1998년도 한국음향학회 학술발표대회 논문집 제 17 권 제 1(s) 호

다경로 환경하에서 적응 희소어레이의 성능

권태능, 장병건, 이훈희
인천대학교 전기공학과

1. 서론

적응 어레이 신호처리 방법은 radar, sonar, 지질학, 그리고 통신분야에서 광범위하게 사용되어왔다. 적응 신호처리는 입력되는 잡음신호가 방향이나 주파수에 관하여 비안정적(nonstationary)일 때 더욱 효과적으로 잡음신호의 영향을 줄일 수 있다.

적응어레이에서 원하는 신호와, 부분적 또는 완전히 상관관계가 있는 잡음신호가 들어오면, 원하는 신호 성분이 부분적으로 또는 완전히 감쇄되는 현상이 나타난다. 따라서, 다경로 신호와 같은 간섭(coherent) 신호가 잡음으로 들어올 경우에는, 어레이 시스템의 성능이 많이 저하된다.

본 장에서는 간섭신호를 원하는 신호를 감쇄시키지 않고, 효과적으로 제거할 수 있는 공간유화방법(spatial smoothing) [1]을 설명하고 어레이의 성능을 향상시키기 위하여 희소어레이 구조를 선형제약형 적응어레이 처리기[2]에 적용한다.

2. 협대역 어레이 신호 모델

동일한 간격의 소자 M개를 가진 collinear 어레이에 K개의 협대역 신호가 별개의 각도 { θ_i, i=0, 1, …, K-1}에서 들어오는 것을 가정한다. 여기서 들어오는 신호는 서로 독립적이라고 가정한다. 원하는 신호는 입사하는 각도는 θ_0 라고 가정하며,

$$s(t) = p_0 e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} \tag{1}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 p_0는 신호의 크기이다. 원하는 신호 외에 K-1개의 협대역 잡음 신호는 다음 식과 같이 나타난다.

$$n_i(t) = p_i e^{j(\omega_0 t + \phi_i)}, \quad i = 1, 2, 3, \cdots, K-1 \tag{2}$$

위와 같은 원하는 신호와 잡음신호를 다음과 같은 열벡터로 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t) &= [\, s(t)\, \mathbf{n}(t)^T]^T, \\ \mathbf{n}(t) &= [\, n_1(t) \;\; n_2(t) \cdots n_{K-1}(t)]^T \end{aligned} \tag{3}$$

어레이에 들어오는 i번째 신호의 방향벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{a}(\tau_i) = [1 \;\; e^{-j\omega_0\tau_i} \;\cdots\; e^{-j(M-1)\omega_0\tau_i}]^T, \quad \tau_i = \frac{d\cos\theta_i}{v} \tag{4}$$

여기서 v는 평면파의 전파속도이고, d는 선형어레이의 이웃한 소자간의 간격이다. 공간적인 aliasing 문제를 피하기 위해서는, 소자의 간격 d가 파장의 반을 넘지 않는다고 가정한다. 방향벡터의 행렬 **A**는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{A} = [\, \mathbf{a}(\tau_0) \;\cdots\; \mathbf{a}(\tau_{K-1})] \tag{5}$$

이때 각 소자에서의 백색 Gaussian 측정 잡음을 덧붙여 가정할 경우, 어레이의 입력신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(t) = s(t)\,\mathbf{a}(\tau_0) + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{n}(t) + \mathbf{v}(t) \tag{6}$$

여기서, 잡음신호의 방향행렬인 $\tilde{\mathbf{A}}$는 $M \times (K\text{-}1)$ 행렬이다. s(t) 와 n(t)는 서로 상관이 없고, 이들은 측정 잡음 v(t)와 상관이 없으며, v(t)는 $[v_0(t)\; v_1(t) \cdots v_{M-1}(t)]^T$ 이다. 적응어레이를 통과한 출력은

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \tag{7}$$

이며, 여기서 **w**는 계수 벡터이며, H는 complex conjugate transpose를 나타낸다.

원하는 신호 방향의 이득을 1로 하면서 어레이 출력 전력을 최소화하는 최적 계수 벡터는 다음의 최적화 문제를 풀면 된다.

