

ATW(Automatic Tracking Window)를 이용한 radar 산란점 추정 성능 개선

임준석
세종대학교 전자공학과

A Improved Method for the Estimation of Radar Back Scattering using ATW(Automatic Tracking Window)

Jun-seok Lim
Dept. of Electronics Engineering, Sejong University
jslim96@chollian.net, jslim@kunjja.sejong.ac.kr

요약

소나나 레이더분야에서 목표물로부터 오는 신호의 산란점을 추정하는 것은 추정한 산란점 특성을 분석하여 목표물을 식별하기 위해서 연구되어 오고 있다. 지금까지 연구되어온 모델링에 의한 산란점 추정을 보면 많은 경우 Prony 모델에 근거하여 추정하고 있다. Prony 모델을 레이더나 소나에 적용할 때에 몇 가지 단점을 갖고 있다. 그 첫째는 Prony모델이 잡음에 약하다는 점이고 둘째는 Prony모델이 모델차수에 대한 사전정보를 요구한다는 점이다.

본 논문에서는 위에 든 단점중에서 잡음에 취약한 점을 보완하기 위해서 입력 신호 성분만을 자동 추적하는 창함수(Automatic Tracking Window)를 전처리기로 사용한 Prony 산란점 추정 방법을 제안한다. 또 그 성능을 기존 Prony방법만을 사용한 산란점 추정방법과 비교하여 잡음에 대한 성능 향상을 보인다.

I. 서론

소나나 레이더를 이용한 여러 응용 중에 소나나 레이더에 잡힌 물체를 식별하기 위한 여러 가지 노력이 있어 왔다. 특히 소나에서는 주로 수동적으로 듣고 이를 분석하므로써 알고 있는 목표물 중에 어떤 것과 일치하는가 또는 수신된 데이터가 야군의 배인가 아닌가 구별법 등을 주 대상으로 하여왔다. 그러나 요즘은 유도무기분야에서 좀 더 정확한 공격을 위해서 상대방 목표의 가장 취약한 곳을 가려내려 하고 있다. 이런 목적을 달성 하기 위해서 유도 무기가 지향하는 목표물의 기하학적인 정보를 분석할 필요가 있다. 이를 위해서 가장 많이 연구되는 특징이 목표물에 분포하고 있는 산란점을 추정하는 것이다. 또 레이더 분야에서는 수신된 신호로부터 목표물의 영상을 재구성하여 이를 바탕으로 레이더에 잡힌 표적이 어떤 표적인지를 식별해내려는 연구가 진행되고 있다. 이런 결과를 얻기 위해서 레이더가 표적 탐지하고 계속 추적하는 가운데 수신된 여러 다른 지향각으로부터 오는 신호들로부터 산란점 집합을 추정하여 이를 영상 구성의 기본 자료로 삼는 것이다. 이같이 산란점 추정은 음향 및 레이더 센서체계에 서 꼭 필요한 기술 요소가 되고 있다.

지금까지 연구되어온 모델링에 의한 산란점 추정

을 보면 많은 경우 Prony 모델에 근거하여 추정하고 있다 [1, 2, 3]. 이는 Prony모델이 산란점으로부터 반사되어 오는 신호를 비교적 간단하면서도 정확하게 모델링할 수 있기 때문이다. 그러나 Prony 모델은 레이더나 소나에 적용할 때에 몇 가지 단점을 갖고 있다. 그 첫째는 Prony모델이 잡음에 약하다는 점이고 둘째는 Prony모델이 모델차수에 대한 사전정보를 요구한다는 점이다. 모델 차수를 정하는 것은 추정 결과에 많은 영향을 미치기 때문에 특히 중요한 문제라 할 수 있다.

본 논문에서는 ATW를 사용하여 수신 신호중 순수한 신호성분만을 추출하는 전처리 과정을 거쳐 Prony 모델을 추정하는 방법을 제안한다. 이로써 앞서 언급한 Prony모델의 단점중 잡음신호에 약한 단점을 완화하도록 한다.

