

연직배수공이 설치된 연약지반에 대한 2차원 등가모형의 개발

Development of 2D-Equivalent model for Soft Ground Incorporating Vertical Drains

조기영¹⁾, Ki-Young Cho, 백승훈¹⁾, Seung-Hoon Baek, 이대명²⁾, Dae-Myeong Lee, 정성교³⁾, Sung-Gyo Chung

¹⁾ 동아대학교 토목공학과 대학원 박사과정, Graduate student, Dept. of Civil Eng., Dong-A Univ.

²⁾ 양산전문대학 토목과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Civil Eng., Yang-San Junior College.

³⁾ 동아대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Eng., Dong-A Univ.

SYNOPSIS : For plane strain analysis of embankment on soft clay incorporating vertical drains, 2D equivalent model was newly developed here. This model was considered well resistance and smear effect, especially which had a merit that column elements for vertical drains and smear zone were not by all means considered in the finite element mesh.

As a result of analysis, it was showed that U_h - t relation by this model agreed well with those of Hansbo's theory and axi-symmetric analysis. However, the results of another models showed significant errors. In the analysis for investigating effect of finite element mesh, it was shown that the accuracy increased with increasing number of column elements.

Key words : vertical drains, 2D equivalent model, finite element method, effect of column elements

1. 서론

연직배수공이 설치된 연약지반의 거동을 예측하기 위하여 3차원 유한요소해석을 수행하여야 하나, 3차원 유한요소해석은 많은 시간과 경비가 요구된다. 이러한 어려움을 극복하기 위하여 실제의 지반거동을 2차원으로 해석할 수 있는 등가모형이 Shinsha 등(1982), Cheung 등(1991), Hird 등(1992), Bergado 등(1994), Lee 등(1995), Chai 등(1995) 및 Indraratna 등(1997)과 같이 여러 연구자들에 의해서 연구되어 왔다. 그러나 이러한 기존의 등가모형들 중에서 방사상흐름과 1차원흐름에 의한 평균압밀도가 50%일 때 두 조건이 같다는 가정으로 등가모형을 구한 Shinsha 등(1982)의 제안식과 Shinsha의 가정을 이용한 Cheung 등(1991) 및 Lee 등(1995)의 제안식은 그림 1의 축대칭 단위셀 조건에서 수평방향의 배수길이를 $(d_c - d_w)/2$ 로 취하지 않고 d_c 로 취급함으로써 제안식의 유도과정에서 근본적인 오류를 포함하고 있다. 그리고 Hird 등(1992), Bergado 등(1994) 및 Hird가 시도하였던 배수정저항결합(well resistance matching)을 이용하여 등가 평면변형률 통수량을 제안한 Chai 등(1995)의 제안식은 paper drains과 같이 배수재의 직경이 아주 작은 경우에는 유한요소해석의 수행시 모형지반의 복잡성, 모형요소의 불균형비, 사용 컴퓨터의 대용량 및 소요시간의 증대 등의 많은 문제점을 야기시킬 수 있다. 한편 Indraratna 등(1997)은 배수재의 설치간격에 따른 배수재의 직경과 교란영역을 고려하여 교란영역과 불교란영역의 등가 투수계수를 제안하였으나, 유도과정시 수식의 오류와 축대칭해석에서 고려된 간격항이 중복되고 있는 단점이 있다.

따라서 연직배수공이 설치된 연약지반의 해석을 위해서 좀 더 실질적이고 유용한 등가모형의 개발이 요구되고 있다. 본 논문에서는 페이퍼 드레인(paper drains)에서와 같이 배수재의 직경을 고려한 유한요소해석에서 발생할 수 있는 문제점을 최소화하기 위해 유한요소망에서는 배수재 및 교란영역의 폭

을 고려하지 않으나, 배수정저항 및 교란효과를 고려하여 지반의 등가투수계수를 대치하는 수법으로 새로운 2D 등가모형을 개발하였다. 새로이 제안된 등가모형에 대한 타당성이 검증되었으며, 이 모형은 기존의 2차원 모형들과 함께 비교되었다. 그리고 실제 적용에 있어서 유한요소망의 분할에 따른 영향을 관찰하고자 시도하였다.