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \\ &\text{subject to} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\tau_0) = 1 \end{aligned} \tag{8}$$

식(8)를 Lagrange multiplier 방법으로 풀면 최적계수는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{opt} &= \alpha \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \\ \alpha &= \frac{1}{\mathbf{a}^H(\tau_0)\mathbf{R}_{xx}^{-1}\mathbf{a}(\tau_0)} \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 $\mathbf{R}_{xx} = E[\,\mathbf{x}(t)\;\mathbf{x}^H(t)]$는 입력신호의 상관행렬이다

3. 선형제약형 어레이

여기에서는 원하는 신호와 잡음신호가 완전히 관련이 있는 경우(coherent)를 살펴본다. 입력신호 $\mathbf{x}(t)$의 상관행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{xx} &= p_0^2\,\mathbf{a}(\tau_0)\ \mathbf{a}^H(\tau_0) + \mathbf{R}_n \\ \mathbf{R}_n\ &\triangleq \widetilde{\mathbf{A}}\ \mathbf{R}_{nn}\ \widetilde{\mathbf{A}}^H + \sigma^2\mathbf{I}\end{aligned} \tag{10}$$

여기서 $\mathbf{R}_n$은 측정잡음과 입력잡음신호에 대한 상관행렬이며, $\mathbf{R}_{nn}$은 입력 잡음신호의 상관행렬이다. 편의를 위해 측정잡음의 강도는 모든 소자에서 같다고 가정한다. 또한 이때 방향 백터 $\{\mathbf{a}(\tau_i)\}$는 선형독립으로 가정하면 $\widetilde{\mathbf{A}}$는 완전한 rank를 가지게 된다. 식(10)을 식(9)에 대입하면 최적계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{opt} &= \beta\cdot\ \mathbf{R}_n^{-1}\ \mathbf{a}(\tau_0) \\ \beta &= \alpha\left[1 - p_0^2\frac{\mathbf{a}^H(\tau_0)\mathbf{R}_n^{-1}\,\mathbf{a}(\tau_0)}{1 + p_0^2\ \mathbf{a}^H(\tau_0)\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{a}(\tau_0)}\right]\end{aligned} \tag{11}$$

잡음신호가 원하는 신호와 완전히 관련이 있다면, 상대적 위상은 고정이 된다. 따라서

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) &= s(t)\ \mathbf{a}(\tau_0) + \sum_{i=1}^{K-1}\mathbf{a}(\tau_i)\ \mathbf{n}_i(t) \\ &= \mathbf{c}\,s(t)\end{aligned} \tag{12}$$

가 되며, 여기서

$\mathbf{c} = \mathbf{a}(\tau_0) + \gamma_1\,\mathbf{a}(\tau_1) + \cdots + \gamma_{K-1}\,\mathbf{a}(\tau_{K-1})$이며, γ_i는 다음과 같은 고정된 복소상수이다.

$$\gamma_i = \frac{p_i}{p_0}e^{j(\phi_i-\phi_0)},\quad i = 1,\cdots,K-1 \tag{13}$$

이 경우에 상관 행렬 $\mathbf{A}E[\,\mathbf{s}\mathbf{s}^H]\,\mathbf{A}^H$는 0이 아닌 하나의 고유치 λ_1를 갖기 때문에 rank는 1이 된다. 이때, 신호공간(A의 행백터 영역)은 1차원 부공간이 된다. 이 경우에 식(10),(11)을 이용하면 계수 백터는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{opt} &= \alpha\,\mathbf{R}_{xx}^{-1}\mathbf{a}(\tau_0) \\ &= \alpha\left[\frac{1}{\lambda_1+\sigma^2}\ \mathbf{e}_1\,\mathbf{e}_1^H + \sum_{i=2}^{M}\frac{1}{\sigma^2}\ \mathbf{e}_i\,\mathbf{e}_i^H\right]\mathbf{a}(\tau_0) \\ &\cong \alpha\sum_{i=2}^{M}\frac{1}{\sigma^2}\,\rho_i\ \mathbf{e}_i\end{aligned} \tag{14}$$

