

구조물의 연직진동해석을 위한 응답 스펙트럼 해석법의 활용 Application of Response Spectrum Analysis Method for the Estimation of the Vertical Vibration in Structures

이동근*

Lee, Dong-Guen

김태호**

Kim, Tae-Ho

Abstract

Response spectrum analysis method is widely used for seismic analysis of building structure. Analysis of structural vibration for equipment, machine and moving loads are executed by time history analysis. This method is very complex, difficult and tedious. In this study, maximum response of structure for this case are simply and fast calculated by mode shape and response spectrum for excitation.

At first, Response spectrum and time history analysis for some earthquake is carried and investigate the error of maximum displacement response for R. S. A. Secondly, The process for response spectrum analysis in excitation are calculated, and maximum modal response are combined by CQC(Complete Quadratic Combination) methods. Finally, Combining maximum displacement response is compared with one of time history analysis.

1. 서 론

산업의 발달로 인하여 도시에 인구와 상권이 집중됨에 따라 대지의 밀도 높은 사용이 요구되고 있다. 이에 따라서 도시의 건축 구조물은 한 가지 기능만을 가지던 과거와는 달리 복합적인 기능을 담당하게 되었으며, 기술의 발달로 인하여 건물은 대형화, 경량화되고 있다. 이러한 건물 내에 설치되는 여러가지 설비 또는 거주자 등에 의해서 진동이 발생하고 있으며 건물 내부로 통과하는 교통하중(열차, 자동차 등)이 가해지거나 공장 건물 등에서 쓰이는 진동 기계 등에 의해서도 구조물은 상당한 진동을 일으킨다. 이러한 구조물 내부에 가해지는 동적하중에 관한 진동 문제는 주로 사용성(serviceability)에 관계된 문제이며 주로 연직 진동 성분에 의한 것이다. 동적하중에 영향을 받는 대상은 주로 근로자, 건물의 입주자 혹은 공장의 정밀 기계 등이고 이들은 구조물의 안전에는 지장이 없지만 사용자들에게 불편함을 주거나 기계 등에 오차를 발생시킬 수도 있다.

이러한 진동을 분석하기 위해서는 시간 영역에서의 해석이 필요하다. 또한, 진동원의 명확한 규명을 위해서는 여러 가지 진동에 대해서 해석을 하여야 하는 불편함이 있다. 본 논문에서는 우선 지진 하중에 대하여 일반적으로 쓰이는 응답 스펙트럼 해석에 의한 구조물의 응답을 구하여 보았으며 이 결과와 시간이력해석에 의한 결과를 비교 분석하였다. 또, 구조물의 내부에 동적 하중이 작용하는 경우에 대하여 응답스펙트럼 해석을 하였으며, 시간이력해석법의 결과와 비교하였다.

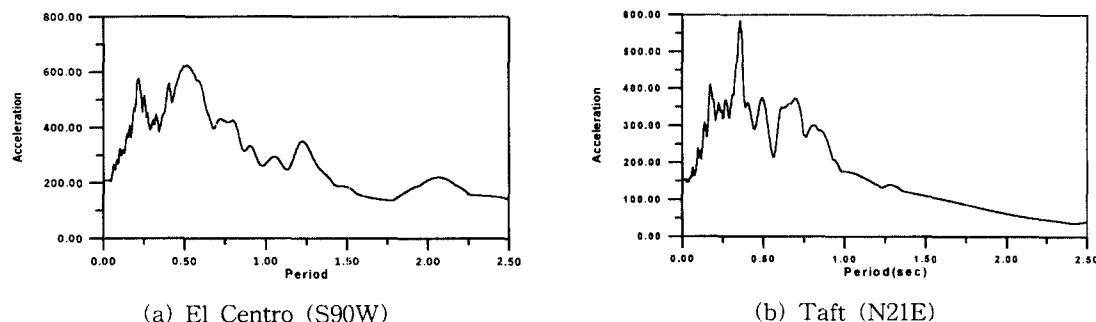
* 정회원, 성균관대 건축공학과 교수, 공학박사

** 학생회원, 성균관대 건축공학과 대학원 석사과정

2. 지진 해석에서의 응답 스펙트럼 해석

지진해석에서 널리 알려진 응답스펙트럼 해석법(response spectrum analysis method)은 각 모드에서의 최대 응답만을 고려하여 근사적으로 전체 응답을 구하는 방법이다. 내진 설계에 많이 사용되는 이 방법은 구조물의 모드 형상과 여러 지반가속도에 대한 응답스펙트럼을 알고 있으면 시간과 계산량이 절약되는 장점을 가진다. 다만 이 방법은 시간에 따른 동적 거동을 고려하지 못하므로 근본적인 오차의 가능성을 가질 수 있다.