2. 새로운 등가모형의 제안

2.1 해석해의 원리

연직배수재 내의 흐름은 사실상 축대칭이다. 배수재 중심에 대한 방사상흐름의 해석모형은 단순화된 경계조건을 가지는 단위셀(unit cell)의 형태이다(그림 1 참조). 평면변형률모형이 사용된 2차원 유한요소해석에서 실제지반의 연직배수재는 등가 배수재로 변환하는 것을 필요로 한다. 그림 1(a)는 외주반경 R 및 초기길이 l을 가지는 단위셀을 보여준다. 교란영역과 연직배수재의 반경은 각각 r_s 및 r_w 이다.

Hansbo(1981)에 의하면, 축대칭흐름에 대하여 임의시간 t와 깊이 z에서 수평방향 평균압밀도 \bar{U}_h 는 아래 식 (1)과 같이 제안되었다.

$$\bar{U}_h = 1 - \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n)}\right] \quad (1)$$

여기서,

$$F(n) = \ln(n/s) + (k_h/k_s) \ln(s) - 0.75 + \pi z(2l - z)[(k_h)/(q_w)] \quad (2)$$

$$F(n) = \ln(n/s) + (k_h/k_s) \ln(s) - 0.75 + [(2\pi k_h H_d^2)/(3q_w)] \quad (3)$$

; 식 (4)에서 깊이 z에 대한 평균압밀도 \bar{U}_r 를 구하기 위한 적분값.

$$T_h (= c_h \cdot t/R^2) = \text{시간계수}$$

$$n = R/r_w$$

$$s = r_s/r_w$$

$$q_w (= \pi r_w^2 \cdot k_w) = \text{배수재의 통수능}$$

$$k_h = \text{수평투수계수}$$

$$k_s = \text{교란영역의 수평투수계수}$$

$$H_d = \text{배수재의 전길이(일면배수}=H_d, \text{양면배수}=H_d/2).$$

점토지반에 설치된 연직배수재는 흙의 투수계수와 배수재 간격의 조정으로 등가배수재로 변환될 수 있다. 그림 1에서는 축대칭 조건에서 폭 2R인 영향원은 평면변형률 조건에서 폭 2B로 변환되었음을 보여주고 있다. 배수재의 폭은 축대칭과 평면변형률 조건 하에서 동일하게 존재하는 배수재의 전체 통수량을 고려한 것으로부터 결정될 수 있다. 예를 들면, 사각형과 삼각형배치에서 배수재의 간격 S에 대한 연직배수재의 재배치에 따른 배수재의 폭은 Indraratna 등(1997)에 의해 제안된 식 (4)와 같이 표현될 수 있다.

$$b_w = \frac{\pi r_w^2}{2S} : \text{사각형배치}, \quad b_w = \frac{1.143 \pi r_w^2}{2S} : \text{삼각형배치} \quad (4)$$