여기서 $\rho_i = \mathbf{e}_i^H\mathbf{a}(\tau_0)$이며, 어레이출력은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}y(t) &= \mathbf{w}_{opt}^H\mathbf{x}(t) \\ &= \alpha^*\sum_{i=2}^{M}\frac{1}{\sigma^2}\,\rho_i^*\,\mathbf{e}_i^H[\ \mathbf{c}s(t) + \ \mathbf{v}(t)]\end{aligned} \tag{15}$$

여기서 c는 고유치 λ_1에 해당하는 고유벡터 $\mathbf{e}_1$에 의하여 span되고, $\{\mathbf{e}_2,\cdots,\mathbf{e}_M\}$와 수직이며, *는 complex conjugate를 나타낸다. 따라서 실제 어레이 출력은

$$y(t) = \alpha\sum_{i=2}^{M}\rho_i^*\,\mathbf{e}_i^H\mathbf{v}(t) \tag{16}$$

가 되어 어레이 출력으로부터 원하는 신호가 없어지게 되고, 측정잡음 신호의 가중된 조합만 남게 된다.

간섭신호의 경우에서 이와 같은 문제를 해결하기위하여는 입력신호의 상관행렬의 rank를 K가 되게 하면 된다. 이를 위하여 부어레이들의 상관행렬을 평균하는 방법인 공간유화 방법을 사용할 수 있다.

4. 공간유화 방법(Spatial Smoothing Method)

공간유화방법은 서로 상관관계가 있는 간섭신호를 비간섭적으로 만들기 위한 하나의 방법으로서 어레이를 여러 개의 부어레이로 나누어 각 부어레이의 해당 입력신호의 상관행렬을 평균하여 만들어진 행렬을 최적계수를 구하는데 이용하게 된다.

입력신호 백터를

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t)\ \cdots\ x_N(t)]^T \tag{17}$$

라고 하자. 소자 $P+N-1$개로 이루어지는 부어래이를 그림1과 같이 구성한다.

그러면 i번째 부어레이의 입력신호 벡터는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{z}_i(t) = [x_i(t)\ x_{i+1}(t)\ \cdots\ x_{i+N-1}]^T \quad 1\le i\le P \tag{18}$$

이다. 여기서 P는 부어레이의 갯수이다. 이것을 백터형태로 쓰면

$$\mathbf{z}_i(t) = \ \mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\ \mathbf{s}(t) + \ \mathbf{n}_i(t) \tag{19}$$

이고, 여기서

$$\mathbf{s}(t) = [s(t)\ n_1(t)\ n_2(t)\ \cdots\ n_{K-1}(t)]^T \tag{20}$$

$$\mathbf{D} = diag\{e^{-j\omega\tau_0}\ e^{-j\omega\tau_1}\ \cdots\ e^{-j\omega\tau_{K-1}}\} \tag{21}$$

$$\mathbf{A} = [\ \mathbf{a}(\tau_0)\ \ \mathbf{a}(\tau_1)\ \cdots\ \mathbf{a}(\tau_{K-1})] \tag{22}$$

$$\mathbf{a}(\tau_i) = [1\ e^{-j\omega\tau_i}\ e^{-2j\omega\tau_i}\ \cdots\ e^{-j(N-1)\omega\tau_i}]^T \tag{23}$$

이 되고 $z_i(t)$의 상관행렬은 다음과 같이된다.

$$\mathbf{R}_{z_iz_i} = \ \mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\ \mathbf{S}\mathbf{D}^{i-1\,H}\ \mathbf{A}^H + \sigma^2\,\mathbf{I} \tag{24}$$

공간적으로 유화된 상관행렬(spatially smoothed covariance matrix)을 다음과 같이 정의한다.

$$R^{(P)} = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P} R_{\bar{x}_i \bar{x}_i} = A S^{(P)} A^H + \sigma^2 I \tag{25}$$

여기서

$$S^{(P)} = \frac{1}{P}\sum_{k=1}^{P} D^{k-1}\, S(\, D^{K-1})^H \tag{26}$$

이다. 여기서 $S^{(p)}$는 rotation matrix D의 역할로 인하여 $P \geq K$일때 rank가 K가 되며, $AS^{(P)}A^H$의 rank도 K가 된다. 따라서 잡음신호의 고유벡터는 행렬 **A**의 행과 수직이 되고, 간섭신호 방향 θ_i, $1 \leq i \leq K-1$ 에 null이 생긴다.