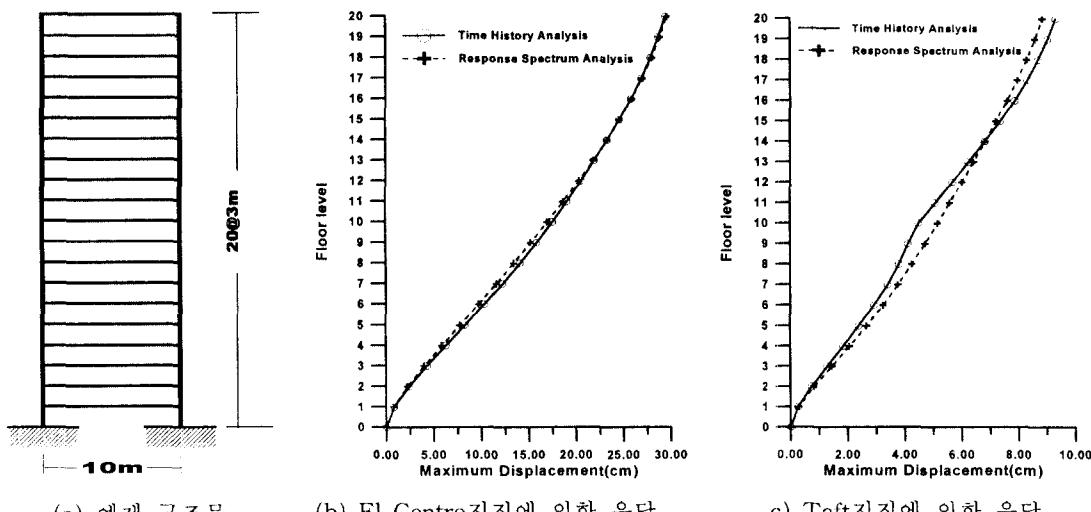
지진해석에서 응답스펙트럼 해석법의 정확성을 보여주기 위한 예제 구조물은 그림 2의 a와 같은 20층 높이에 1경간인 콘크리트 모멘트저항골조이다. 구조물에 입력되는 지반 가속도 데이터는 일반적으로 널리 사용되는 1940년 El Centro지진(S90W)과 1952년 Taft지진(N21E)을 사용하였다. 그림 1과 같은 응답스펙트럼을 이용하여 예제 구조물의 변위를 계산한 결과와 시간영역해석의 결과를 비교한 것이 그림 2의 b, c이다. 그림 2를 보면 두 지반 가속도에 대하여 전체적인 변형을 잘 표현하고 있다. 응답스펙트럼 해석에 의한 오차는 El Centro 지진에서는 약 7%정도로 나타나고 있으며 Taft 지진에서는 오차가 가장 큰 10층에서 13.5%정도로 나타났다. 이러한 예에서 보듯이 응답스펙트럼 해석법은 시간이력 해석법(time history analysis)과 비교할 때 어느 정도는 차이가 나는 결과를 주는 경우가 있음을 알 수 있다.



(a) El Centro (S90W)

(b) Taft (N21E)

