

## 사면안정해석에 대한 절편법과 유한요소법의 비교검토

### A Study on Comparison of The Finite Element Method with Methods of Slices of Slope Stability Analysis

김 영민, Young-Min Kim

전주대학교 토목환경공학과 전임강사, Full time lecturer, Dept. of Civil & Envir. Eng. Jeonju Univ.

**SYNOPSIS** : In this paper, an application of finite element procedure for slope stability analysis has been studied. In limits analysis of slope stability, the objective is generally to determine the collapse load, whereas the factor of safety is calculated in methods of slices, This paper shows how the factor of safety calculated in the finite element method can be systematically incorporated into slope stability. Several computations of stability of simple embankments were carried out to compare the finite element analysis results with those obtained by methods of slices based on the limit equilibrium analysis.

**Key words** : slope stability, FEM, limit equilibrium, factor of safety, dilatancy, progressive failure

#### 1. 서론

자연사면이나 인공사면의 안정해석은 토질공학에서 가장 빈번하게 다루어지는 문제들 중에 하나이다. 이러한 전형적 문제를 해석하는 경우, 변형과 안정성을 분리시켜 각각의 해석법에 의하여 적용, 분석되어 왔다[1,2,3,4]. 그러나 실제의 현상은 붕괴과정은 서서히 변형이 증대되어 국부적인 영역에 대변형이 발생되며, 변형과 붕괴과정은 분리되지 않고 진행적인 파괴에 이르는 과정을 거치는 것을 알 수 있다.[7,8,16], 따라서 초기변형부터 붕괴에 도달할 때까지 연속적으로 추적할 수 있는 해석법의 확립이 중요하다. 사면안정 해석법으로는 한계평형이론(Limit equilibrium theory)에 의한 절편법(Slice method)과 소성론에 의한 극한해석법(Limit theory), 유한요소법(Finite element method)등이 제안되어져 있다[13]. 이들 방법 중에서 절편법은 가장 먼저 1950 대 및 1960 대에 제안되어 졌으며, 이 방법들은 각 파괴활동면의 모양과 절편간의 상호 작용력에 대한 가정에 의하여 여러가지 방법으로 나누어진다. 그 중에서 가장 일반적으로 사용되는 방법은 Fellenius, Bishop(1955), Janbu(1957), Morgenstern & Price(1965), Spencer(1967)법 등이다 [5]. 그러나 이러한 기존 절편법에 의한 최소안전율 계산방법에는 다음과 같은 제약조건이 있다. 1) 사면의 활동면이 미리 결정되어야 한다. 2) 초기응력상태, 응력이력 및 지반의 비선형 거동을 고려할 수 없다. 3) 상호 작용력에 대한 가정에 따라 안전율이 다르다.

현장에서 사면에 대한 안전관리를 위해서는 위와 같은 사면의 최소안전율에 대한 계산뿐만 아니라 사면의 파괴거동에 대한 정보가 필요하다. 따라서 사면파괴에 대한 적절한 예측위치를 사전에 파악하여 관리할 수 있도록 해야한다. 유한요소방법은 이러한 관리방법에 대하여 적절한 해석결과를 줄 수 있으며, 사면의 진행성 파괴거동을 해석할 수 있는 방법이다[11].

한계평형이론에 의한 절편법과 탄소성론에 의한 유한요소법의 큰 차이는 유한요소법에 의한 방법은 사면의 안정과 변형을 동시에 고려하여 일관되게 해석할 수 있으며 다양한 조건에 대하여 적용할 수 있는 장점이 있다[6,9]. 유한요소방법에 의한 사면안정해석은 비록 이러한 장점을 가지고 있으나 사면의 안정해석과 같은 파괴에 대응하는 도구구조물 문제를 유한요소법으로 해석하는 데에 있어서는 수치해석상

충분히 안정성이 있는 정밀한 방법을 선택하지 않으면 안 되는 어려움이 있다[14,15]. 따라서 현장기술자 및 연구자사이에서는 아직까지는 기존의 절편법을 더 선호하는 경향이 있다.

본 논문은 사면안전해석 시 더 정밀하고 다양한 결과를 계산할 수 있는 유한요소법의 적용을 확대하기 위해서, 기존의 절편법과 비교검토하고, 유한요소해석 시 계산결과에 미치는 요인에 대하여 검토하고자 한다.