위 공간유화 방법을 적응 처리기에 구현하기 위하여 선형 제약조건이 있는 LMS 알고리듬을 이용할 수 있다.

적응 어레이 처리기의 구현은 식(8)의 선형제약형 최적화 문제를 steepest descent 방법과 입력신호의 순시적인 상관행렬을 이용하여 풀면 아래의 적응 알고리듬을 구할 수 있다.

$$w_{k+1} = \left[I - \frac{a(\tau_0)\, a(\tau_0)^H}{N} \right] [\, w_k - \alpha y^* x(t)] + \frac{a(\tau_0)}{N} \tag{27}$$

여기서 k는 반복지표이다. 식(27)를 반복적으로 수행하여 최적계수 벡터를 구한다. 실제적인 어레이 출력신호는 출력의 실수부인

$$y(t) = Real\{\, w^H x(t) \} \tag{28}$$

이 된다.

5. 희소 어레이 구조의 적용

제시된 선형 제약형 적응어레이 처리기와 공간유화방법을 이용한 어레이 처리기에서 센서의 수를 줄임으로써 희소 적응 어레이 처리기를 구현한다. 모의 실험에서 최적화된 소자간격을 갖는 희소 어레이를 사용함으로써 그렇지 않은 경우보다 어레이 성능을 향상시킬 수 있다.

6. 모의 실험 결과

입력신호는 평면파이며, 소자는 전방향성이고 동일하다고 가정하였다. 15개의 소자로 이루어진 선형어레이를 가정하였고, 소자 간격은 입력신호의 중앙 주파수에 해당하는 파장의 반으로 하였다. 또한 정상어레이의 크기를 갖는 어레이 소자의 갯수를 26.7%(4개)를 줄인 희소어레이를 적용하였다. 잡음신호의 입사 방향에 대한 성능을 점검하기 위하여 입사각이 어레이 축으로부터 35° 에서 입사하는 것을 실험하였다. 제약조건이 주어진 LMS알고리듬과 그것으로 구현한 공간유화방법의 성능을 비교하여 실험하였다. 공간유화방법에서는 6개의 부어레이를 구성하였고, 원하는 신호 $s(t)=0.1e^{j0.5\pi t}$의 입사 방향은 0° 로 가정하였다. 잡음신호 $n(t)=e^{j0.5\pi t}$의 입사 방향은 35° 로 가정하였으며, 소자측정 잡음 $v(t)$=0로 하였다.

그림1은 소자 15개의 정상어레이 선형제약형 LMS알고리듬을 이용하여 얻은 결과이며, 그림2는 공간유화방법을 적용하여 얻은 결과이다. 빔모형에서 화살표는 잡음신호의 입사방향을 나타낸다. 그림1에서 출력의 감쇄되는 현상이 그림2에서는 개선된 것을 볼 수가 있다. 그림3은 4개의 소자를 줄인 희소어레이에서 간격을 변화방법[3]으로 최적화 시킨 다음, 공간유화 방법을 이용하여 얻어진 결과이다. 출력신호는 20여 samples에서 안정이 되고, 빔패턴 또한 잡음신호 방향에서 -35dB 정도의 양호한 null을 만들고 있으며, 측면롭들도 -17dB정도에서 균일하게 되어 안정된 형태를 나타내고 있으며, 원하는 신호의 감쇄현상을 개선하면서, 정상어레이와 비슷한 성능을 보이고 있다.