그림 1 가속도 응답 스펙트럼



(a) 예제 구조물

(b) El Centro지진에 의한 응답

(c) Taft지진에 의한 응답

그림 2 예제 구조물의 형상 및 최대 변위 응답

3. 동적하중에 대한 응답 스펙트럼 해석법

3.1. 동적하중에 대한 응답 스펙트럼 해석법의 필요성

일반적으로 선형 탄성 범위 내에서는 모드 중첩법을 통해서 변위 등의 응답을 정확히 계산할 수 있다. 그러나 이러한 접근에는 두 가지 불리한 점이 있다. 첫 번째로는 시간의 함수로서 나타나는 결과를 분석하는 데 많은 시간이 소요된다. 두 번째로는 설계에 적용하는 경우 구조물이 가지는 모든 모드에 대한 진동수를 확인하기 위해서는 여러 가지 동적하중을 이용한 반복해석을 수행하여야 하므로 이는 상당한 시간을 소요하게 된다. 또한 개인용 전산기에서는 대형 구조물을 해석하는 데 많은 메모리와 저장공간, 그리고 계산시간이 길어지게 되고 때에 따라서 해석을 할 수 없는 경우도 발생하게 된다. 그리고, 기존의 상용 구조해석 프로그램인 SAP2000, ETABS, GTSTRUDL, MIDAS 등은 지진해석의 경우에 응답스펙트럼 해석법을 사용하고 있으나, 구조물 내부에 가해지는 동적하중에 대한 해석의 경우에는 시간이력해석만을 수행하고 있는 실정이다.

구조물의 내부에 가해지는 동적하중에 의하여 생기는 문제는 사용성에 관한 것으로 변위 응답보다는 속도나 가속도 응답에 의한 경우가 많다. 그리고 구조물의 설계시 이러한 문제를 해결하기 위해서는 여러 가지 규준에 합당하도록 설계하는 것이 중요하다. 구조물의 내부에 가해지는 하중은 열차나 자동차의 통과하중, 진동 기계, 또는 공조 시설 등이며 이들의 하중 성분은 잘 알려져 있다. 앞에서 언급한 바 있는 지진해석에서의 응답스펙트럼과 같이 일반적인 여러 하중에 대한 응답 스펙트럼을 구할 수 있고 또한 이를 해석할 수 있다면 사용성 문제를 빠르고 간편하게 처리할 수 있을 것이다.

3.2 응답 스펙트럼 해석 모형

그림 3의 a는 일반적인 응답 스펙트럼을 구하는 데 사용되는 해석 모형이다. 이 해석 모형은 구조물에 작용하는 하중이 지반 가속도로서 구조물에 전달되는 것이다. 반면 구조물의 내부에 진동원이 있는 경우에 대한 해석은 그림 3의 b와 같은 모델이어야 한다. 두 해석 모형의 차이점은 구조물에 가해지는 동적 하중이 하나는 시간에 따른 하중의 형태로 직접 전달되는 형태이고 나머지 하나는 지반 가속도로 구조물에 전달되는 것이다. 가진 해석과 지진 해석에 대한 단자유도계 운동방정식은 그림 3에 각각 나타내었다. 가진 해석을 위한 응답 스펙트럼은 단자유도 운동방정식을 이용하여 구하고 다자유도계에서의 적용은 다음의 운동방정식에 의한다.