## 2. 사면안정해석 기법

사면안전해석 시 요구되는 안전율을 구하기 위해서는 전단강도에 관한 안전율을 아래식과 같이 정의하여 가상 활동면에 발휘되는 전단응력의 비를 판단하여 사면전체가 안정인지 아닌지 판단하게 된다[5].

$$F = \tau_f / \tau_m$$

여기서  $\tau_f$  는 전단강도,  $\tau_m$  는 발휘되는 전단응력을 표시한다.

위 식과 같은 안전율의 정의는 통상의 원호활동해석의 모멘트 평형조건에 의한 안전율 정의와 다르게 보이지만, 실제의 두 조건에 의한 안전율 값은 일치하는 것으로 알려져 있다[10]. 유한요소법에 의한 안전율해석에 있어서는 일반적으로 전단강도를 서서히 저하시켜 계산을 수행하고, 계산이 수렴되지 않는 시점을 파괴로 간주하여 그 때의 최대의 강도 저하율을 가지고 사면의 안전율로 본다[8,10].

이와 같은 파괴거동에 대한 안정해석을 하기 위해서는 계산수법을 선택하는 경우에 충분히 안전성 있는 방법을 이용하지 않으면 안된다. 본 해석에서는 매우 안정성이 높은 가상적 점소성이론에 의한 탄소성모델을 이용하여 계산을 수행하였다.

## 3. 점탄소성 이론

점탄소성모델에 대하여 점탄소성변형 속도는 응력과 점소성변형율의 함수관계로 식(1)과 같이 표현될 수 있다[14].

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = d\varepsilon^{vp} / dt = F \cdot \partial Q / \partial \sigma \quad (1)$$

여기서 Q 는 소성포텐셜함수이다.

전변형율  $\varepsilon$  는 탄성변형율과 점탄소성변형율에 의하여 다음과 같이 표현된다

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{vp} \quad (2)$$

점탄소성모델에 있어서 어느 시각  $t=t_m$  일때의 기지의 값에 대하여, 다음의 시각  $t=t_{m+1}=t_m+dt$  에 대한 값을 구하는 작업을 반복하는 것이 된다. 따라서 dt 시간에 따른 응력증분은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta \sigma = \sigma_{m+1} - \sigma_m \quad (3)$$

점소성변형율은 가상의 시간간격과 변형율속도의 곱으로 표현될수 있으며, 시간간격에 발생하는 점소성변형율증분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \varepsilon^{vp} = \Delta t [(1-\Theta)\dot{\varepsilon}_{m+1}^{vp} + \Theta\dot{\varepsilon}_m^{vp}] \quad (4)$$

여기서  $\Theta = 0$  는 점진차분법,  $\Theta = 1$  은 후진차분법,  $\Theta = 0.5$  는 Crank-Nicolson 법으로 불려진다.

여기서,  $\varepsilon_m^{vp}$  에 대하여 Talor 급수로 근사시키면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\varepsilon_m^{vp} = \dot{\varepsilon}_m^{vp} \Delta t + \frac{\partial \dot{\varepsilon}_m^{vp}}{\partial \sigma} \Delta\sigma_m \quad (5)$$

응력증분량은 Hooke 의 법칙에 의하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta\sigma = D\varepsilon_m^e = D(\Delta\varepsilon_m - \Delta\varepsilon_m^{vp}) \quad (6)$$

또한, 전 변형율의 증분은 변형율-변위 매트릭스에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta\varepsilon = B_m \Delta d \quad (7)$$

윗식을 식(6)에 대입하여 정리하면 아래와 같은 응력-변형율 구성식을 얻는다.

$$\Delta\sigma_m = \bar{D}_m (B_m \Delta d_m - \dot{\varepsilon}_m^{vp} \Delta t) \quad (8)$$

여기서,  $\bar{D} = (D^{-1} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial \sigma})^{-1}$  이다.

또한 시간증분에 대한 무조건적 안정조건  $\Delta t$  가 Mohr-Coulomb 항복조건에 대하여 Cormeau 에 의하여 다음과 같이 유도 되었다[12].

$$\Delta t = \frac{4(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-2\nu + \sin^2 \phi)} \quad (9)$$

#### 4. 유한요소법에 의한 사면안정해석

본 논문에서 검토한 사면은 균일한 지층으로 구성된 단순사면의 경우이다. 해석에 사용한 유한요소는 파괴해석시 비교적 좋은 결과를 나타내는 8 절점의 저감적분한 요소를 사용하였으며, 해석수법으로 Initial stiffness method 를 이용하였다.

