1998년도 한국음향학회 학술발표대회 논문집 제 17 권 제 1(s) 호

다중경로 환경에서 DOA를 추정하기 위한 Forward/Backward First Order Statistics Algorithm

김 한수*, 임 준석**, 성 굉모*
* 서울 대학교 전기공학부, ** 세종 대학교 전자 공학과

Forward/Backward First Order Statistics Algorithm for the estimation of DOA in a Multipath environment

Han-Su Kim*, Junseok Lim**, Koeng-Mo Sung*
* School of Electrical Engineering, Seoul National University
** Dept. of Electronics, Sejong University

E-mail : hans@acoustics.snu.ac.kr, jslim96@chollian.net, kmsung@acoustics.snu.ac.kr

Abstract

간섭신호가 원하는 신호에 coherent한 경우에는 원하는 신호와 간섭신호간의 cross correlation에 의해 공분산 행렬의 rank가 줄어들게 되어 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정할 수 없게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해 발표된 기존의 방법중 대칭 어레이(Symmetric array)방법은 계산량이 많아지고 공간 스무딩(Spatial smoothing)방법은 array aperture size에서 손해를 보게 되어 분해능이 떨어지는 단점이 있다[1,2,3].

본 논문에서는 array element수나 계산량의 증가없이도 다중경로 환경과 같은 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정하는 Forward/Backward First Order Statistics 알고리듬을 제안하며 제안된 알고리듬의 성능은 모의실험을 통해 기존의 방법과 비교하여 나타내었다.

I. 서론

이동통신이나 레이더, 소나 분야에서 신호원의 도래각(DOA - Direction Of Arrival)을 추정하는 문제는 오랫동안 주된 관심사가 되어왔고 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히 다중경로 환경과 같이 간섭신호가 원하는 신호와 coherent한 경우는 많은 어려움이 따른다[1,2,3].

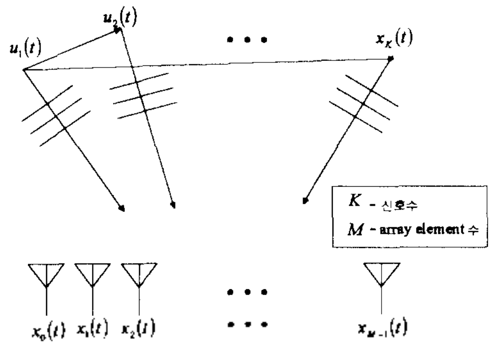
이것은 어레이 output covariance matrix를 이용하는 경우 출력 공분산 행렬의 rank가 줄어들기 때문에 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정하지 못하는 경우가 발생하기 때문이다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 공간 스무딩 (Spatial Smoothing)이나 대칭 어레이 (Symmetric Array)와 같은 방법들이 연구되어 왔다[1,2,3]. 공간 스무딩(Spatial Smoothing)방법은 공분산 행렬을 full rank로 만들기 위하여 전체 array element의 갯수 보다 적은 subarray를 사용하여 averaging하기 때문에 array element의 aperture size, 즉 분해능에서 손해를 보게된다. 또한 대칭 어레이 방법은 원래의 array element의 갯수만큼 추가적인 array element를 삽입하여 공분산 행렬을 Toeplitz화하기 때문에 그만큼 공분산 행렬의 크기가 커지며 많은 계산량이 요구되는 단점이 있다[3].

이에 본 논문에서는 First Order Statistics와 Forward/Backward Scheme을 이용하여 array의 aperture size와 계산량의 손해없이 다중경로 환경과 같은 원하는 신호에 coherenet한 간섭신호의 도래각을 추정하는 방법을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제안하는 알고리듬에 대해 살펴볼 것이고 3장에서 제안된 알고리듬의 성능을 기존의 발표된 방법과 비교하여 모의실험을 통해 보일 것이다.

II. Forward/Backward First Order Statistics 방법

K개의 협대역 coherent 신호가 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_K$방향으로 어레이에 <그림 1>과 같이 도달되었다고 가정한다.