7. 결론

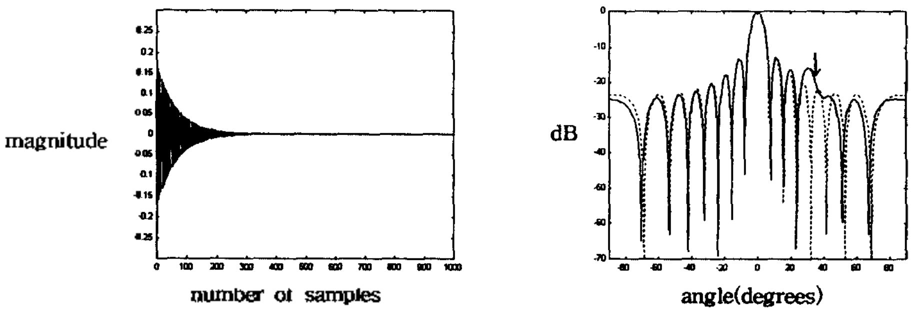
적응어레이 처리기에서 희소어레이의 성능을 살펴보았다. 정상어레이와 비교할만한 성능을 나타내었다. 특히 변화방법에 의하여 최적화된 희소어레이는 다른 경우보다 우수한 성능을 나타내었다.

참 고 문 헌

[1] T. J. Shan, T. Kailath, "Adaptive beamforming for coherent signals and interference", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, No.3, June 1985.

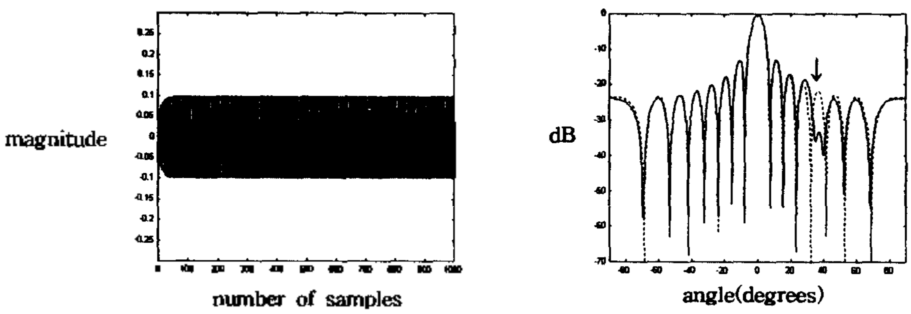
[2] O. L. Frost, III, "An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing,", *Proc. of the IEEE*, vol. 60, No. 8, Aug. 1972.

[3] 장병건, 권태능, 변윤식, " Perturbation approach for optimum thinned microphone arrays", *한국음향학회 정기총회 및 학술발표회*, Vol.16, No.2(s), 1997, pp.97-100.



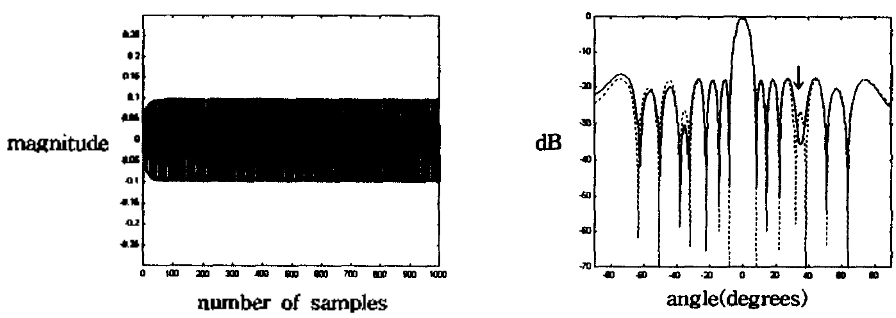
a) b)

그림1 15개의 소자를 가진 정상어레이에 선형제약형 LMS알고리듬을 이용한 결과
a) 어레이 출력 b)빔패턴.



a) b)

그림2 15개의 소자를 가진 정상어레이에 공간유화로 적응시킨 결과 a) 어레이 출력 b)빔패턴.



a) b)

그림3 11개 소자를 가진 희소어레이의 소자간격을 변화방법으로 최적화한 다음 공간유화로 적응시킨 결과
a) 어레이 출력 b)빔패턴.