##### 4.1 해석방법의 차이에 의한 영향검토

사면안정에 대한 안전율 계산방법에서 첫번째 방법으로 단순사면에 중력에 의한 자중을 가하고 다음과 같이 지반의 강도를 안전율로 나누어 감소된 지반강도값에 대응하여 최소안전율을 계산한다

$$\begin{aligned} \phi_r &= \arctan(\tan \phi / F_s) \\ c_r &= c / F_s \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 사면의 최소안전율은 계산된 변위가 수렴되지 않는 조건에 해당되는 강도정수값에 의하여 결정되는 안전율로 정의하였다. 또한, 두번째 방법으로 중력에 의한 자중에 안전율을 곱한 증분외력하중을 가하여 변형거동을 해석하고, 변위가 수렴되지 않는 최대 증분 외력하중에 대하여 그 때의 하중증분율을 최소안전율로 정의 하였다. 세번째 방법으로는 지반강도정수 중 점착강도 만 안전율로 나누어 감소시켜 사면안전을 해석하여 변위가 수렴되지 않을 때의 안전율을 최소안전율로 하였다. 여기서는 각 방법에 의한 사면의 안정해석에 대한 영향을 조사하기 위해서 그림-1 과 같은 단순사면에 대하여 수치해석을 행하였다. 경계조건으로는 수직경계 및 바닥경계는 roller 지지로 가정하였다. 단순사면에 대한 지

반정수는 탄성계수값은  $100000t/m^2$  이고, 단위중량은  $2.0t/m^3$ , 포아슨 비는 0.3 으로 가정하였다. 또한, 사면의 기울기는 1:2 이며, 사면높이는 10m 이다. 여기서는 해석상 마찰각이 제로인 경우와 마찰각이 존재하는 경우에 대하여 각각 해석하였다.

#### 4.1.1 마찰각 $\phi=0$ 인 경우

점착력  $40t/m^2$  으로 가정하여 각 해석방법에 의하여 안전율을 계산하였다. 그 결과 각 해석방법에 의한 최소안전율은 1.6 으로 동일하였으며, 그림-2 에 표시한 바와 같이 파괴거동에서도 유사한 결과를 나타내었다.

#### 4.1.2 마찰각 $\phi \neq 0$ 인 경우

여기서는 점착력  $10t/m^2$ , 마찰각은  $20^\circ$ , 타일러탄시각도는  $0^\circ$ 로 가정하였다. 유한요소 해석결과, 각 방법에 의한 안전율과 변위관계는 그림-3 와 같다. 또한 각 방법에 의한 사면의 파괴거동은 그림-4 에 표시하였다. 그림-3,4 에서 보는 바와 같이 각 방법에 의해 해석한 결과는 상당한 차이를 나타내고 있다.