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + KX = F(t) \quad (1)$$

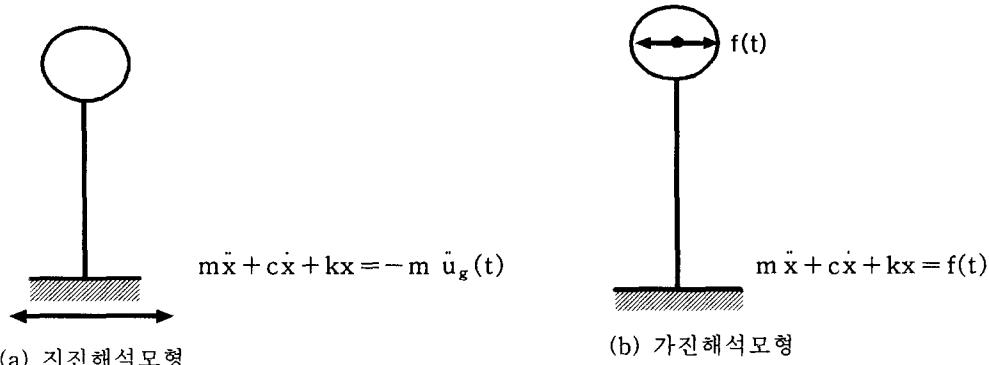


그림 3 응답 스펙트럼 해석 모형

3.3 동적 하중에 관한 응답스펙트럼 해석법의 정식화

동적 하중에 관한 해석의 경우 응답 스펙트럼을 구하는 과정은 지진 해석의 경우와 유사하다. 다자유도 방정식을 푸는 방법으로는 모드 중첩법을 사용하였다. 질량 행렬을 단위 행렬로 만드는 일반화된 모드 행렬 Φ_N 의 전치행렬을 양변에 곱하고 $\Phi_{Ni}\Phi_{Ni}^{-1}=I$ 을 이용하면 3.2절에서 나타낸 동적 평형 방정식(1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Phi_N^T M \Phi_N \Phi_N^{-1} \ddot{X} + \Phi_N^T C \Phi_N \Phi_N^{-1} \dot{X} + \Phi_N^T K \Phi_N \Phi_N^{-1} X = \Phi_N^T F(t) \quad (2)$$

직교 조건에 의하여 각 항의 대각 요소를 제외한 나머지는 모두 0이 되고, 식(2)를 간단히 쓰면 다음과 같이 표현된다.

$$M_N \ddot{X}_N + C_N \dot{X}_N + K_N X = \Phi_N^T F(t) \quad (3)$$

여기서, $M_N = \Phi_N^T M \Phi_N = I$, $C_N = 2n_i$ (modal damping constant)이며, $K_N = \Phi_N^T K \Phi_N = [\omega^2]$ 이다.

그리고, i 번째 자유도에 가진할 경우 임의의 한 모드(j 번째)에서 식은 (4)와 같다.

$$\ddot{x}_{Nj} + c_{Nj} \dot{x}_{Nj} + \omega_j^2 x_{Nj} = \phi_{ij} f_i(t) \quad (4)$$

한 점에 동적 하중이 가해진다고 할 때, 하중 항은 식 (5)와 같고, 가진되는 자유도의 모드 형상과 하중의 곱으로 나타내어진다.

$$\Phi_N^T F(t) = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \cdots & \phi_{n1} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1n} & \phi_{2n} & \cdots & \phi_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_i(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} f_i(t) \\ \phi_{12} f_i(t) \\ \vdots \\ \phi_{in} f_i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{i1} \\ \phi_{i2} \\ \vdots \\ \phi_{in} \end{pmatrix} f_i(t) \quad (5)$$

이것은 하중에 대한 응답 스펙트럼을 구한 후 해당되는 모드 형상의 요소에 대한 곱으로서 응답을 나타낼 수 있다. 먼저 하중 항에서 ϕ_{ij} 의 항을 일단 분리한다. 이렇게 하면 모든 자유도에 대하여 동일한 하중에 대한 응답 스펙트럼을 얻을 수 있으며 모드 형상을 곱하면 구하고자 하는 응답을 얻을 수 있다.

$$x_{Nmax} = \phi_{ij} S_{dj} \quad (6)$$

다시 원래의 좌표계로 변환할 경우 고충전물의 수평진동모드는 일반적으로 고유진동수가 충분히 잘 분리가 되어있어서 SRSS기법을 사용하여도 근사한 응답을 얻을 수 있으나 연직 진동 모드는 인접 모드의 진동수가 비슷한 경우가 많으므로 SRSS기법보다는 각 모드간의 상관도를 고려한 CQC기법을 적용하여야 한다.

4. 예제 구조물의 해석

해석 대상 구조물은 그림 4과 같고, 보와 기둥의 크기는 각각 60cm x 40cm, 40cm x 40cm이다. 재질은 콘크리트이며 자중은 무시하였다. 하중은 그림 4의 점A와 B에 각각 연직 방향으로 가하였으며, 구조물의 절점 번호는 그림 5에 나타내었다. 구조물의 주요 연직 모드 형상은 그림 6에 나타내었다. 여기서 주요 저차 모드가 모두 z축 방향의 보가 지배적으로 변형하는 것으로 나타났다. 이것은 이 방향으로 가진할 경우 구조물의 변형은 x축 방향의 보에 가진하는 경우보다 훨씬 거동이 복잡할 것으로 보인다.