제안한 방법의 성능을 보이기 위해서 산란점을 갖는 레이더 표적을 모델링하고 이로부터 반사되어 오는 신호를 합성하여 여러 경우의 잡음하에서 추정 결과를 얻고 이를 기존의 Prony모델방법의 결과와 서로 비교한다.

II. ATW (Automatic Tracking Window)

ATW는 입력신호의 톤 성분에만 창이 열리도록 하는 성질을 가지는 전처리 과정이다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다[4].

다음과 같은 톤 신호가 있다고 하면,

$$x[n] = \sum_{i=1}^L A_i \exp^{j\omega_i n} + M[n], \quad 0 \leq n \leq N_a - 1 \quad (1)$$

위 신호의 자기상관 함수와 전력 밀도 함수는 각각 다음과 같다.

$$r_x[m] = \sum_{i=0}^{N_a-m} |A_i|^2 e^{j\omega_i m} + \rho_n \delta(m), \quad -(N_a-1) \leq m \leq N_a-1 \quad (2)$$

위 자기 상관 함수에 식(3)과 같이 변형된 창함수를 씌워서 전력 밀도 함수를 구하면 식(4)와 같은 변조된 전력 밀도 함수를 얻을 수 있다.

$$h'[m] = \begin{cases} h[m], & 1 \leq m \leq N_a-1 \\ 0, & m \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
R(\omega) &= \sum_{m=0}^{N_s-1} r[m]h'[m]e^{-j\omega m} \\
&= |A_s|^2 \sum_{m=0}^{N_s-1} h'[m]e^{-j(\omega-\omega_s)m} \\
&= |A_s|^2 H'[\omega-\omega_s]
\end{aligned} \quad (4)$$

위의 결과에서 보면 백색잡음의 영향은 제거된 것을 알 수 있고 톤의 주파수 위치에 창함수가 변조되어 있는 것을 볼 수 있다. 식(4)에서 실수와 허수를 각각 분리하면 다음과 같이 된다.

$$Q_r(\omega) = \sum_{i=0}^L |A_i|^2 \text{Real}\{H'(\omega-\omega_i)\} \quad (5)$$

$$Q_i(\omega) = \sum_{i=0}^L |A_i|^2 \text{Imag}\{H'(\omega-\omega_i)\} \quad (6)$$

식(5)는 톤이 있는 위치를 중심으로 '0'보다 큰 피크가 형성되는 성질이 있고, 식(6)은 톤이 있는 위치에서 '0'을 교차하는 성질이 있다. 따라서 이 두 성질을 이용하면 톤이 있는 위치를 중심으로 창을 설정할 수 있다. 이런 창을 ATW라고 하며, ATW를 설정하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\text{ATW}(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{if } Q_r(\omega) \geq \alpha \text{ and } |Q_i(\omega)/Q_r(\omega)| < \gamma \\ 0, & \text{if } Q_r(\omega) < \alpha \text{ and } |Q_i(\omega)/Q_r(\omega)| \geq \gamma \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\text{단 } \frac{Q_r(\omega)}{Q_i(\omega)} &= Q_r(\omega) / \max\{Q_r(\omega)\}, \\
\frac{Q_i(\omega)}{Q_r(\omega)} &= Q_i(\omega) / \max\{Q_i(\omega)\} \\
0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \gamma \leq 0.5
\end{aligned}$$

III. 레이다 산란 신호의 프로니 모델링

N 개의 산란점을 갖는 목표물로부터 반사되어 오는 신호는 각각 다른 위상과 크기를 갖는 N 개의 신호로 구분하여 나타낼 수 있다. 크기는 산란점의 반사나 회절 등에 의해서 결정되고 위상 정보는 관측점과 산란점과의 거리에 의해서 결정된다. 입사신호를 식(8)과 같이 주었다고 하자.

$$\vec{E}^{\text{입사}}(\vec{r}) = \vec{E}^0 e^{-jkz} \quad (8)$$

여기서 k 는 파수이다. 선형 분극된 수신기로부터 받은 신호는 주파수 영역에서 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다[1].