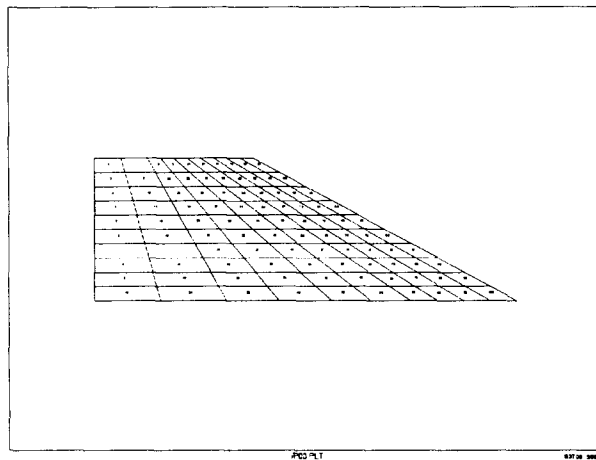
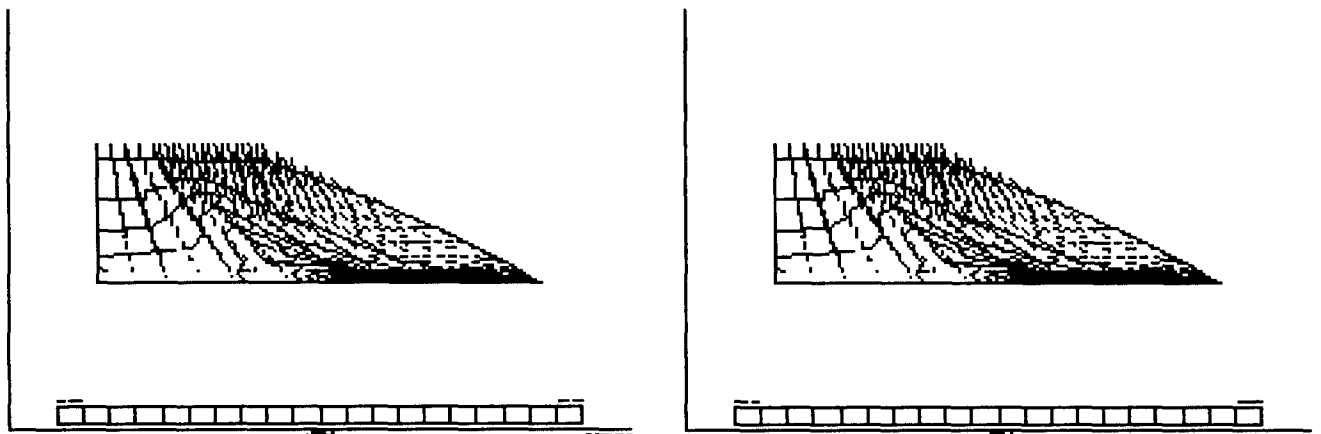


그림-1 단순사면 모델도



(1) 첫번째 방법에 의한 변형도

(2) 두번째 방법에 의한 변형도

그림-2 사면의 전단 변형을 분포도

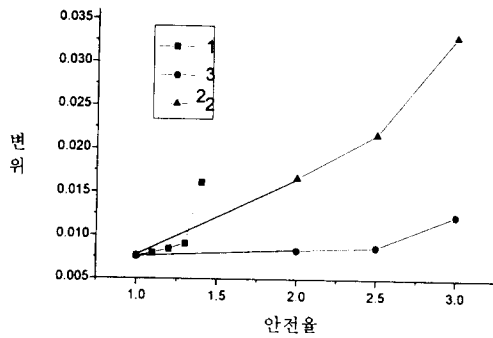
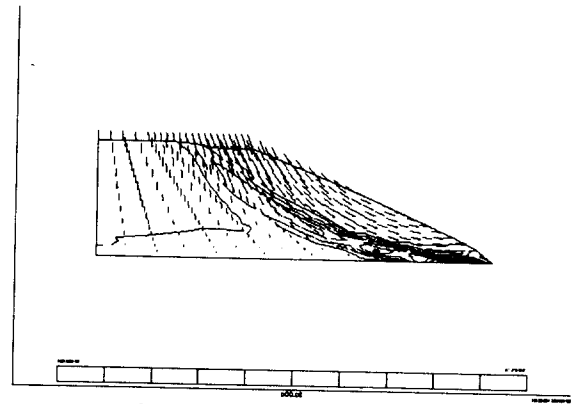
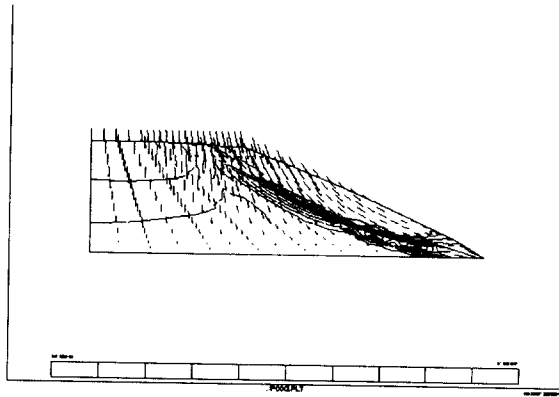