<그림 1> coherent 간섭신호가 array에 입사하는 상황도

coherent한 경우는 다음과 같이 수식으로 나타낼 수 있다.

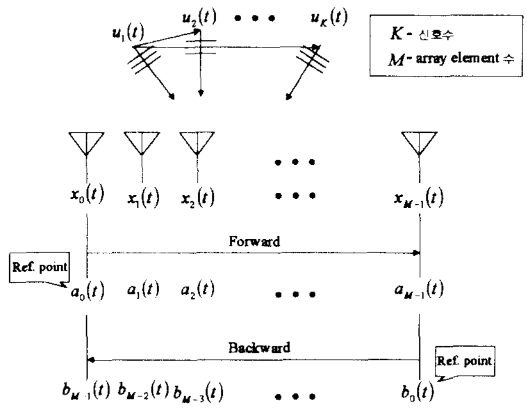
$$u_k(t) = \alpha_k u_1(t), \quad k = 1, 2, \cdots, K, \quad \alpha_1 = 1 \quad (1)$$

여기서 $\alpha_k = \rho_k e^{j\phi_k}$로 ρ_k는 k번째 진폭감쇠이고 ϕ_k는 첫번째 것을 기준으로한 위상 천이이다.

i번째 수신신호 $x_i(t)$는 식(1)을 이용하여 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^{K} u_k(t)\, e^{-j\pi d_i \cos\theta_k} + n_i(t), \quad i = 1, 2, \cdots, M \quad (2)$$

식(1)을 보면 다중경로환경에서와 같이 coherent한 신호가 간섭신호로 들어올 경우 어레이 출력 공분산 행렬의 rank가 줄어들어 coherent한 신호의 도래각을 추정하지 못함을 알 수 있다. 또한, 공분산 행렬의 각 요소들이 다른 전파 경로를 통해 도착한 coherent wave간의 cross correlation에 의해 영향받기 때문에 Toeplitz 행렬이 되지 않는다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 기존의 공간 스무딩 방법은 어레이의 전체 크기를 희생하여 조그만 부 어레이를 사용하여 만든 부 공분산 행렬을 평균을 통해 decorrelation을 한다. 그러나 이 경우는 전체 어레이의 크기를 다 사용하지 못하기 때문에 aperture size에서 손해를 보게된다.



<그림 2> Decoherence를 위한 Sensor array 위치

제안하는 Forward/Backward First order statistics 방법은 그림 2와 같이 먼저 여러 snap동안을 관측하여 평균을 구하고 각 어레이 element를 forward와 backward를 통하여 real화 하는 것이다.

그림2를 통해 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_0 \cos\theta_k},\; a_1 = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_1 \cos\theta_k} \\ &, \cdots, a_{M-1} \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_{M-1} \cos\theta_k} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} b_0 &= \sum_{k=1}^{K} \mu_k^* e^{j\pi d_0 \cos\theta_k},\; b_1 = \sum_{k=1}^{K} \mu_k^* e^{j\pi d_1 \cos\theta_k} \\ &, \cdots, b_{M-1} = \sum_{k=1}^{K} \mu_k^* e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\mu_k = E[u_k(t)], \quad k = 1, 2, \cdots, K$로 정의된다.

$c_i = (a_i + b_i)/2, \quad i = 0, 1, \cdots, M-1$라고 하면, 식(3)과 식(4)를 통해 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_0 &= \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k)\, e^{j\pi d_0 \cos\theta_k}, \\ c_1 &= \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k)\, e^{j\pi d_1 \cos\theta_k} \\ &, \cdots, c_{M-1} = \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k)\, e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k} \end{aligned} \quad (5)$$

$$c_0 = \sum_{k=1}^{K} Re(\mu_k) e^{j\pi d_0 \cos\theta_k},\ c_1 = \sum_{k=1}^{K} Re(\mu_k) e^{j\pi d_1 \cos\theta_k} \tag{6}$$
$$,\cdots,c_{M-1} = \sum_{k=1}^{K} Re(\mu_k) e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k}$$

