

회소어레이를 이용한 적응 빔형성기

*이훈희, *권태능, *장병건, **변윤식

인천대학교 *전기공학과, **전자공학과

요약

본 논문에서는 회소어레이 구조를 응용한 선형제약형 적응어레이 처리기를 제안하였다. 다경로 환경 하에서 간섭신호의 제거에 효과적인 공간유화방법을 사용하여 제안된 어레이 처리기의 성능을 분석평가하였다. 수정변화방법에 의하여 최적화된 센서간격으로 이루어진 선형어레이와 정상어레이 간의 성능을 비교하였다. 실험결과 최적화된 회소어레이를 이용한 선형제약형 적응어레이의 성능이 정상어레이의 성능에 버금가는 것으로 나타났다.

1. 서론

센서어레이의 주 기능은 입사되는 방해신호 또는 잡음신호를 어레이 출력에서 최소화시키는 반면에 원하는 신호는 왜곡 없이 수신되도록 하는 것이라 할 수 있다. 이와 같은 기능은 어레이의 방향 이득을 나타내는 빔패턴을 상황에 맞게 설계함으로써 이룰 수가 있다. 센서어레이는 sonar[1], radar[2], 지질학[3,4], 통신[5], 음향학[6] 분야등에서 응용되고 있다. 선형어레이는 센서가 일직선상에 배열된 어레이를 의미한다. 센서의 간격이 일정한 경우를 정상어레이라고 하며 일반적으로 센서간격이 입사신호의 반파장으로 구성된다. 반면에 어레이 수가 정상어레이 보다 적은 어레이를 회소어레이(thinned array)라고 한다. 화상 레이다와 같은 대형 어레이를 제작할 경우에는 센서의 가격이 고가인 경우 센서의 수를 줄이면서 그 결과로 생긴 회소어레이의 성능을 정상어레이와 비슷하도록 할 수 있다면 어레이 제작 비용을 줄일 수 있을 뿐 아니라 센서의 수가 적어짐에 따라서 계산량을 줄일 수 있으며 안테나 어레이의 경우 안테나간의 거리가 정상어레이에 비하여 키점으로 안테나 상호간의 간섭을 줄임으로써 어레이의 성능을 높일 수 있다. 이와 같은 장점 때문에 지난 수십여 년간 회소어레이의 성능을 향상시키는 최적화 방법들이 연구되어져 왔다. 예를 들면 Poisson's sum formula[7], 변화방법[8], dynamic programming[9], 반복최소방법[10], minimax[11] 등의 방법이 있다.

적응어레이 처리기는 방해신호의 방향이나 신호의 통계적인 정보가 알려져 있지 않거나 비안정적(nonstationary)일 때 원하는 신호를 추정하는데 유용하다. 일반적으로 원하는 신호의 방향과 신호정보는 알려져 있다고 가정하며, 원하는 신호가 방해신호간의 상관관계는 없다고 가정한다. 적응어레이 처리 방법은 지금까지 광범위하게 논의되어 왔다. Widrow[12]가 제안 방법은 원하는 신호를 추정하기 위하여 pilot 신호를 사용하였다. 여기서 pilot 신호의 방향과 주파수 특성을 원하는 신호와 유사하도록 하였다. 처리기의 계수는 LMS(Least Mean Square) 알고리즘으로 갱신하게 되는데 pilot 신호와 출력신호

의 차이신호의 평균자승을 최소화하도록 조정된다. 그 후 선형제약형 적응어레이 처리기가 Frost[13]에 의하여 제안되었다. 이 어레이 처리기에서는 수신방향과 주파수 성분이 알려진 원하는 신호에 대하여 선형제약조건을 주어 원하는 신호를 그대로 통과시키면서 어레이의 평균출력 전력을 최소화시킨다. 어레이 처리기의 계수는 선형제약형 LMS 알고리즘으로 갱신된다. 만약에 원하는 신호와 방해신호가 상호 상관

관계를 가지게 되면 선형제약형 어레이 처리기는 원하는 신호의 추정을 못하게 되고 어레이 출력에는 원하는 신호와 방해신호의 상호 상쇄에 의한 잡음신호만 나오게 된다. 이와 같은 단점을 보완하기 위하여 주종형 적응어레이 처리기[14]와 공간유화방법[15]이 제안되었다.