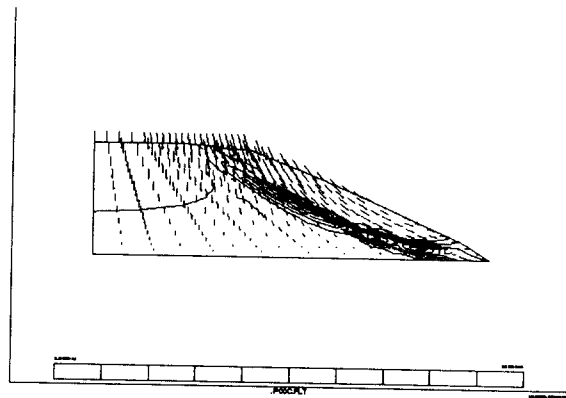
그림-3 변위-안전율관계 곡선



(1) 첫째 방법에 의한 변형도



(2) 두번째 방법에 의한 변형도



(3) 세번째 방법에 의한 변형도

그림-4 각 방법에 의한 변형거동

#### 4.2 탄성계수 및 포아슨 비의 영향

이후 계산에서는 첫번째 방법에 의하여 계산을 수행하였다. 그림-1 과 같은 단순사면에 대하여 지반의 탄성계수와 포아슨 비의 영향을 분석하기 위해서 표-1 와 같이 크게 변화 시켜서 최소안전율을 계산하여 표시하였다. 표-1 에서 알 수 있듯이 최소안전율은 탄성계수에 의하여 전혀 영향을 받지 않으며, 포아슨 비는 0-0.45 범위에서는 영향을 받지 않으나, 포아슨비가 0.5 에 가깝게 되면, 크게 영향을 받게 된다.

표-1 탄성계수 및 포아슨비의 영향

탄성 계수(E)	포아슨 비( $\nu$ )	최소안전율( $F_s$ )
1,000	0.3	1.4
100,000	0.3	1.4
10,000,000	0.3	1.4
100,000	0.1	1.4
100,000	0.45	1.4
100,000	0.49	1.2

#### 4.3 다일러탄시영향

여기서는 사면파괴거동에 미치는 다일러탄시영향을 분석하기 위해서 다일러탄시각을 0°, 10°, 20°로 변화시켜 사면에 대하여 최소안전율을 계산하였다. 그림-5 에 계산된 안전율과 변위에 대하여 표시하였다.

또한 각 경우의 사면의 파괴거동에 대하여서도 그림-6에 표시하였다. 그림-5에 보듯이 최소안전율에 대하여서는 다일러턴시의 영향이 거의 없으나, 파괴거동에 대하여서는 상당한 차이를 나타내고 있다[그림-6 참조].

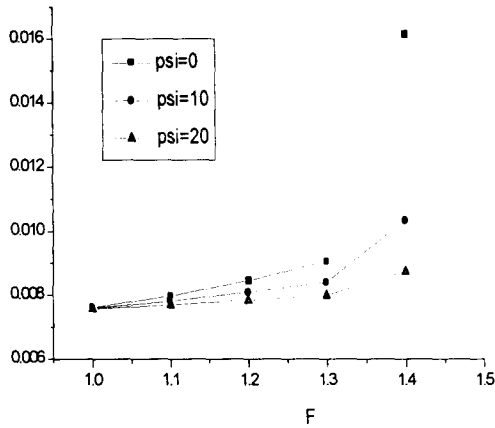
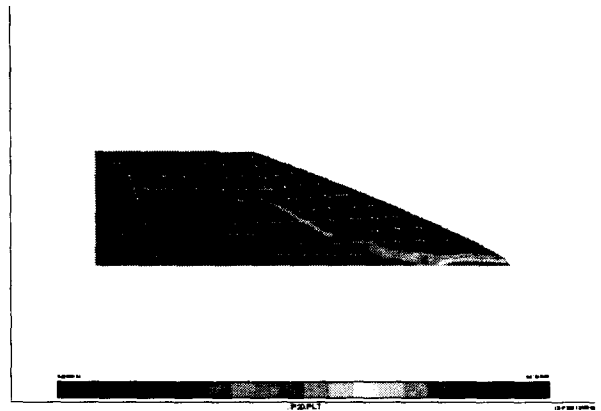
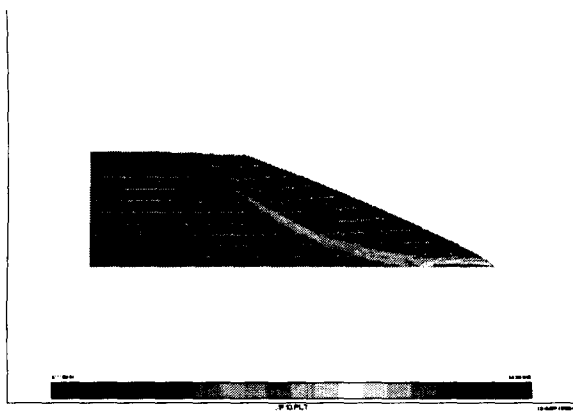