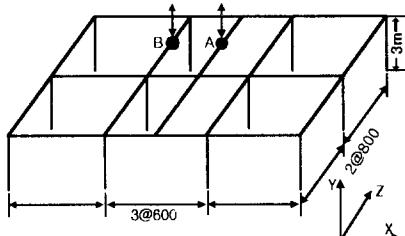


그림 4 해석 대상 구조물의 형상

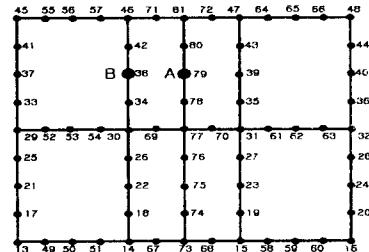
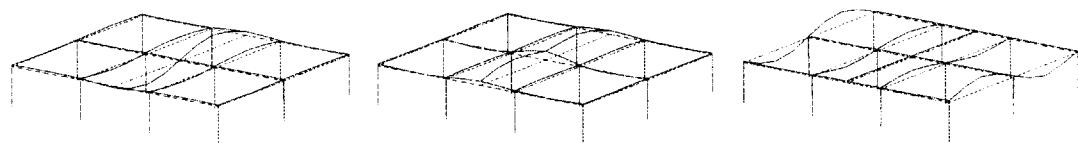
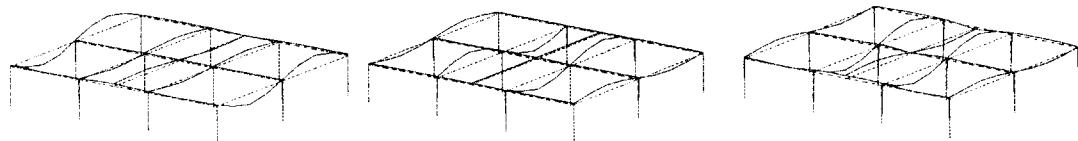


그림 5 구조물의 절점 번호



(a)연직1차모드(주기: 0.0732초) (b)연직2차모드(주기: 0.0700초) (c)연직3차모드(주기: 0.0608초)



(d)연직4차모드(주기: 0.0606초) (e)연직5차모드(주기: 0.0566초) (f)연직6차 모드(주기: 0.0564초)

그림 6 구조물의 주요 연직 모드

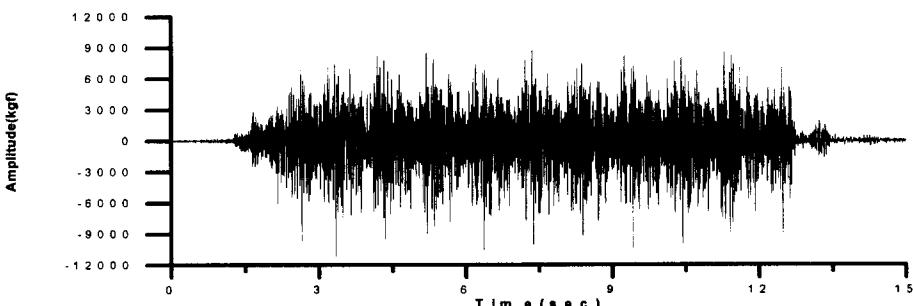
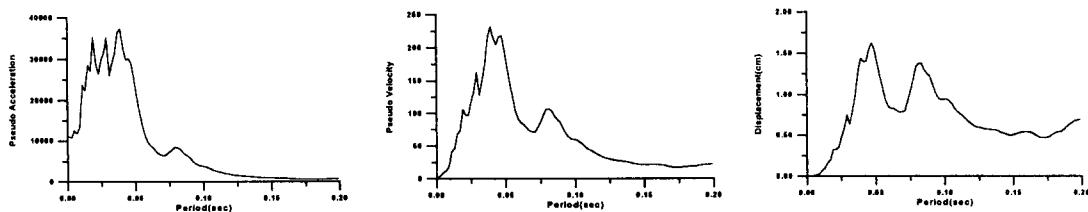


그림 7 가진 하중의 시간 이력



(a) 가속도 스펙트럼

(b) 속도 스펙트럼

(c) 변위 스펙트럼

그림 8 가진 응답 스펙트럼

또, 가진 하중은 그림 7과 같은 것으로 열차의 가속도 데이터에 질량을 100kg으로 하여 얻은 것이다. 이에 대한 응답 스펙트럼은 그림 8과 같으며 가속도, 속도, 변위에 대하여 나타내었다. 해석 대상 구조물은 효율적인 시간이력 해석을 하기 위하여 기존의 연구 결과⁽²⁾를 토대로 보의 요소 분