$$E(k) \propto \sum_{n=1}^N A_n e^{(r_n + j\beta_n)k} \quad (9)$$

여기서 $\beta_n = 2\hat{z} \cdot \vec{r}_n$, $r_n + j\beta_n$ 는 공간 주파수이고, A_n 은 산란과정에서 오는 가중 계수이다. 이같이 근사된 경우는 한정된 주파수대에서 수신된 신호 $E(k)$ 를 알고 식(9)의 미지수를 결정하는 문제가 된다. 위 식을 선형 방정식으로 재정리하면 식(10)와 같이 정리할 수 있다[1].

$$y_k = \sum_{i=1}^m d_i p_i^k, \quad k=0 \cdots N-1. \quad (10)$$

여기서 m 은 미리 선택해야 할 모델의 차수이다. 식(10)에서 보면 수신된 신호의 주파수 영역의 데이터는 전형적인 Prony모델로 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 위 선형 방정식에서 미지수 d_i 와 p_i 를 구하는 것으로 산란점 추정이 가능함을 알 수 있다.

방정식에서 구한 미지수로부터 목표물의 기하학적인 재원을 구하려면 산란신호를 주파수 영역에서 동간격으로 측정하여 식(10)의 각 변수를 추정하고 그 결과로 구성된 식(10)의 역푸리에 변화로부터 유도할 수 있다.

$$Y(r) = \sum_{i=1}^m \frac{d_i e^{j\pi(1-2r/R)}}{e^{j\pi(1-2r/R)} - p_i}, \quad 0 \leq r \leq R \quad (11)$$

여기서 $r = ct$. 시간 대신 거리를 쓰는 이유는 거리가 목표물에 대한 정보를 더 직접적으로 주기 때문이다. R 은 최대 거리 분해능으로써 $R = c/2\delta_f$ 인 관계를 갖고 있다. 이 때 δ_f 는 주파수 측정 간격이다.

식(11)을 보면 Prony모델의 i 번째 성분은 상대 거리 r_i 에 산란점의 중심을 두고 있음을 알 수 있다. 뿐만 아니라 p_i 과 식(12)로부터 r_i 점에 위치 정보를 알 수 있다.

$$r_i \approx \left(\frac{1}{2} - \frac{\arg p_i}{2\pi} \right) R. \quad (12)$$

또 각 산란점으로부터의 에너지는 각 성분을 전 측정 주파수영역에 대해서 식(13)로부터 구할 수 있다.

$$P_i = \sum_{k=0}^{N-1} |d_i p_i^k|^2 = |d_i|^2 \frac{1 - \rho_i^{2N}}{1 - \rho_i^2}. \quad (13)$$

여기서 $\rho_i = |p_i|$ 이다.

IV. Prony 해법

본 절에서는 앞에서 유도한 Prony모델의 미지수를 추정하는 방법에 대해서 알아본다. 본 방법의 근간은 최소자승 Prony해법과 고유치 분해법(Singular Value Decomposition, SVD)의 사용이라 할 수 있다. SVD 방법은 미지 변수 추정의 정확성을 높일 수 있는 방법이다.

측정 데이터로부터 미지 변수를 추정하는 방법을 알아보자. $\{p_i\}_{i=1}^m$ 를 추정하기 위해서 식(14)와 같은 다항식을 도입한다.

$$A_M(z) = z^M + a_1 z^{M-1} + \cdots + a_M. \quad (14)$$

여기서 $M \geq m$ 이고 $\{p_i\}_{i=1}^m$ 를 근으로 한다. 위 식의 M 개의 근중 m 개의 근만이 Prony모델의 산란점을 나타낸다. 그리고 나머지는 의사 근이 된다. 식(14)의 계수 $\{a_i\}_{i=1}^M$ 를 추정하기 위해서 다음과 같이 전후방예측방법으로 구성된 데이터 행렬을 구성한다.

$$\begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{M-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-M} & y_{N-M+1} & \cdots & y_{N-1} \\ y_M & y_{M-1} & \cdots & y_1 \\ y_{M+1} & y_M & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_N & y_{N-2} & \cdots & y_{N-M+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_M \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_M \\ y_{M+1} \\ \vdots \\ y_N \\ y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-M} \end{bmatrix}, \quad (15a)$$