본 논문에서는 공간유화방법을 이용하여 다중경로 환경에서 간섭(coherent)신호를 제거하는데 효율적인 적응어레이 처리기를 구현한다. 이를 위하여 광대역 선형제약형 적응어레이를 회소어레이 구조와 함께 제안하였다.

2. 선형제약형 어레이처리기

입력신호와 방해신호 간에 상관관계가 있을 때 선형제약형 적응어레이 처리기는 상관관계의 정도에 따라 입력신호의 추정을 어느 정도 하거나 또는 거의 못하게 된다. 이와 같은 결점을 보완하기 위하여 주종형 어레이 처리기 [14], 그리고 공간유화방법[15]이 제안되었다. 이 장에서는 다중경로 환경 하에서 회소어레이 구조에서의 공간유화방법을 살펴보고 그 성능을 점검한다.

원하는 신호 $s(t)$ 와 신호 방해신호를 $n_i(t)$, $1 \leq i \leq I-1$ 라고 한다. 그러면 협대역 입력신호는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t) = As(t) + r(t) \quad (1)$$

여기서

$$A = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{I-1}]^T \quad (2)$$

$$a_i = [1 \ e^{-jd_i} \ e^{-j2d_i} \ \dots \ e^{-j(I-1)d_i}]^T \quad (3)$$

$$s(t) = [s(t) \ n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_{I-1}(t)]^T \quad (4)$$

$$r(t) = [r_0(t) \ r_1(t) \ \dots \ r_{N-1}(t)]^T \quad (5)$$

이다.

여기서 d_i 는 입사신호의 반파장으로 정규화된 어레이 중앙으로부터의 센서간격이고, $s_i = \pi \sin \theta_i$, $1 \leq i \leq I$, θ_i 는 i 번째 방해신호의 입사 각이고 a_i 는 그 방향의 방향벡터이며, $n_i(t)$ 는 i 번째 방해신호이고 $r_n(t)$ 는 n 번째 센서의 백색 Gaussian 잡음이다. 어레이계수 벡터를

$$\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{N-1}]^T \quad (6)$$

로 정의하면 어레이 출력은

$$y(t) = \mathbf{x}^H(t) \mathbf{w} \quad (7)$$

여기서 H는 복소 켈레 전치(complex conjugate transpose)를 나타낸다. 선형제약형 최적계수를 구하기 위해서 광대역 어레이 처리기와 같은 최적화 문제는 원하는 신호 방향의 이득 $\mathbf{w}^H \mathbf{a}_0 = 1$ 을 만족 하면서 출력전압 $E[|y(t)|^2]$ 를 최소화하는 것이다. 이 문제를 Lagrange multiplier 방법으로 풀면 최적계수를

$$\mathbf{w}^* = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0} \quad (8)$$

여기서 \mathbf{R}_{xx} 는 positive definite라고 가정한다. 만약에 $s(t)$ 와 $n_i(t)$, $1 \leq i \leq I-1$ 이 서로 상관관계가 없다면 방해신호 $n_i(t)$ 는 성공적으로 제거될 수 있다. 그러나 $n_i(t)$, $1 \leq i \leq I-1$ 중에 $s(t)$ 와 상관관계가 있는 방해신호가 있다면 어레이 출력에는 적응처리 중 $s(t)$ 와 해당되는 방해신호 간의 상호상쇄에 의하여 발생한 잡음성격의 원하지 않는 신호가 나타나게 된다.

다중경로 환경 하에서 방해신호가 모두 원하는 신호와 간섭적(coherent)이라고 가정하여 보자. 그러면 $s(t)$ 와 $n_i(t)$ 에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$n_i(t) = p_i e^{j\phi_i} s(t), \quad 1 \leq i \leq I-1 \quad (10)$$

여기서 p_i 와 ϕ_i 는 $s(t)$ 와 $n_i(t)$ 간의 크기와 위상간의 비례상수이다. 따라서 식 (1)은 아래와 같이 된다.