할은 4개로 하였으며, 기둥과 만나는 절점은 자유도를 모두 고려하였고, 나머지 보의 절점은 연직 자유도와 x,z 방향 회전 자유도를 고려하였다. 응답 스펙트럼 해석법에서도 동일한 방법을 선택하였다. 감쇠율은 5%로 모든 모드에 대하여 일정한 것으로 하였으며, 질량 행렬은 consistent mass matrix를 사용하였다. 구조물의 모드 조합 방법으로는 인접 모드의 영향을 고려할 수 있는 CQC 기법을 사용하였다.

4.1 절점 A에 하중을 가할 경우

절점 A에 하중을 가하는 경우는 구조물의 중앙에서 가까운 점에 하중을 가함으로서 구조물의 주요 연직 저차 모드에 지배적이도록 하였다. 그림 9는 예제 구조물의 각 절점에서의 가속도, 속

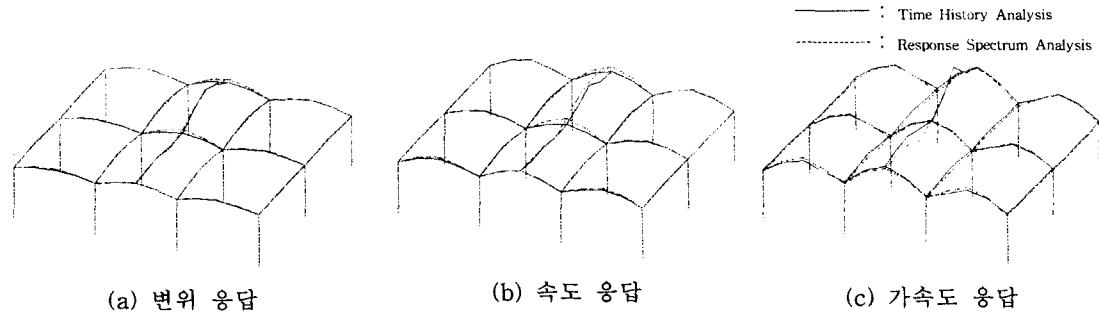


그림 9 절점 A에 가진할 경우의 응답

도, 변위에 대한 최대 응답을 각각 나타낸 것이다. 점선은 시간 영역 해석의 결과이며, 실선은 응답스펙트럼 해석의 결과를 나타낸다. 시간 영역에서의 응답과 응답 스펙트럼 해석에 의한 최대 응답은 가진 점 주위에서 약간의 오차를 보이며 진동원에서 멀어질수록 오차율은 커지는 것으로 나타났다. 이것은 응답 스펙트럼의 해석 결과가 주요 저차 모드의 합성으로 나타나는 데 기인하는 것으로 보인다. 그림 10은 구조물의 각 절점 별 최대 응답을 나타낸 것으로 이를 참고하면 시간 영역해석과 응답스펙트럼해석에 의한 오차는 주로 구조물의 주요 연직 모드들이 대부분인 z축에 평행한 방향과 가진 점 부근으로 크게 나타난다. 변위 응답에서 x축 방향에 평행한 부분은 고차 모드들이 주로 나타나며 이 모드들이 대부분 소실되어 주요 저차 모드만으로 거동을 표현하지만 z 방향에 평행한 부분은 여러 저차 모드의 영향으로 인하여 가진 점에서 먼 부분들이 상대적으로 큰 오차를 보이는 것으로 나타났다. 하지만 진동원에서 멀수록 진동의 크기는 아주 미미하며 이는 구조물의 사용성 측면에서 큰 문제가 되지 않는다.