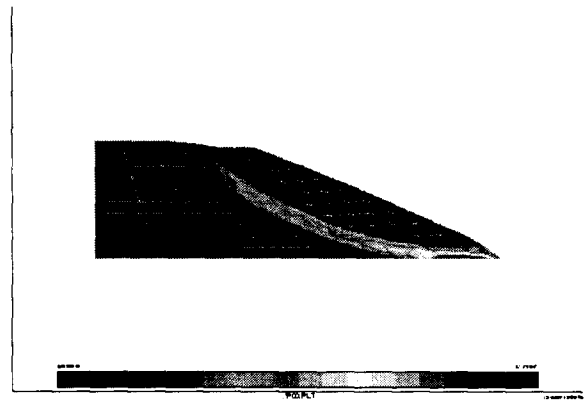
그림-5 변위와 안전율 관계곡선



(1) psi = 20° 경우



(2) psi = 10° 경우



(3) psi = 0° 경우

그림-6 각 경우의 전단변형율선도

#### 4.4 사면 기울기에 대한 검토

그림-1의 단순사면모델에 대하여 기울기를 1:1, 1:2, 수직사면으로 변화시켜 최소안전율을 계산하고, 절편법(PCSTABL5M)[2]의 최소안전율과 비교검토를 하였다. 표-2에 표시하듯이 유한요소법에 의한 최소안전율 계산값은 절편법에 의한 계산값에 비하여 상대적으로 작은 값을 나타낸다.

표-2 절편법과 유한요소법에 의한 결과

사면의 기울기	유한요소법에 의한 최소 안전율	Bishop 방법에 의한 최소 안전율
1:1	0.9	0.96
1:2	1.36	1.38
수직사면	0.46	0.52

#### 4.5 사면의 진행성 파괴거동 분석

사면의 진행성 파괴거동을 분석하기 위해서 각 변형 단계상에 발생하는 전단변형을 분포도를 조사하였다. 그림-7에서 보듯이 초기의 사면의 활동은 사면저부에서 발달되기 시작하여 점진적으로 사면의 어깨부로 진행되어 가는 파괴과정을 거치는 것을 알 수 있다.

