을 때의 좌굴하중과의 비율 즉, 유효 좌굴 하중비를 전단 변형의 함수로 표시한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 수평 전단 변위가 베어링 폭의 약 50% 까지는 유효 좌굴 하중비가 이론식과 거의 일치함을 보였다. 그러나 50% 이상이 되면 유효 좌굴 하중비가 이론식 보다 커짐을 알 수 있다. 그림9는 단면 형상비에 따른 좌굴하중을 이론치와 비교한 것을 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 단면 형상비가 0.7 이하일 때는 두 값이 대체로 일치하지만 단면 형상비가 증가하면 수치 해석을 통해 구한 좌굴 하중은 이론치 보다 작게 산정됨을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 면진 고무베어링의 재료적, 기하학적 비선형성을 고려한 유한요소 해석과 Southwell Plot 기법을 이용하여 주어진 수평 전단 변위하에서의 좌굴 하중을 산정하였으며 전단 변형에 따른 유효 좌굴 하중비와 형상비에 따른 좌굴 하중의 변화를 이론해과 비교해 보았다. 본 연구를 통해 잠정적으로 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 재료간 계면 조건을 달리하여 비교한 결과 계면 조건은 좌굴 하중 값에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.
- 2) 베어링 폭의 감소에 따른 유효 좌굴 하중비는 수평 전단 변위가 폭의 50% 이상이 되면 이론식에서 제안된 유효 좌굴 하중비 보다 크게 됨을 알 수 있었다.
- 3) 형상비가 약 1보다 크면 휨강성이 과다하게 산정되어 이론에 의한 좌굴 하중이 수치해석에 의한 좌굴하중에 비해 전반적으로 커짐을 알 수 있다.

참고문헌

1. 구경희, 이재한, 유 봉(1997), "면진용 적층 고무베어링의 기계적 역학 특성", 한국 지진공학회 논문집, 제 1권, 제 2호, pp79-89
2. Priestley, M. J. N., and Seible, F.(1996), "*Seismic Design and Retrofit of Bridge.*", John Willy & Sons, Inc., New York.
3. Haringx, J. A.(1949), "On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods, And Their Application For Vibration-Free Mountings II.", *Philips Res. Report 4*, pp.49-80.
4. Gent, A. N., and Lindley, P. B.(1959), "The Compression of Bonded Rubber Blocks.", *Proc. Instn. Mech. Engrs*, Vol. 173, No 3., pp111-117.
5. Gent, A. N.(1964), Elastic Stability of Rubber Compression Springs.", *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, Vol.6, No. 4, pp318-326.
6. Gent, A. N., and Meinecke, E. A.(1970), "Compression, Bending, and Shear of Bonded Rubber Blocks", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 10, No. 1, pp48-53.
7. Chalhoub, M. S., and Kelly, J. M.(1989), "Analysis of infinite-Strip-Shaped Base Isolator with Elastomer Bulk Compression.", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 8, pp1792-1805.
8. Kelly, J. M.(1997), "*Earthquake-Resistant Design with Rubber.*", 2nd Ed., Springer-Verlag, London, England.
9. Stanton, John F., et al.(1990), "Stability of Laminated Elastomeric Bearings.", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, No. 6, pp1351-1371.
10. "*LUSAS User's Guide.*"(1997), FEA Ltd., London, England.
11. Buckle, I. G., and Liu, He.(1992), "Finite Element Analysis of Elastomeric Isolation Bearings for different Connection Details.", *Proceedings from the First U.S.-Japan Workshop on Earthquake Protective Systems for Bridges*, Technical Report NCEER-92-0004, pp151-167