Hermitian Toeplitz matrix T는 이러한 평균값으로 식(7)과 같이 구성되며 식(6)에서 $Re(\mu_k)$, $k=1,2,\cdots,K$가 실수이기 때문에 T는 rank K(즉 신호수)가 된다. 그러므로 music을 통해 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정할 수 있다.

$$T = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \cdots & C_{M-1} \\ C_1^* & C_0 & \cdots & C_{M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M-1}^* & C_{M-2}^* & \cdots & C_0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

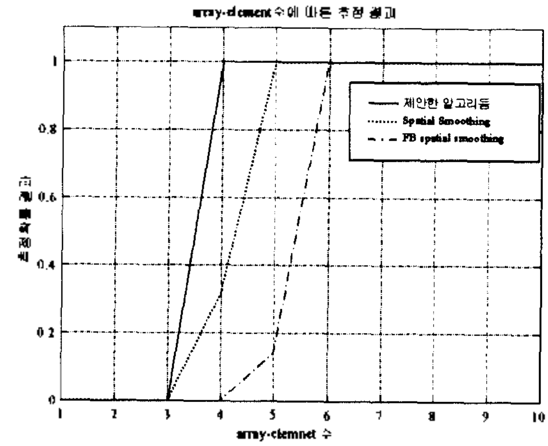
또한 식(5)와 식(6)을 통해보면 신호수 K보다 array element의 수 M이 하나만 더 크면 도래각을 추정가능 함을 알 수 있고 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정하기 위해 필요한 부가적인 array element가 없음을 알 수 있다.

III. 모의 실험

모의실험에서는 원하는 신호가 $\pi/5$ 방향에서 들어오고 $2\pi/5$, $3\pi/5$의 방향으로 coherent한 간섭신호가 크기는 원래 신호의 1/2로 들어오는 것으로 가정하였고 제안한 알고리듬의 성능을 보이기 위하여 Spatial Smoothing방법과 Forward / Backward Spatial Smoothing방법과 비교하여 다음과 같이 실험하였다.

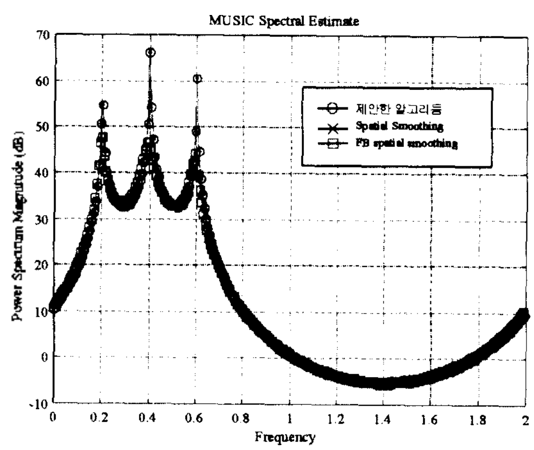
<실험 1> coherent한 간섭신호가 있는 상황에서 원하는 신호와 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정하기 위해 최소로 필요한 array element수를 알아보기 위해 100번의 monte-calro simulation 하였고 그림 3과 같다.

그림 3에서 보듯이 본 논문에서 제안한 알고리듬은 $K+1$ (신호수 K는 3)인 4개일 때부터 추정이 가능하였다. 여기서 array element수가 3개 이하는 추정이 안되는데 그것은 MUSIC에서 신호공간과 잡음부공간을 구분하기 위하여 최소 신호수+1이 필요하기 때문이다. 기존의 방법은 각각 5와 6일 때부터 추정이 가능해지는 것을 볼 수 있는데 이는 이론식인 식과 잘 일치한다. 신호수를 K라 하고 array element수를 M이라 할 때 Spatial Smoothing의 경우는 $M \ge 2K$이고 Forward/Backward Spatial Smoothing의 경우는 $M \ge [3K/2]$이다[3].



<그림 3> array element수에 따른 추정 확률 결과

<실험 2> 원하는 신호 1개와 이것과 coherent한 간섭신호 2개에 대하여 <실험 1>의 결과인 추정 가능한 최소 array element수를 가지고 도래각을 추정한 결과이다. 여기서 제안한 알고리듬은 array element수를 4, Forward/Backward Spatial Smoothing은 5, Spatial Smoothing은 6을 사용하였고 Spatial Smoothing 방법에서의 subarray element수는 모두 4를 사용하였고 16snap shot에 대해 수행하였다.