혹은

$$Y \hat{A}_M = y. \quad (15b)$$

$$Y^H Y \hat{A}_M = Y^H y = h. \quad (15c)$$

위 선형방정식을 풀기 위해서 $Y^H Y$ 를 SVD를 이용하여 다음과 같이 고유 벡터 행렬과 고유치 행렬로 나눈다.

$$Y^H Y = U \Sigma U^H. \quad (16)$$

여기서 U 는 고유벡터로 이루어진 행렬이고 다음과 같은 Σ 는 고유치로 이루어진 대각행렬이다.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & 0 \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_M \end{bmatrix}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_M. \quad (17)$$

위와 같은 SVD를 이용하여 미지벡터를 구하면 다음 식과 같다.

$$\hat{A}_M = \sum_{i=1}^M \left(\frac{u_i^H h}{\sigma_i} \right) u_i. \quad (18)$$

위 식에서 보면 고유치가 M 개 모두 사용되었는데 실제 산란점이 m 개인 경우는 나머지 $m+1$ 번째부터 M 번째까지의 고유치와 고유벡터는 산란점과 무관한 정보를 나타낼 뿐만 아니라 그 고유치의 크기도 작아서 식(18)으로 \hat{A}_M 을 추정할 때는 상대적으로 큰 가중치로 영향을 주게 되어 추정 결과에 큰 오류를 유발하게 된다. 그러므로 산란점에 관계된 고유치만을 사용한 추정을 하도록 하여야 한다. 이 경우 식(18)은 다음과 같이 된다.

$$\hat{A}_M = \sum_{i=1}^m \left(\frac{u_i^H h}{\sigma_i} \right) u_i. \quad (19)$$

식(19)처럼 필요한 고유치와 고유벡터만을 찾기 위해서 사전에 산란점의 개수에 대한 정보를 갖고 있어야 한다. 그러나 이런 일들이 현실적으로 불가능하므로 필요한 고유치와 고유벡터를 찾아내기 위해서 부가적인 다른 방법의 강구가 필요하게 된다. 다음으로 각 성분별 크기를 나타내는 미지수인 d_i 는 식(20)에 의해서 추정될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \vdots \\ \hat{d}_M \end{bmatrix} = (\hat{p}^H \hat{p})^{-1} \hat{p}^H y. \quad (20)$$

여기서 $\hat{p} = \begin{bmatrix} \hat{p}_1^0 & \cdots & \hat{p}_M^0 \\ \vdots & & \vdots \\ \hat{p}_1^{N-1} & \cdots & \hat{p}_M^{N-1} \end{bmatrix}$ 이고 $y = \begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{bmatrix}$ 이다.

이렇게 구한 미지변수 $\{\hat{p}_i, \hat{d}_i\}$ 과 식(10)를 가지고 수신된 신호의 주파수 영역 모델링을 완성할 수 있으며

이 결과를 역푸리에 변환을 하므로써 식(11)과 같이 거리에 따른 산란점분포를 재구성할 수 있다. 또 식(12)과 식(13)로써 개개의 산란점에 대한 정보를 구할 수도 있다.

V. ATW-Prony 레이다 산란점 추정

ATW-Prony는 II절에서 설명한 ATW를 전처리 과정으로 포함한 Prony알고리즘이라고 할 수 있다. ATW를 전처리 과정으로 씌으로써 레이다 산란파를 주파수 영역에서 선택적으로 골라내어 다시 입력 신호를 재구성할 수 있어서 전처리후의 신호에는 전처리 전보다 신호대 잡음비가 향상된 신호를 얻어낼 수 있다. 또 기존의 대역필터를 사용할 때와 다른점은 온 신호가 있는 부분을 자동적 추적하여 골라낼 수 있다는 장점을 제공한다.

ATW-Prony 를 사용한 산란점 추정 과정을 흐름도로 나타내면 표1과 같다.

VI. 모의 실험 결과

제안된 알고리즘의 성능을 알아보기 위해서 그림 1과 같은 산란점을 갖는 비행기 모델을 택하였다[3].

