

된 다음의 식 (4)와 같다.

$$\hat{d}(n|u(n)) = \sum_{j=0}^B w_j(n) \cdot u(n-j) = \hat{w}^H(n) \cdot u(n) \quad (4)$$

에러 신호 $e(n)$ 는 요구된 신호 $\hat{d}(n)$ 와 횡단선 필터 출력 $\hat{d}(n|u(n))$ 사이의 차로써 나타낼 수 있다. 따라서 LMS 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 식은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(n+1) = w(n) - \mu \cdot (-\frac{\delta e^2(n)}{\delta w(n)}) \dots \dots (5)$$

$$= w(n) + 2\mu \cdot e(n) \cdot u(n)$$

탭 가중치를 갱신하기 위해 단일 탭 입력 데이터 $u(n)$ 을 이용하는 것 대신에, 몇몇의 한정된 버퍼들에 저장되는 탭 입력 데이터 벡터들 ($u(n-1)$, $u(n-2)$, $u(n-3)$...)을 이용할 수 있다. 탭 가중치 벡터의 갱신 처리와 재사용 데이터에 이용되는 버퍼들이 갖는 제안된 구조는 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

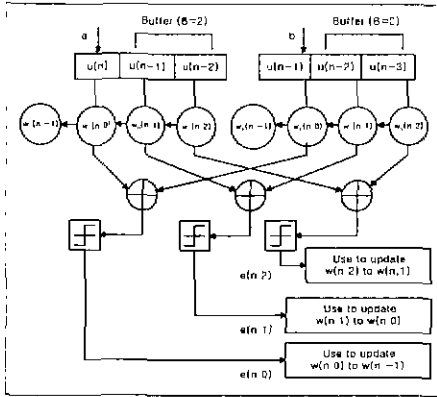


그림 3 제안된 데이터 재순환 필터의 구조
Fig 3 The proposed data-recycling filter structure

그림 3에서 나타낸 바와 같이 두 개의 탭 가중치 a, b를 포함하는 제안된 구조로서 이러한 구조에서 탭 가중치 a의 b는 각각 그들의 버퍼 내에 두 개의 재사용 데이터 (B=2)를 갖는다. 첫 번째로, 탭 a의 버퍼에서 재사용 데이터 $u(n-2)$ 와 탭 b의 버퍼에서 재사용 데이터 $u(n-3)$ 을 에러 $e(n,2)$ 에 이용하여 $w(n,1)=[w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 가 $u(n,2)=[u_0(n,2), u_1(n,2)]^H$ 로 갱신된다. 두 번째로, $e(n,1)$ 와 $u(n-1)=[u(n-1), u(n-2)]^H$ 을 이용하여 $w(n,0)=[w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 은 $u(n,1)=[u_0(n,1), u_1(n,1)]^H$ 로 갱신되어진다. 마지막으로 탭 입력 데이터 벡터 $u(n-0)=[u(n-0), u(n-1)]^H$ 와 $e(n,0)$ 을 이용하여 탭 가중치 벡터 $u(n,0)=[u_0(n,0), u_1(n,0)]^H$ 가 생성된다. $u(n,-1)$ 는 횡단선 필터의 다음 출력 추정치 $\hat{d}(n+1|u(n+1))$ 을 생성하는데 이용될 수 있는 횡단선 필터 탭 가중치 벡터 $u(n+1)$ 에 갱신되어진다. 데이터 재순환 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 처리 과정은 다음 4단계로 구분하여 실현될 수 있다.

- 단계 1: 횡단선 필터 구조의 입력신호벡터 $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 추가와 한다.
- 단계 2: 재순환 데이터 B를 곱한다.
- 단계 3: 식(5)에서 나타낸 에러 $e(n)$ 를 이용하여 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 갱신하기 위하여 재순환 데이터 수만큼 반복하여 갱신한다.
- 단계 4: 횡단선 필터 출력 $\hat{d}(n+1|u(n+1))$ 을 생성하는데 이용되는 필터 계수 벡터 $u(n)$ 를 $u(n+1)$ 에 복사한다.