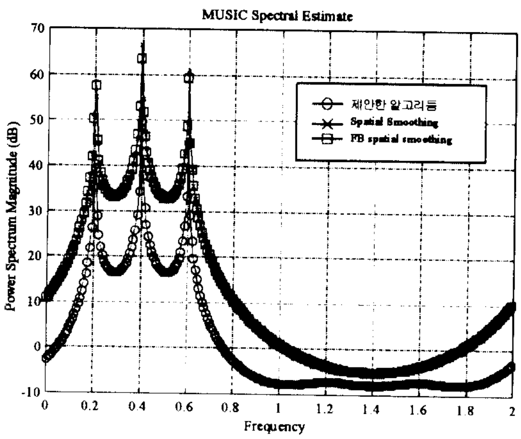


<그림 4> 각기 최소 array element를 가지고 구한 결과비교

FB First order statistics (제안하는 방법) : array #4
Spatial Smoothing : array #6, subarray #4
FB Spatial Smoothing : array #5, subarray #4

그림4에서 보듯이 세 알고리듬이 모두 같은 결과를 나타냄을 알 수 있다. 이것은 Spatial Smoothing 방법에서 array의 실제적인 aperture size는 subarray에 의해 결정됨에 기인한다. Spatial Smoothing 방법이 coherent한 간섭신호와 원하는 신호간의 decorrelation을 하기 위한 부공분산행렬의 평균을 위해 부가적인 array element가 필요하지만 실제적인 분해능은 subarray의 수에 의해 나타나게 됨을 알 수 있다. 그러므로 제안한 알고리듬이 적은 array element수로도 동일한 결과를 나타내었다.

<실험 3> 세방법 모두 동일한 array element를 가졌다고 가정한 후 도래각을 추정한 결과이다. Spatial Smoothing 방법이 6개부터 가능하기 때문에 모두 6개의 array element를 가졌다고 가정하였다.



<그림 5> 제안한 알고리듬의 분해능 비교

FB First order statistics (제안하는 방법) : array #6

Spatial Smoothing : array #6, subarray #4

FB Spatial Smoothing : array #6, subarray #4

그림5에서 보듯이 Spatial Smoothing 방법과 Forward/Backward Spatial Smoothing 방법은 6개의 array element를 사용하였으나 subarray의 수(실험에서는 4)에 의해 분해능이 제한을 받음을 알 수 있다. 제안한 알고리듬은 분해능의 손해가 없이 모두 사용하기 때문에 동일한 array element수를 가진 경우에는 분해능이 기존의 방법보다 더 우수함을 알 수 있다.

IV. 결론

다중경로 환경과 같은 경우에서는 원하는 신호와 coherent한 간섭신호가 나타나게 되고 이러한 경우에 기존의 방법과는 달리 분해능의 손해나 계산량의 증가없이도 coherent한 간섭신호의 도래각을 추정하는 알고리듬을 제안하였다.

제안한 알고리듬은 모의실험을 통해 기존의 방법보다 array element 갯수에 의한 분해능과 계산량 측면에서 더 우수함을 알 수 있었으며 추후 잡음과 실제적인 다중경로 환경에서의 연구를 수행할 예정이다.

추정된 coherent한 간섭신호의 도래각은 이동통신의 array signal processing이나 기타 레이다나 소나의 빔 형성시 coherent한 간섭신호를 제거하기 위하여 null을 형성시키는데 응용될 수 있을 것이다.

V. 참고문헌

[1] T.J. Shan, M. Was, and T. Kailath, "Spatial smoothing approach for location estimate of coherent sources," in *Proc. 17th Asilomar Conf.*, 1983, pp.367-371.

[2] T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, pp. 806-811, Aug. 1985

[3] S.U. Pillai, *Array Signal Processing*, Springer-Verlang New York, 1989.