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{a}_0 + p_1 e^{j\phi_1} \mathbf{a}_1 + p_2 e^{j\phi_2} \mathbf{a}_2 + \dots + p_{I-1} e^{j\phi_{I-1}} \mathbf{a}_{I-1}) s(t) + \mathbf{r}(t) \quad (11)$$

식 (11)에서

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + p_1 e^{j\phi_1} \mathbf{a}_1 + p_2 e^{j\phi_2} \mathbf{a}_2 + \dots + p_{I-1} e^{j\phi_{I-1}} \mathbf{a}_{I-1} \quad (12)$$

로 놓고 $\mathbf{x}(t)$ 의 상관행렬을 구하면

$$\mathbf{R}_{xx} = s^2(t) \mathbf{a} \mathbf{a}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (13)$$

가 된다. 여기서 σ^2 는 잡음신호의 variance로서 각 센서에서 동일한 것으로 가정하였다. rank 1행렬인 $s^2(t) \mathbf{a} \mathbf{a}^H$ 의 고유값을 λ_0 로 표현하면 \mathbf{R}_{xx}^{-1} 는 아래와 같다.

$$\mathbf{R}_{xx}^{-1} = \frac{1}{\lambda_0 + \sigma^2} \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_0^H + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (14)$$

여기서 \mathbf{e}_i , $0 \leq i \leq N-1$ 은 \mathbf{R}_{xx} 의 정규화된 고유벡터이다. 식 (14)를 식 (8)에 대입하면 최적계수 벡터는

$$\mathbf{w}^* = \frac{1}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0} \left[\frac{1}{\lambda_0 + \sigma^2} \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_0^H + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \right] \mathbf{a}_0 \quad (15)$$

로 된다. 일반적으로 센서잡음의 전력을 입력신호의 전력보다 작다고 가정하면

$$\frac{1}{\sigma^2} \gg \frac{1}{\lambda_0 + \sigma^2} \quad (16)$$

으로 근사시킬 수 있고, 따라서 최적계수를 근사적으로

$$\hat{\mathbf{w}}^* = \frac{\mathbf{a}_0}{\sigma^2 \mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (17)$$

로 나타낼 수 있다. $\hat{\mathbf{w}}^*$ 에 대한 어레이 출력은

$$y(t) = \hat{\mathbf{w}}^{*H} \mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{a}_0^H}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0 \sigma^2} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H [\mathbf{a} s(t) + \mathbf{r}(t)] \quad (18)$$

여기서 \mathbf{a} 는 \mathbf{e}_0 와 동일한 1차원 서브공간 안에 존재하고(collinear), \mathbf{e}_0 는 \mathbf{e}_i , $1 \leq i \leq N-1$ 와 수직이므로(orthogonal) 식 (18)에서 $s(t)$ 에 관련된 항은 0이 되고 출력은

$$y(t) = \frac{\mathbf{a}_0^H}{\sigma^2 \mathbf{a}_0^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}_0} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \mathbf{r}(t) \quad (19)$$

가 되어 수신잡음에 관련된 부분만 남게 된다. 따라서 간섭신호가 입사되는 경우 기존의 선형제약형 적응어레이 처리기는 그 기능을 수행하지 못하게 된다. 이와 같은 단점을 방지하기 위하여 공간유화 방법을 사용할 수 있으며 이 방법에서는 rank 1인 $s^2(t) \mathbf{a} \mathbf{a}^H$ 행렬을 rank I로 복원시키기 위하여 서브어레이의 상관행렬의 평균을 이용한다.