그림 10을 보면 변위 응답이 가장 정확하고 그 다음이 속도, 가속도 순으로 나타났으며 변위 응답에서 가장 큰 오차를 보이는 절점은 67번-72번이다. 이들 절점은 앞에서 언급한 오차율이 큰

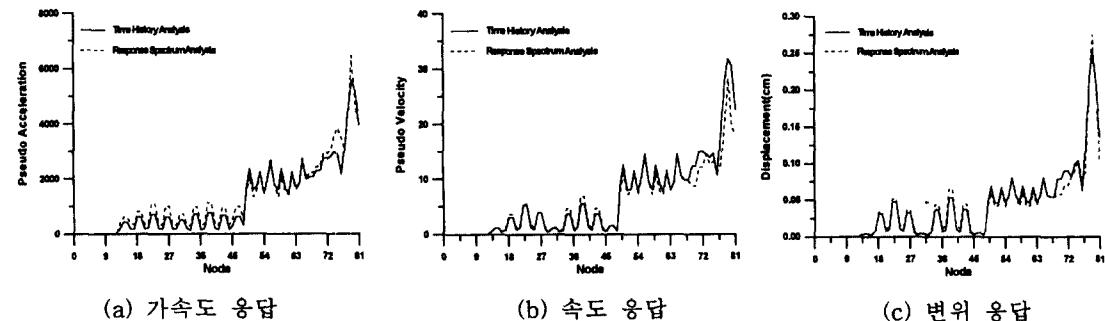


그림 10 구조물의 각 절점 별 최대 응답

부분에는 속하지 않는 것들이다. 속도와 가속도 응답이 오차가 커지는 것은 해석법 본래의 부정확성에 더하여 해석에 사용된 응답스펙트럼이 변위에 대한 스펙트럼에서 얻어졌기 때문이다.

4.2 절점 B에 하중을 가하는 경우

절점 B에 하중을 가하는 경우는 구조물의 비대칭 거동을 예상하기 위한 것이다. 그림 11은 절점 B에 가진할 경우에 구조물의 변형 형상을 나타낸 것으로 변위, 속도, 가속도 모두 시간이력해석과 비슷한 것으로 나타났다. 그림 12에 나타낸 절점의 응답을 보면 오차의 경향은 절점 A에 가진하는 경우와 비슷하다. 이 경우 가진되는 부재 이외에서는 응답이 상대적으로 적게 나타나는데 이것은 가진되는 부재가 모두 기둥으로 지지되고 있기 때문이다. 기둥의 지지효과로 인하여

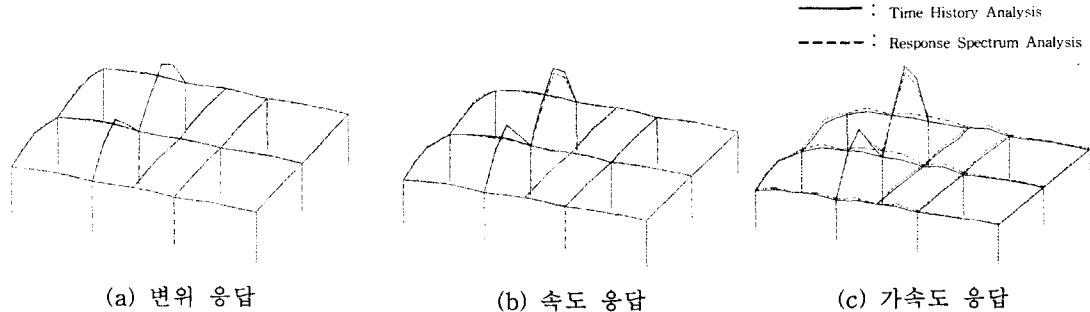


그림 11 절점 B에 가진할 경우의 응답

전체적인 변형이 줄어든 것으로 나타났으며 진동의 영향도 적었다. 기둥은 보의 휨거동을 제약하며 고차의 진동모드를 소멸시키는 것으로 판단된다. 시간이력해석을 정확하다고 볼 때 응답스펙트럼 해석법의 오차는 변위 응답의 경우에 평균적으로 약 10~20%정도이며, 특히 가진 부분의 응답은 지진 해석에 의한 오차와 비슷한 것으로 보인다. 물론 속도, 가속도 응답의 경우에는 오차가 커지지만 전체적인 거동은 상당히 정확하게 표현하는 것으로 나타났다. 위에서 살펴본 바와 같이 응답