그림 1에는 모든 산란점이 무방향성이고 단위 반사도를 갖을 때 비행기의 기수 쪽에서 입사하는 레이다 신호에 대한 거리-산란도이다. 이런 거리-산란 모델에 대해서 각각 -5dB, 0dB, 5dB, 10dB, 15dB, 20dB의 신호대 잡음비 환경에서 모의 실험을 행하였다.

위와 같이 반복 시행해서 얻는 결과를 평가하기 위해서 식(21)과 같은 재구성된 거리-산란 모델과 실제 거리-산란 모델사이의 각 신호 대 잡음 환경 하에서의 정규화 자승 표준 평균을 구하였다.

$$\epsilon = \frac{\hat{E} \left\{ \int_0^x |R_M(\omega) - \hat{R}_M(\omega)|^2 d\omega \right\}}{\int_0^x |R_M(\omega)|^2 d\omega} \quad (21)$$

여기서 $R_M(\omega)$ 은 실제 거리-산란 모델이고, $\hat{R}_M(\omega)$ 는 추정으로 재구성된 거리-산란 모델이며, $|\omega| \leq \pi$ 이고, $\hat{E}(\cdot)$ 는 표본 평균이다. 이때 산란점의 개수 정보를 알고 있는 경우에 절단 SVD방법을 사용하여 구한 결과와 비교해서 그림 2에 보였다.

VII. 결론

본 논문에서는 ATW를 전처리기로 포함하는 Prony 모델을 통한 레이다 산란점 추정 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 여러 신호대 잡음비 상황에서 모의 실험을 한 결과 기존의 결과보다 더 향상된 정확도를 나타내었다.

VIII. 참고문헌

- [1] M. P. Hurst and R. Mittra, "Scattering center analysis via Prony's Method," *IEEE Trans. AP.*, vol. 35, No. 8, pp.986-988, Aug., 1987
- [2] R. Carrie and R. L. Moses, "High resolution radar target modeling using a modified Prony estimation," *IEEE Trans. AP.*, vol. 40, no. 1 pp.

13-18, Jan., 1992.

- [3] Z.D.Zhu, Z. R. Ye, X. Q. Wu, J. Yin and Z. S. She, "Super-resolution range-doppler imaging," *IEE Proc. radar, sonar, navig.*, vol. 112, no. 1, pp. 25-32, Feb., 1995.
- [4] 윤병우, 신윤기, "자동 추적 윈도우를 이용한 방위 추정 알고리즘의 개선에 관한 연구", *전자공학회 논문지*, vol.27, no. 12, pp. 1800-1809, 1990.

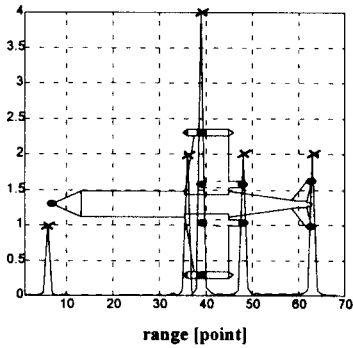


그림1. 비행체 모델의 산란점 분포도

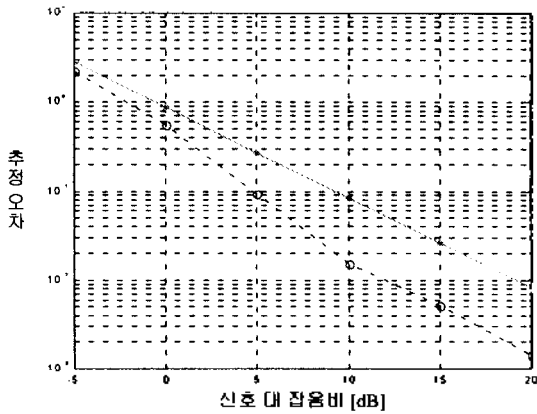


그림2. 추정 오차
(실선: Prony, 파선:ATW-Prony)

표 1 ATW-Prony 레이다 산란점 추정 흐름도