3. 공간유화방법을 이용한 적응 최소어레이 처리기

그림1에 N개의 센서로 구성된 어레이 내에 M개로 구성된 서브어레이를 구성하는 방법을 도식하였다. 만약 최소어레이를 사용하는 경우에 균일한 센서간격을 가지는 경우에는 그림1의 경우와 같이 서브어레이를 구성할 수 있지만 비균일한 간격의 경우에는 서브어레이를 독립적으로 구성하여 연속적으로 배열하든지 아니면 일정한 속도로 서브어레이를 이동하는 방법을 사용하여야 한다. 비균일한 간격의 최소어레이에 대한 공간유화방법의 동작을 설명하면 다음과 같다. 서브어레이간의 간격을 d_0 라고 하면 첫 번째 서브어레이부터 시작하여 l번째 서브어레이의 입력신호 벡터는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_l(t) = \mathbf{A} \mathbf{B}^{l-1} s(t) + \mathbf{r}(t), \quad 1 \leq l \leq N-M+1 \quad (20)$$

여기서 \mathbf{B} 는 대각행렬로서 다음과 같이 주어지며

$$\mathbf{B} = \text{diag}\{e^{-j d_0 \phi_0}, e^{-j d_0 \phi_1}, \dots, e^{-j d_0 \phi_{I-1}}\} \quad (21)$$

\mathbf{A} 는 $M \times I$ 행렬이다. l번째 서브어레이의 입력신호의 상관행렬을 구하면

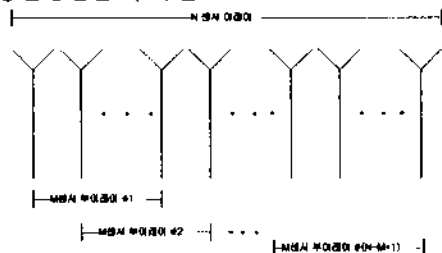


그림1 공간유화방법의 부어레이 구성.

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \mathbf{B}^{l-1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{B}^{l-1H} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (22)$$

각 서브어레이의 상관행렬의 평균을 구하면

$$R_{\text{ave}} = \frac{1}{N-M+1} \sum_{I=1}^{N-M+1} R_{\text{av}}^I \quad (23)$$

정리하면

$$R_{\text{ave}} = A \hat{R}_\alpha A^H + \sigma^2 I \quad (24)$$

여기서

$$\hat{R}_\alpha = \frac{1}{N-M+1} \sum_{I=1}^{N-M+1} B^{I-1} R_\alpha B^{I-1} \quad (25)$$

식 (25)는 각 I 에 대하여 R_α 를 행 벡터를 B^{I-1} 만큼 회전시키고 다시 B^{I-1H} 만큼 역회전시키게 되어, diagonal 방향의 요소들은 그대로 보존되고 off-diagonal 요소들은 회전의 정도가 차이가 나게 되어, 모든 I 에 대하여 회전 성분을 더하게 되면 off-diagonal 요소들은 점차로 줄어들게 되며, \hat{R}_α 의 rank가 I 로 된다. 따라서 R_{ave} 를 입력신호의 상관행렬로 사용할 경우에는 입력되는 원하는 신호와 간섭신호들 상호간의 상관관계가 없는 것으로 되어 간섭신호가 제거되게 된다. 이 때 최적계수를 구하기 위하여 $A \hat{R}_\alpha A^H$ 를 정규화 고유벡터로 나타내면

$$A \hat{R}_\alpha A^H = \sum_{i=1}^I \lambda_i e_i e_i^H \quad (26)$$

여기서 $I \leq M$ 으로 가정하였고, 따라서 $M-I$ 개의 고유벡터는 0이 된다. 따라서

$$R_{\text{ave}}^{-1} = \sum_{i=1}^I \frac{1}{\lambda_i + \sigma^2} e_i e_i^H + \sum_{i=I+1}^M \frac{1}{\sigma^2} e_i e_i^H \quad (27)$$

$$\approx \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=I+1}^M e_i e_i^H$$

식 (27)에서 $\lambda_i \gg \sigma^2$, $1 \leq i \leq I$ 로 가정하였다. 식 (27)을 식 (8)에 대입하면

$$w^* = \frac{1}{\sigma^2 a_0^H R_{\text{ave}}^{-1} a_0} \sum_{i=I+1}^M e_i e_i^H a_0 \quad (28)$$