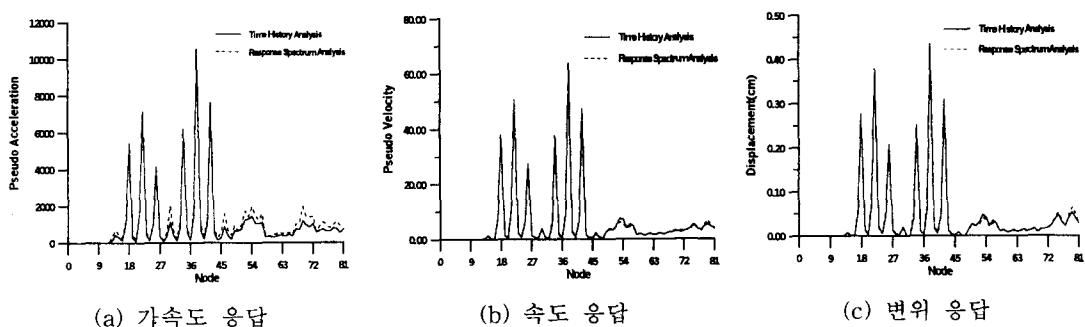


그림 12 구조물의 각 절점별 최대 응답

스펙트럼 해석은 시간이력해석을 하지 않고도 충분히 주요 부분의 응답을 비교적 정확하게 얻어낼 수 있음을 알아보았다. 해석시간은 표 1과 같고 이것은 펜티엄166MHz에 RAM 64Mbyte사양의

표 1 시간영역 및 응답 스펙트럼 해석시간 비교

(단위 : sec)

	Structural data	Stiffness & Mass	Mode Shape	Damping Matrix	Dynamic load	Response Calculation	Spectrum Calculation	Total
Time Hist Anal.	0.16	11.81	31.64	15.49	57.22	316.92	-	503.25
Resp Spec Anal.	0.11	11.64	33.78	-	-	-	8.67	54.21

컴퓨터로 모델의 해석시간을 비교한 것이다. 이것은 전체적으로는 약 10배정도의 시간 단축을 보여주고 있지만 순수하게 응답을 계산하는 시간만을 비교하면 약 40배정도의 시간 단축 효과를 얻은 것이다. 참고로 프로그램의 효율성에 관계는 있지만 이 예제에 사용된 메모리는 시간이력해석에서 사용된 양의 약 30%정도에 불과하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 복잡한 시간이력해석을 수행하지 않고 모드 형상과 가진 하중에 대한 응답 스펙트럼을 이용하여 간단하고 빠르게 구조물의 각 부분의 최대 응답을 예상하는 방법에 대하여 제시하였다. 앞에서 살펴본 내용을 정리하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 지진해석에 있어서 응답스펙트럼 해석법은 시간이력 해석법과 비교할 경우 어느 정도 오차를 가질 수 있는 것으로 나타났다.
- 2) 응답스펙트럼 해석법을 이용한 연직진동해석의 경우 각 모드를 조합하는 방법으로는 인접모드의 영향을 고려할 수 있는 기법을 사용하는 것이 좋다.
- 3) 동적하중에 대한 응답스펙트럼 해석법을 사용하여 구조물의 주요 부분에서 비교적 정확한 최대 응답을 얻을 수 있었다.
- 4) 시간이력해석법과 비교해서 해석시간을 단축시킬 수 있었으며, 메모리도 절약할 수 있었다.

추후 연구 과제

위에서 언급한 결과에 토대로 하여 구조물 내부에 작용할 수 있는 여러 가지 하중 조건에 대한 해석이 필요하다고 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단(KOSEF)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) Clough, R. W. & Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, New York, 1993
- 2) 안상경, 홍성일, 이동근, "3차원 구조물의 효율적인 연직진동해석", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 1996
- 3) 정길영, 송종걸, 이동근, 김우범, "구조물의 효율적인 연직진동해석", 대한토목학회 논문집, 제15권, 제 4호, 1995.7.
- 4) 한국전산구조공학회, "구조물의 내진설계", 1997
- 5) Chopra, A. K., "Dynamics of Structures", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1995
- 6) Edward L. Wilson., " Three Dimensional Dynamic Analysis of Structures ", Computer & Structures Inc. 1997
- 7) 오우영 외 5인 "진동계측시스템 구축기술 및 진동저감 평가기술 개발", 과학기술처, 1997
- 8) Hugo Bachmann. et al, "Vibration Problems in Structures ", BIRKHÄUSER, 1995.
- 9) Petyt, M., "Introduction to finite element vibration analysis", Cambridge University Press, 1990