III. 재순환 데이터 계수특성

A 최적화 계수 속도

데이터 재순환 알고리즘으로부터 $u(n+1)$ 과 $u(n)$ 사이의 관계는 다음 식 (6)과 같다.

$$u(n+1) = u(n) + 2\mu \sum_{i=0}^B e(n,i) u(n-i) \dots (6)$$

에러 추정치 $e(n,i) = d(n-i) - w^H(n,i)u(n-i)$ 의 이용과 식 (6)의 탭 가중치 갱신의 기대값을 취하면 식 (7)과 같이 나타낸다.

$$E[u(n+1)] = E[u(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] - F[u(n-i)]L[u(n,i)]) \quad (7)$$

식 (7)에서 탭 입력 데이터와 탭 가중치는 독립기이라고 가정할 수 있으며, 상관행렬 R은 $R = E[uu^H]$ 의 정의하면, 다음의 같은 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] - R \cdot E[w(n,i)]) \quad (8)$$

R이 정칙행렬일 경우를 가정하면, R과 최적 탭 가중치 벡터 w^0 의 직교성이 $E[\hat{d}(n-1|u(n-1))u(n-i)]$ 과 동일하므로 식(9) 또는 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (Rw^0 - RE[w(n,i)]) \quad (9)$$

$$\text{또는}$$

$$E[w(n+1)] - w^0 = (d(n) - 2\mu R)(E[w(n)] - w^0) - 2\mu \sum_{i=0}^B R(E[w(n,i)] - w^0) \dots (10)$$

식 (10)은 탭 가중치 편차 벡터 $V(n,i) = E[w(n,i)] - w^0$ 를 정의할 때 더욱 간단하게 나타낼 수 있는데, 편차 벡터의 j번째 인수는 $v(n,i,j)$ 이다. $v(n,0)$ 은 $u(n)$ 그리고 $V(n)$ 은 $V(n)$ 가 된다. 그러므로 $E[w(n)] - w^0$ 는 j 번째 인수가 $v(n,0,j)$ 인 $V(n)$ 가 된다. 따라서, $v(n+1)$ 은 식(11)과 같이 나타낸다.

$$V(n+1) = (d(n) - 2\mu R)V(n) - 2\mu \sum_{i=0}^B R V(n,i) \quad (11)$$

다른 측면에서 입력 상관 행렬 R은 일반적 형태 $R = Q^{-1}Q^{-1}$ 로 표현될 수 있으며 여기서 Q는 대각 고유치 행렬이고 Q는 R의 고유치 벡터 행렬이다. $V' = Q^{-1}V$ 를 이용하는 중심축으로 $V(n)$ 을 회전하면 식(11)은 식(12)와 같다.

$$V'(n+1) = Q^{-1}(d(n) - 2\mu R)Q V'(n) - 2\mu \sum_{i=0}^B Q^{-1}RQ V'(n,i) \quad (12)$$

$$= (d(n) - 2\mu \Lambda)V'(n) - 2\mu \sum_{i=0}^B \Lambda V'(n,i)$$

$V'(n+1)$ 그리고 $V'(n)$ 과 $V'(n,i)$ 의 j번째 인수는 각각 $v'(n+1,0,j)$, $v'(n,0,j)$ 그리고 $v'(n,i,j)$ 이다. 이렇게 대응하는 인수를 이용함으로써, 식 (12)를 다음의 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$v'(n+1,0,j) = (1-2\mu\lambda_j)v'(n,0,j) - 2\mu\lambda_j[v'(n,i,j) + v'(n,2,j) + \dots + v'(n,B,j)] \quad (13)$$

$$= v'(n,0,j) - 2\mu\lambda_j[v'(n,0,j) + v'(n,1,j) + v'(n,2,j) + \dots + v'(n,B,j)]$$

$v'(n,B,j)$ 의 항은 식(13)의 반복에 의해 식(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v'(n,B-i,j) = (1-2\mu\lambda_j)v'(n,B-i+1,j) \dots (14)$$

기하학적 비율 $1-2\mu\lambda_j$ 을 이용한 식은 식(13)을 식(15) 또는 식(16)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$v'(n+1,0,j) = v'(n,0,j) - 2\mu\lambda_j \left[\frac{v'(n,0,j)(1-(1-2\mu\lambda_j)^{B-1})}{(1-(1-2\mu\lambda_j))} \right] \quad (15)$$

또는

$$v'(n+1,j) = v'(n,j) \left[\frac{1-2\mu\lambda_j(1-(1-2\mu\lambda_j)^{B+1})}{(1-(1-2\mu\lambda_j))} \right] \quad (16)$$

이를 재배열하면 다음의 식 (17)과 같은 식이 산출된다.

$$v'(n+1,j) = v'(n,j) - 2\mu\lambda_j \left[\frac{v'(n,j) - v'(n,j)(1-2\mu\lambda_j)^{B-1}}{2\mu\lambda_j} \right] \quad (17)$$

식 (17)에서 현재의 탭 가중치와 최적화 가중치 사이의 차이가 그들의 기하학적 비율인 $(1-2\mu\lambda_j)^{B+1}$ 로 감소함을 나타낸다. LMS 알고리즘 $1-2\mu\lambda_j$ [6]에 대한 기하학적 비율과 비교해 보면, 제안된 MSE 비율은 다음의 식 (18) 또는 식(19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$MSE \text{ ratio} = (1-2\mu\lambda_j)^{B+1} \quad (18)$$