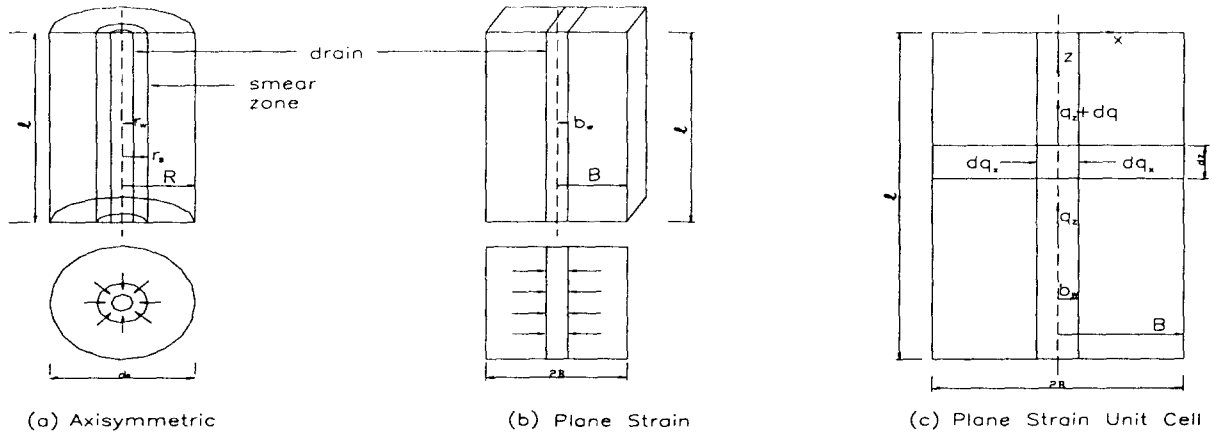


그림 1. 축대칭 및 평면변형률 단위셀

2.2 제안식의 유도

본 제안식에서는 배수재의 배치형태에 따라 배수재의 폭을 결정하고, Hansbo(1981)의 해를 근거로 이루어진 Hird(1992)의 기법을 이용하여 등가투수계수(k_h')를 제안하고자 한다. Hansbo(1981)에 의한 축대칭조건은 그림 1(c)와 같은 형태에 의하여 등가 평면변형률조건으로 전환될 수 있다. Darcy의 법칙을 적용하면, 그림 1(c)에서와 같이 변환된 지반에서의 수평흐름속도는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_x = \left(\frac{k_h'}{\gamma_w} \right) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5)$$

여기서 k_h' 는 평면변형률조건에서 수평투수계수이고, γ_w 는 물의 단위중량 그리고 u 는 간극수압이다.

평면변형률 모형에서 단위 셀에 대한 두께 dz 의 수평부분을 고려하면, 배수재의 중앙으로부터 거리 x 에서의 흐름이 폭 $(B-x)$ 인 토체의 체적변화와 동일하다고 가정하면 식 (6)이 성립한다.

$$v_x = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right) \cdot (B-x) \quad (6)$$

여기서 ϵ 는 z 방향의 변형률이다. 식 (5)를 식 (6)에 대입하여 재배열하면, 배수재 바깥쪽에서의 간극수압변화에 대한것으로 식 (7)과 같다.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \left(\frac{\gamma_w}{k_h'} \right) \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right) (B-x); \quad b_w \leq x \leq B \quad (7)$$

배수재에서 z 방향의 연직흐름에 대한 미소유량 dq_z 와 미소 배수재의 양 측면으로부터 수평방향으로 유입되는 미소유량 dq_x 가 동일하다고 가정하면, $dq_z + 2dq_x = 0$ 로 된다. dq_z 와 dq_x 에 대하여 정의한 후 경계조건 $x = b_w$ 을 대입하여 정리하면 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=b_w} + \frac{q_z}{2 \cdot k_h'} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{x=b_w} = 0 \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하여 경계조건 $z=0$ 일 때 $u=0$, $z=2\ell$ 일 때 $u=0$ 그리고 $z=\ell$ 일 때 $\partial u/\partial z=0$ 을 조건으로 z 방향에 대하여 적분을 하면, 간극수압 u 는 식 (9)와 같이 구할 수 있다.

$$u = \frac{\gamma_w}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \frac{1}{k_h'} [x(2B-x) - b_w(2B-b_w) + \frac{2k_h'}{q_z}(B-b_w)(2lz-z^2)] \quad (9)$$

임의의 시간 t , 깊이 z 에서 평균과잉간극수압을 \bar{u} 라 하면, $\bar{u} \cdot B = \int_{b_w}^B u dx$ 의 관계에 의해서 평균과잉간극수압(\bar{u})은 아래 식 (10)과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{u} = \frac{\gamma_w B^2}{2k_h'} \cdot \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) [\alpha' + (2lz - z^2)\beta] \quad (10)$$

여기서, $\alpha' = \frac{2}{3} - \frac{2b_w^3}{3B^3} + \frac{2b_w^2}{B^2} - \frac{2b_w}{B}$

$$\beta = \frac{2k_h'}{q_z} \cdot \left(\frac{1}{B} - \frac{2b_w}{B^2} + \frac{b_w^2}{B^3} \right)$$