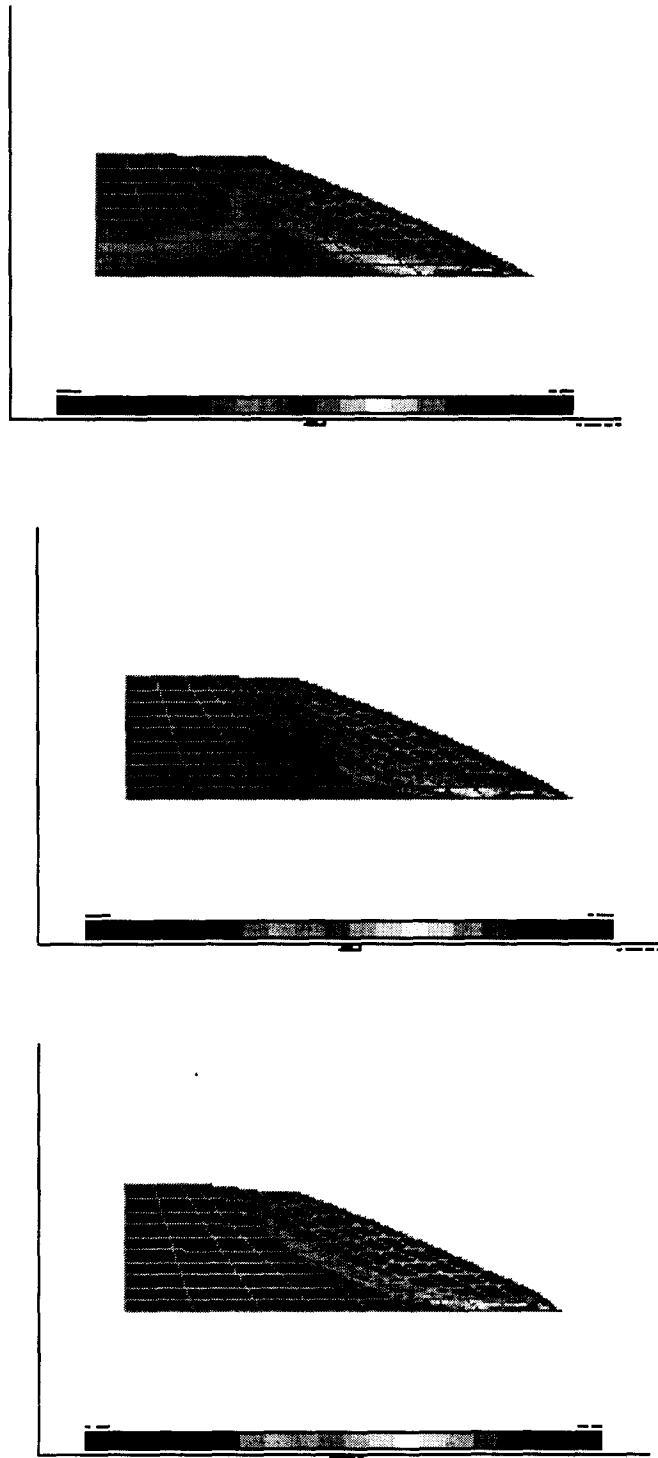


그림-7 사면의 진행성 파괴과정 (전단변형을 분포도)

## 5. 결론

유한요소법으로 단순사면에 대한 안정해석문제를 수치 수물레이션하여 사면안전해석에 미치는 영향에 대하여 검토하였다. 그 결과 유한요소법에 의한 방법으로도 충분히 사면의 최소안전율 및 파괴거동에 대하여 일괄적으로 분석할 수 있다는 것을 보여 주었다. 사면의 최소안전율을 계산할 때에 안전율정의에 의한 영향이 크게 미치며, 사면의 파괴거동은 재료정수인 다일러턴시에 의하여 상당한 변화가 발생된다. 또한 사면의 활동은 사면저부에서 발달되기 시작하여 점진적으로 사면의 어깨부로 진행되어 가는 파괴과정을 거치는 것을 알 수 있다.

## 6. 참고문헌

1. Program FEADAM84 developed in Department of Civil Engineering, University of California Berkeley by J.M. Duncan
2. Program PCSTABL5M developed in Department of Civil Engineering, Purdue University
3. Huang, Y.H.(1983), "Stability Analysis of Earth Slope", VAN Company.
4. Brunsden, D. and Prior, D.B.(1984), "Slope Instability", John Wiley.
5. Anderson, M.G. and Richards, K.S.(1987), "Slope stability", John Wiley
6. Wright C.P, Kulhawy E.D, and Duncan J.M (1973), "Accuracy Equilibrium Slope Stability Analysis", J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 99, SM10; 783-789
7. Chowdhury R.N.(1978), "Slope Analysis", Elsevier Scientific Publishing Company.
8. Griffiths, D.V. and Li, C.O.(1993), "Analysis of delayed failure in sloping excavations", J. Geotechnical Engineering, ASCE, 119, pp 1360-1378
9. Takuo Yamagami and Yasuhiro Ueta(1988), "Search for Critical Slip Lines in Finite Element Stress Fields by Dynamic Programming", Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck
10. 小林正樹(1990), "지반의 안정, 침하해석에 관한 유한요소법 적용에 관한 연구", 동경공업대 박사학위논문
11. Duncan J. Michael (1996), "State of art: limite equalilibrium and finite-element method analysis of slope", Journal of Géotechnical Engineering, Vol. 122, No. 7
12. Zienkiewicz, O.C. and Corneau, I.C., (1974), "Viscoplasticity and creep in elastoc solids - unified numerical solution approach", Int. J. Num. Meth. Eng. Vol 8
13. Chen, W.F.(1975), "Limit analysis and soil plasticity", Elsevier, 1975
14. Smith, I.M. and Griffiths, D.V.(1988), "Programming the finite element method", 1988, John Wiley
15. 김영민(1997), "대변형탄소성유한요소법에 의한 재료의 연화현상을 고려한 파괴거동해석", 한국지반공학회논문집
16. 김영민(1997), "기초지반의 지지력 및 진행성 파괴에 대한 수치해석", 한국지반공학회논문집, Vol13, pp139-146