또는

$$\log(MSE \text{ ratio}) = (B+1) \log(1-2\mu\lambda_j) \quad (19)$$

B 수렴 특성

적은 횡단선 필터 구조에서 식(19)를 적용한 제안된 데이터 재순환 알고리즘을 이용하여 나타낸 수렴특성과 기존의 LMS 알고리즘을 사용한 수렴특성을 비교하면 제안된 데이터 재순환 알고리즘 방식의 수렴특성이 우월하다는 것을 알 수 있다. 또한 식(19)의 신속성 방식의로부터 제안된 알고리즘이 LMS 알고리즘과 비교할 때 (B+1)배의 개선된 수렴 속도를 갖는다는 것을 나타낸다.

식(17)의 결과는 제안된 알고리즘이 안정적이고 식 (20)과 같은 때에 j번째 계수에 대해 수렴함을 보여준다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1-2\mu\lambda_j)^{(B+1)n} = 0 \quad (20)$$

식(20)에 기인 (21)을 충족하는 μ 를 선택함으로써 수렴속도를 신속하는 것을 알 수 있다.

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \dots \dots \dots (21)$$

위 식에서 λ_{\max} 는 R의 최대 고유치이다. 조건(21)은 LMS 알고리즘 [7]과 동일한 결과이다

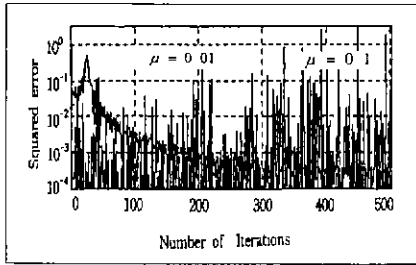


그림 4 스텝 크기 매개변수 μ 에 따른 평균 차승 에러
Fig 4 Mean squared error versus step size μ

그림 4는 매개변수의 집합과 다양한 스텝 크기 매개변수 μ 를 위한 LMS 알고리즘을 이용한 학습을 나타낸 것으로서 μ 값이 0.01과 0.1로 전체적 평균 실험의 500번 이상 수행한 결과로서, 스텝 크기 매개변수 μ 는 계산된 학습 곡선에서 감소시키는 효과를 가져온다. 그러므로 데이터 계산한 알고리즘을 이용한 적응 횡단선 필터의 수렴특성이 보장될 수 있기 때문에, LMS 알고리즘에 이용된 스텝 사이즈를 이용할 수 있다.
제한된 알고리즘은 연산적 부하를 회피할 수는 없다. 그림 3에서 나타낸 데이터 계산한 필터 구조에서 전체 연산들은 $(2N+1)(B+1)$ 이다. 여기서 N은 계수들의 수이고 B는 재사용 데이터의 수이다. LMS 알고리즘의 연산의 복잡성이 $2N+1$ 임을 고려하면, 제한된 알고리즘이 연산의 복잡성을 실질적으로 증가하지 않는다는 것을 알 수 있다.

IV. 시뮬레이션 결과와 분석

컴퓨터 시뮬레이션은 채널 균등화에 대한 이산-시간 채널을 이용한다. 이 채널의 고유치 확산 비율은 11이고 이것의 임펄스 응답은 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$H(Z) = 0.26 + 0.93Z^{-1} + 0.26Z^{-2} \dots \dots (22)$$

그림 5에서 나타낸 시뮬레이션 결과는 적응 횡단선 필터 가중치 계수 11개로, 탭 가중치 벡터를 조정하기 위한 스텝 사이즈 파라미터 μ 는 0.01로, 감속 변이는 0.001로서 통상적인 LMS 알고리즘을 나타내고 있다. LMS 알고리즘의 평균에 의해 적응적으로 조정된 계수를 갖는 적응 횡단선 필터는 수렴을 위해 500 개의 표본들을 요구한다.

곡선이 급사적으로 선형이 되는 -2.5dB 범위의 요구된 샘플의 수를 비교해 보면, 그림 5는 B=0일 때의 곡선이 500개의 표본들에 이르는 것을 보인다. 반면에, B=5, B=8개의 곡선은 각각 83, 56개의 표본에 이르는 것을 보인다. 이러한 결과는 제한된 알고리즘의 수렴 속도가 재사용 데이터 B의 수에 따라 (B-1)배로 증가된다는 것을 나타낸다. 컴퓨터 시뮬레이션의 결과들은 시뮬레이션 결과들이 제한된 알고리즘의 이론적 분석에 부합한다는 것을 증명한다.