식 (10)은 다음의 압밀식에 의해 지배받는 시간의존적 압축성과 결합하면 식 (11)로 된다.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = m_v' \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = -m_v' \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{k_h'}{c_h' \gamma_w} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (11)$$

여기서, m_v' 는 체적압축계수이고, c_h' 는 수평압밀계수이다. 식 (11)을 식 (10)에 대입하여 $t=0$, $\bar{u} = \bar{u}_0$ 라는 경계조건으로 적분하면 다음의 식 (12)를 얻을 수 있다.

$$t = -\frac{B^2 \gamma_w m_v'}{2 k_h'} \cdot F(n)' \cdot \left(\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} \right) \quad (12)$$

여기서, $F(n)' = [\alpha' + (2lz - z^2)\beta]$ 이다. 식 (12)의 (\bar{u}/\bar{u}_0) 항은 평면변형률 조건에 대한 평균압밀도(\bar{U}_h')와 시간계수(T_h')에 직접적으로 관련되어 있으며, 식 (13)에 의해 나타내어 진다.

$$\bar{U}_h' = 1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = 1 - \exp\left(\frac{-2T_h'}{F(n)'}\right) \quad (13)$$

각각의 시간단계와 주어진 응력상태에서 $\bar{U}_h = \bar{U}_h'$ 라고 두면, Hanso(1981)이론인 식 (1)과 식 (13)을 결합하면, $T_h'/T_h = (k_h'/k_h) \cdot (R^2/B^2) = F(n)'/F(n)$ 과 같이 시간계수비를 정의할 수 있다.

연직배수재의 사각형과 삼각형배치에서 배수재의 영향지름($D=2R$)은 각각 $D=1.13S$ 및 $D=1.05S$ 로 주어진다(Barron 1948). 등가평면변형률모형에서, 간격 S 는 단위 셀의 총폭 $2B$ 와 같다. 그러므로 간단히 R 과 B 는 크기가 같다고 가정하여 등가평면변형률 투수계수는 식 (14)로 표현된다.

$$k_h' = \frac{k_h [\alpha' + (2l \cdot z - z^2) \cdot \beta']}{\left\{ \ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k_s}\right) \cdot \ln(s) - \frac{3}{4} + \pi \cdot (2l \cdot z - z^2) \cdot \frac{k_h}{q_w} \right\}} \quad (14)$$

식 (14)를 다시 정리하면, 식 (15)와 같이 된다.

$$k_h' = \frac{\alpha' \cdot k_h}{\left[\ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k_s}\right) \cdot \ln(s) - \frac{3}{4} + (2l \cdot z - z^2) \cdot \beta' \right]} \quad (15)$$

$$\text{여기서, } \beta' = \frac{2k_h}{q_w} \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} - \left(\frac{1}{B} - \frac{2 \cdot b_w}{B^2} + \frac{b_w^2}{B^3} \right) \right\}.$$

만약 식 (15)에서 배수재 전체길이(H_d)에 대한 배수정저항의 평균값을 고려하여 등가 평면변형률 투수계수를 정의하면, 식 (16)과 같이 얻어진다.

$$k_h' = \frac{\alpha' \cdot k_h}{\left[\ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k_s}\right) \cdot \ln(s) - \frac{3}{4} + \left(\frac{2H_d^2}{3}\right) \cdot \beta' \right]} \quad (16).$$

3. 제안된 등가모형의 타당성 검증

새로이 제안된 등가모형의 타당성을 검증하기 위하여 Hansbo이론과 CRISP93을 이용한 축대칭 해석 결과를 비교하고자 한다. 그리고 기존의 등가모형(Shinsha 등(1982), Cheung 등(1991), Hird 등(1992), Bergado 등(1994), Lee 등(1995), Chai 등(1995) 및 Indraratna 등(1997))에 의한 결과와도 비교를 시도하였다.

3.1 유한요소망 및 경계조건

본 해석에 사용된 유한요소망과 경계조건은 그림 3과 같으며, 배수정의 길이 $H = 20\text{m}$, 영향반경 $R = 0.65\text{m}$, 배수정 반경 $r_w = 0.025\text{m}$ 이다. 그리고 모형지반의 우측면과 바닥면은 각각 수평 및 연직변위에 대하여 구속하였으며, 불투수면으로 설정하였다.