각 간섭신호의 방향에서의 이득 g_j , $1 \leq j \leq I-1$ 을 구하면

$$g_j = w^{*H} a_j = \frac{1}{\sigma^2 a_0^H R_{\text{ave}}^{-1} a_0} \sum_{i=I+1}^M a_0^H e_i e_i^H a_j, \quad 1 \leq j \leq I-1 \quad (29)$$

식 (29)에서 a_j 는 고유벡터 e_i , $1 \leq i \leq I$ 에 의하여 span 되고 e_i , $I+1 \leq i \leq M$ 는 e_i , $1 \leq i \leq I$ 에 수직이므로 모든 i 에 대하여 $e_i^H a_j = 0$ 이 된다. 따라서 g_j 는 0이 되어 θ_j 방향의 간섭신호는 제거되고, 해당 방향으로 null이 생기게 된다.

위에서 살펴본 바와 같이 공간유화 방법에서는 주어진 어레이의 센서 수 보다 적은 수의 겹쳐진 각 부어레이의 입력신호의 상관행렬을 평균함으로써 다 경로 환경하에서 입사되는 간섭신호와 원하는 신호를 상관 관계가 감소되도록 하여 원하는 신호를 추정한다. 따라서, 정상어레이 경우보다 많은 계산량을 요구하게 된다. 이와 같은 단점을 보완하기 위하여 마이크로폰 수를 감소시켜 최소어레이를 구성했다. 최소어레이는 적은 수의 마이크로폰을 사용함으로써 마이크로폰의 가격이 비싸거나 대형어레이의 경우 어레이 제작가격을 낮추는 이점을 가지고 있다. 수정변화방법을 이용하여 마이크로폰 간격에 관하여 최적화하여 측면들이 균일한 최소어레이를 구성하여

공간유화방법을 이용한 적응 마이크로폰 어레이에 적용하여 성능을 평가하였다.

4. 실험결과

최소적응마이크로폰어레이의 성능을 평가하기 위하여 15개의 마이크로폰을 가진 정상어레이와 마이크로폰 4개를 줄여 11개로 구성된 최소어레이로 실험하였다. 음성신호는 '인천대학교 전기공학과입니다'를 사용하였고 sampling 주파수는 8kHz로 하였다. 그림2에는 음성신호인 "인천대학교 전기공학과입니다"를 도식하였다. 다경로 신호는 45°에서 입사되는 것으로 가정하였다. 간격이 일정한 정상어레이, 간격을 최적화한 정상어레이, 간격을 최적화한 최소어레이의 8750번째 sample에서의 빔패턴을 그림3에 비교하였다. 그림4에는 원하는 신호와 각 어레이의 출력신호를 비교하였고 그림5에는 원하는 신호와 출력신호간의 오차의 전력을 도식하였다. 정상어레이를 최적화한 경우가 성능이 제일 좋으며 다음은 정상어레이, 최소어레이 순으로 나타났다. 정상어레이와 이를 최적화한 경우는 비슷한 성능을 나타내었으며 최소어레이는 안테나 수의 감소로 인한 다소의 성능저하를 보이고 있음을 알 수 있다. 출력신호는 음성신호를 비교적 잘 추적하는 것으로 나타났다.

참고문헌

- [1] J. H. Chang and F. B. Tuteur, "A new class of adaptive array processors," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 49, no. 3, pp. 639-649, March 1971.
- [2] S. P. Applebaum and D. J. Chapman, "Adaptive arrays with main beam constraints," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-24, no. 5, pp. 650-662, September 1976.
- [3] R. T. Lacoss, "Adaptive combining of wideband array data for optimal reception," *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, vol. GE-6, no. 2, pp. 78-86, May 1968.
- [4] H. Kobayashi, "Iterative synthesis methods for a seismic array processor," *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, vol. GE-8, no. 3, pp. 169-178, July 1970.
- [5] J. T. Mayhan, "Thinned array configuration for use with satellite-based adaptive antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 846-856, November 1980.
- [6] W. Soede, et al, "Development of a directional hearing instrument based on array technology," *J. Acoust. Soc. Am.* 94(2), pt. 1, pp. 785-798, August 1993.
- [7] A. Ishimaru, "Theory of unequally spaced arrays," *IRE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-10, pp.691-701, November 1962.
- [8] M. T. Ma, "Note on nonuniformly spaced arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-11, Vo. 4, pp. 508-590, July 1963.
- [9] M. I. Skolnik, G. Nemhausre and J. W. Sherman, "Dynamic programming applied to unequally spaced arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pp.35-43, January 1964.