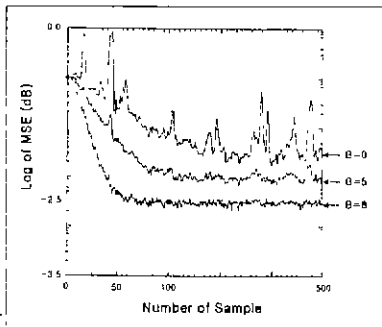


그림 5 재사용 데이터 B의 다양한 수에 대한 MSE 학습한 곡선
Figure 5 MSE learning curves for the various number of re-using data B

그림 6은 그림 5의 시뮬레이션 결과에서 나타낸 데이터 계산한 비퍼

의 크기를 5와 8개로 이용한 삼차원적 시뮬레이션으로서 스텝 크기 μ 와 표본화 수에 따른 수렴 특성을 나타낸 것으로서 스텝 크기 매개변수 μ 가 높을수록 점점 더 수렴특성이 급사적으로 접근함을 알 수 있다

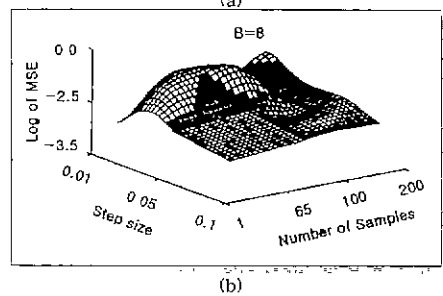
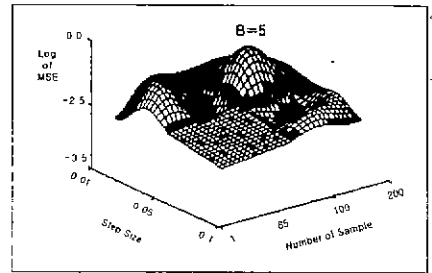


그림 6. 재사용 데이터 비퍼 수 (a) B=5, (b) B=8에 따른 삼차원적 수렴 특성

Fig 6 Convergence Characteristic of three-dimensional versus reuse data buffer number (a) B=5, (b) B=8

V. 결 론

본 논문은 적응 횡단선 필터의 탭 가중치를 빠르게 조정하는 것에 대한 효율적이고 간단한 기술을 제시했다. 탭 가중치는 비퍼에 지정된 입력 표본들을 이용함으로써 조정되었다. 이론적 분석은 데이터-재사용 LMS 기술이 (B+1)배로 수렴 속도를 증가시킬 수 있다는 것을 보인다. 이산-시간 채널에 대한 MSE 학습 곡선과 전체를 갖는 컴퓨터 시뮬레이션의 결과는 이론적 분석이 시뮬레이션 결과와 부합함을 보인다. 이는 데이터 계산한 비퍼 알고리즘을 이용한 제한된 적응 횡단선 필터가 LMS 알고리즘과 동일한 수렴 조건을 가지고 실행될 때 연산적 복잡성의 실질적 부담감을 배제하고 적응 횡단선 필터의 수렴속도를 증가시킬 수 있다는 것을 보인다.

[참고문헌]

- [1] S U H Qureshi, "Adaptive Equalization," Proc IEEE, vol 73 No 9, pp 1349-1387, Sep. 1985
- [2] A Gersho, "Adaptive equalization of high dispersive channels for data transmission," B.S.T.J, vol 48, pp 55-70, Jan 1969
- [3] J. G Proakis and J. H. Miller, "An Adaptive Receiver for Digital Signalling Through Channel With Intersymbol Interference," IEEE, Trans, Inform. vol IT-15, pp 484-497 July, 1969
- [4] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1983
- [5] B Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, 1985
- [6] S Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 1991.
- [7] Satorius, E H and Pack, J D, "Application of Least squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization," IEEE Trans Communications, vol COM-29, pp136-142, February 1981
- [8] Horowitz, L.L., and Senne, K.D., "Performance advantage of complex LMS for controlling narrowband adaptive array," IEEE Trans on Circuit and Systems, vol CAS-28, June 1981
- [9] Brennan, L.E., and Reed, S., "An adaptive array signal processing algorithm for communication," IEEE Trans on Aerospace and Elec. Systems, vol AES-18, pp 124-130, Jan. 1982
- [10] Milt-tem, L.B., and Das, P.K, "An analysis of a real time transform domain filtering digital communication system, Part I Narrowband interference rejection," IEEE Trans on Commun vol Com-28, pp 816-824, June 1980
- [11] Soon Tck Oh, Sang-Dong Na, "Signal interference control for rapid convergence speed using the LMS algorithm in the digital fading system" Basic Science & Eng vol 1, No.2, pp 1159-1164, Nov 1997