유한요소해석에서 축대칭의 모형지반은 선형 탄성체로 간주하여 $E' = 10^4\text{kPa}$ 및 $\nu' = 0$ 이며, 불교란지역의 투수계수(k_h)는 모두 10^{-9}m/s 로 설정하였다. 그리고 교란영역의 반경비 $s(r_s/r_w) = 5$, 교란영역의 투수계수는 투수계수비 $\eta (=k_h/k_s) = 2$ 에 해당하는 $k_s = 0.5 \times 10^{-9}\text{m/s}$ 인 값을 취하였다. 또한 배수정의 강성도는 무시할 수 있는 값으로 하였고, 투수계수는 페이퍼드레인(paper drains)의 경우일 때 $k_w = 5 \times 10^{-3}\text{m/s}$ 를 취하였다. 기존에 제안된 등가모형의 오류를 수정한 등가투수계수와 새로이 제안된 등가투수계수는 아래의 표 1에 나타난 바와 같다.

3.2 해석결과

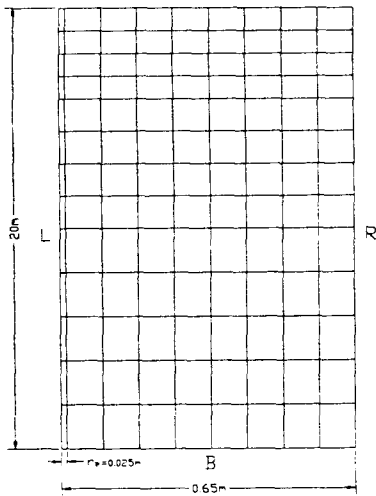
그림 4 및 5는 기존의 제안식, 새로운 제안식 및 축대칭의 유한요소 해석결과에 의한 시간-압밀도 관계를 보여주고 있다. 여기서 축대칭의 영향반경(R)과 평면변형률 조건에서 배수재간격의 반에 해당하는 폭(B)은 동일한 것으로 가정하여 해석을 수행하였다. 이들 그림에서 보면, 새로이 제안된 모형에 의한 평균압밀도는 $U_{avr} < 40\%$ 에서 Hansbo이론 및 축대칭해석에 의한 결과보다 약간 차이를 나타내고 있으나, 그 이후에는 거의 동일함을 알 수 있다. 즉, 새로이 제안된 모형에 의한 결과는 다른 모형들보다 우수하며, 이론식에도 아주 근접함을 나타내고 있다.

그림 4는 1.서론에서 언급한 바와 같이 기존의 제안식들이 축대칭조건에서의 방사상흐름의 배수길이를 산정함에 있어서 발생된 오류를 포함한 등가투수계수를 이용하여 유한요소해석으로 구한 시간-압밀도 관계를 나타내고 있다. 본인의 제안식과 Cheung의 제안식이 축대칭해석결과와 아주 잘일치하고 있음을 보여주고 있고, 다음으로 Hird, Shinsha, Bergado, Lee, Chai의 순으로 나타나고 있다. Indraratna의 것은 너무 큰 차이를 보이고 있어서 본 해석에서는 제외시켰다.

그림 5는 축대칭조건에서 방사상흐름의 배수길이를 d_e 에서 $(d_e-d_w)/2$ 로 수정한 후 각 제안식에 대하여 등가투수계수를 산정하여 유한요소해석을 수행하였다. 그 결과 본인의 제안식은 Hansbo이론 및 축대칭해석의 결과와 가장 잘 일치함을 보여주고 있고, Hird의 제안식도 비교적 좋은 결과를 보이고 있다. 배수길이의 수정 전에 좋은 일치를 보였던 그림 4에서 Cheung의 결과는 수정 후에 상당한 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. Hird의 결과는 비교적 정확치에 근접하지만 Bergado, Cheung, Shinsha, Chai 및 Lee의 결과는 상당한 오차를 보여주고, Indraratna의 결과는 너무 큰 차이를 보이고 있어 제외시켰다.

표 1 각종 모형에 의한 등가투수계수 (단위 : m/sec)

제안자	수정 전	수정 후	비고
Shinsha (1982)	$k_h' = 1.935 \times 10^{-10}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$	$k_h' = 8.297 \times 10^{-10}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$	
Cheung (1991)	$k_h' = 1.647 \times 10^{-10}$	$k_h' = 7.062 \times 10^{-10}$	
Hird (1992)	$k_h' = 1.573 \times 10^{-10}$ $k_w' = 4.341 \times 10^{-3}$		
Bergado (1994)	$k_h' = 3.029 \times 10^{-10}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$		사각형배치
Lee (1995)	$k_h' = 9.407 \times 10^{-10}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$	$k_h' = 8.351 \times 10^{-9}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$	
Chai (1995)	$k_h' = 1.0 \times 10^{-9}$ $k_w' = 8.577 \times 10^{-6}$		
Indraratna (1997)	$k_h' = 2.550 \times 10^{-10}$ $k_s' = 3.818 \times 10^{-14}$	$k_h' = 2.550 \times 10^{-10}$ $k_s' = 5.899 \times 10^{-14}$	사각형배치
Writer (1997)	$k_h' = 1.567 \times 10^{-10}$		사각형배치
Axi-symmetric	$k_h = 1.0 \times 10^{-9}$ $k_w = 5.0 \times 10^{-3}$	$k_s = 0.5 \times 10^{-9}$ $\eta = k_h/k_s = 2$ $s = r_s/r_w = 5$	$n = R/r_w = 26$



L - Horizontal fixed, drainage element
R - Horizontal fixed, impervious
B - Vertical fixed, impervious

그림 3 유한요소망 및 경계조건

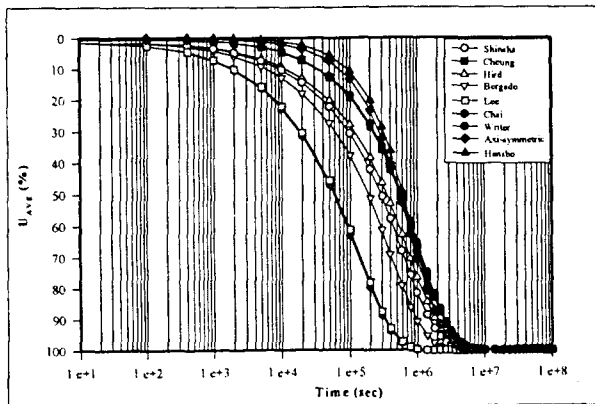


그림 4 각종 모형에 의한 시간-압밀도 관계

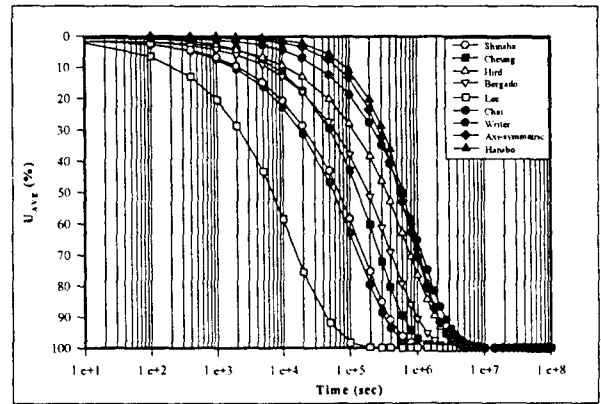
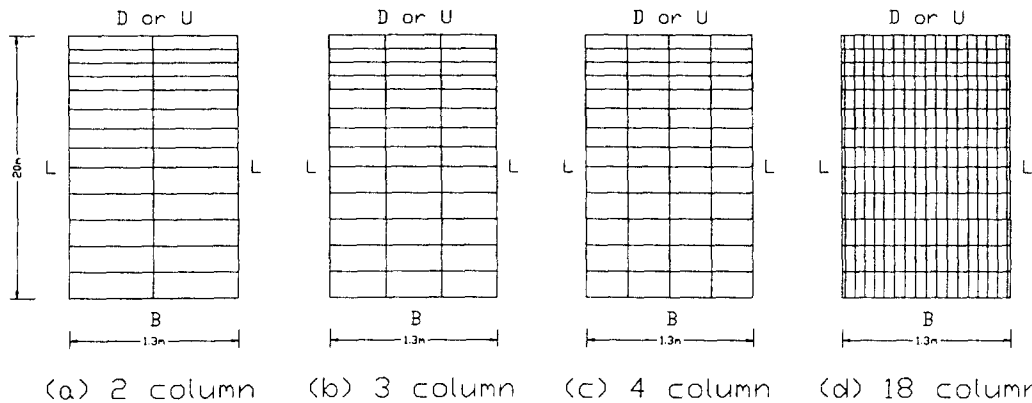


그림 5 수정식에 의한 시간-압밀도 관계

4. 유한요소망의 분할에 따른 비교

유한요소망의 분할에 따른 영향을 검토하기 위하여 아래 그림 6과 같이 유한요소망을 분할하였다. 실제현장의 적용성을 살펴보기 위하여 배수재의 설치간격(2B)을 고려하여 배수재 사이의 요소를 각각 2, 3, 4, 18개의 기둥요소(column element)으로 분할하였고, 배수의 조건을 상부배수(Top Drain : T.D)를 허용하는 경우와 허용하지 않는 경우로 나누었다.

그림 6은 각각의 기둥요소분할에 따른 해석결과를 나타내고 있다. 비교를 위하여 배수재간격의 반에 해당하는 폭 B를 고려한 축대칭해석과 3차원 이론식중에서 Hansbo(1981)의 이론식을 취하였다. 그림 6을 살펴보면, 배수재사이의 기둥요소 개수가 적을수록 본 모형에 의한 결과는 초기에 압밀이 빨리 진행됨으로써 축대칭 및 Hansbo의 이론식과 평균압밀도에서 차이가 증가함을 알 수 있고, 상부배수를 허용하는 경우가 허용하지 않는 경우보다 약간 압밀이 빨리 진행됨을 보여주고 있다. 그러나 평균압밀도 50%를 넘어서면서 기둥요소의 분할 및 상부의 배수여부에 관계없이 평면변형률해석, 축대칭, 및 Hansbo의 이론식이 모두 잘 일치함을 알 수 있다.



D - Drained U - Undrained
 L - Horizontal fixed B - Vertical fixed
 drainage element impervious

그림 6 유한요소망의 분할

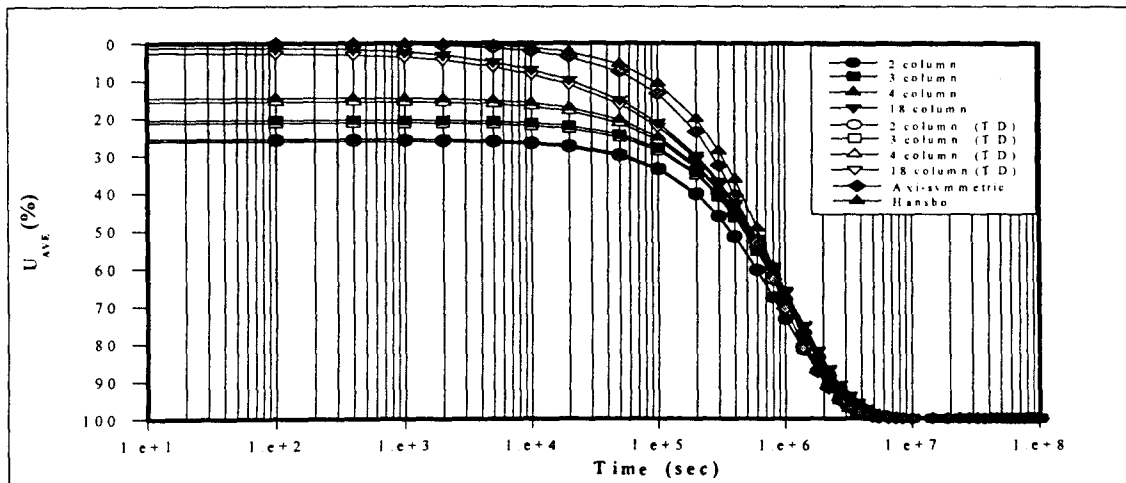


그림 7 요소분할에 따른 시간-압밀도 관계의 비교

5. 결론

연직배수재가 설치된 연약지반에 대한 평면변형률(2D) 해석을 위하여 실질적이고 간편한 2차원 등가모형을 개발하였다. 이 모형은 Hansbo이론, 축대칭 유한요소해석 및 기존의 2차원 등가모형에 의한 결과를 비교하였으며, 또한 새로운 등가모형의 적용에서 유한요소망의 분할에 따른 영향을 관찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 새로운 등가모형에 의한 결과는 Hansbo 및 축대칭 해석결과와 상당히 좋은 일치를 보여주었다. 그러나 Hird(1992)의 모형에 의한 결과가 비교적 이론치에 근접하지만, 다른 모형에 의한 결과는 상당한 차이를 나타내었다.
- (2) 새로이 제안된 모형을 유한요소해석에 적용할 경우, 연직방향의 분할개수가 감소할수록 약 50%의 평균압밀도에 이를때까지 압밀시간이 더 빨라졌으나, 그 이후에는 영향을 미치지 않았다.

< 참고문헌 >

- (1) Barron, R. A.(1948), "Consolidation of fine-grained soils by drain wells". Trans. ASCE 113, pp.718-742.
- (2) Bergado, D. T., & Long, P. V., (1994). "Numerical analysis of embankment on subsiding ground improved by vertical drains and granular piles". 13th ICSMFE, Vol.4, pp.1361-1366.
- (3) Biot, M. A.(1941). "General theory of 3-D consolidation". J.Appl. Phys. 12, pp.155-164.
- (4) Britto, A. M. & M. J. Gunn (1990). "CRISP 90 user' s and programmer' s guide" . Dept., Cambridge Univ.
- (5) Chai, J. C., Miura, N., Sakajo, S. & Bergado, D., (1995). "Behaviour of vertical drain improved subsoil under embankment loading", Soils and Foundations, Vol. 35, No.4, 45-61.
- (6) Cheung, Y. K., & Lee, P. K., (1991). "Some remarks on two and three dimensional consolidation analysis of sand-drained ground Computer and Geotechnics Vol.12, 73-87.
- (7) Hansbo, S.(1979). "Consolidation of clay by band-shaped prefabricated drains". Ground Engng., July, Vol. 12, No. 5, pp.16-23.
- (8) Hansbo, S.(1981). "Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains". 10th ICSMFE, Vol.3, pp.677-682.
- (9) Hird, C. C., Pyrah, I. C., & Russell, D. (1992). "Finite element modelling of vertical drains beneath embankments on soft ground". Geotechnique 42, N0.3, 499-511.
- (10) Indraratna, B. & Redana, I. W. (1997). "Plane-strain modeling of smear effects associated with vertical drains", ASCE, Vol.123, No. 5, May, pp.474-478.
- (11) Shinsha, H., Hara, H., Abe, T. & Tanaka, A., (1982), "Consolidation settlement and lateral displacement of soft ground improved by sand drains", Tsuchi-to-kiso, JSSMFE, Vol. 30, No.2, pp.7-12.
- (12) 이승래, 김운태, 도남영, 이영남., (1995), "배수재가 설치된 연약지반의 3차원적 압밀거동을 모델하기 위한 2차원 등가모델의 개발 및 역해석 기법의 적용", 한국지반공학회 봄 학술발표회 논문집, pp.3-13.
- (13) 정현철, 조기영, 이대명, 정성교.(1995). "배수재가 설치된 연약지반의 2차원등가모형에 대한 비교연구", 대한토목학회 학술발표회 논문집(III), pp.465-468.
- (14) 채영수, 김영남, 이강일, 조철현.(1996). "Vertical Drain의 압밀이론에 관한 비교 연구", 한국지반공학회 가을 학술발표회 논문집, pp.149-158.