- [10] R. W. Redlich, "Iterative least squares synthesis of nonuniformly spaced linear array," *IEEE Trans. on Antennas propagat.*, pp. 106-108, January 1973.
- [11] H. Schjer-Jacobsen and K. Madsen, "Synthesis of nonuniformly spaced arrays using a general nonlinear minimax optimization method," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pp. 501-506, July 1976.
- [12] B. Widrow, P. E. Mantney, L. T. Griffiths, and B. B. Goode, "Adaptive antenna Systems," *Proc. IEEE*, vol. 55, no. 12, pp. 2143-2159, December 1967.
- [13] O. L. Frost III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926-935, August 1972.
- [14] B. Widrow, et al., "Signal cancellation phenomena in adaptive antennas: causes and cures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, no. 3, pp. 469-478, May 1982.
- [15] T. J. Shan, Thomas Kailath, "Adaptive beamforming for coherent signals and interference", *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, No.3, pp. 527-536, June 1985.

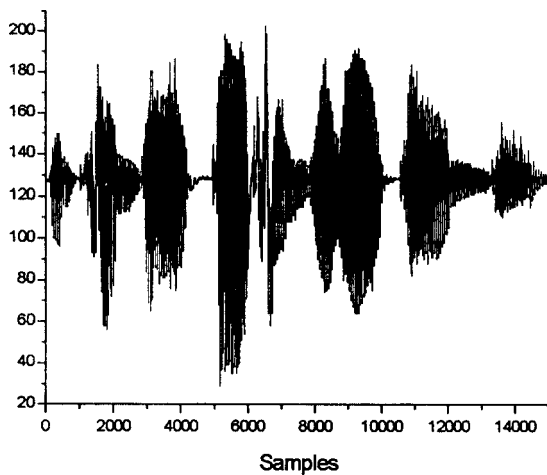


그림2 음성신호 "인천대학교 전기공학과입니다".

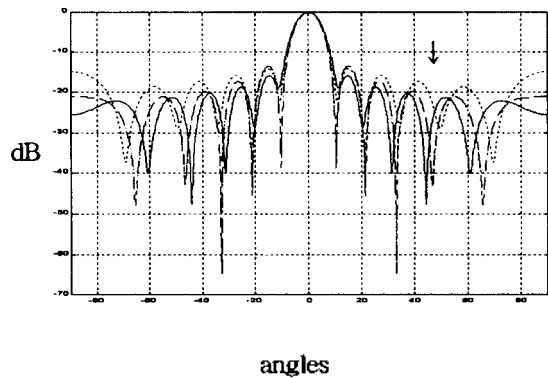


그림3 어레이 입력의 8750번째 sample에서의 빔패턴
 최적화된 정상어레이(—),
 일반적인 정상어레이(- -),
 최적화된 회소어레이(- · -).

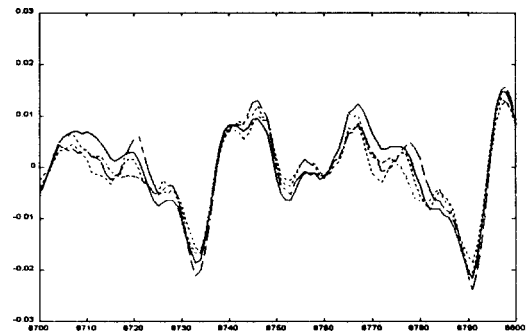


그림4 어레이 입력의 8700~8800 sample에서의
 원하는신호와 출력신호의 비교
 원하는 신호(—),
 최적화된 정상어레이(- · - ·),
 일반적인 정상어레이(- -),
 최적화된 회소어레이(- · -).

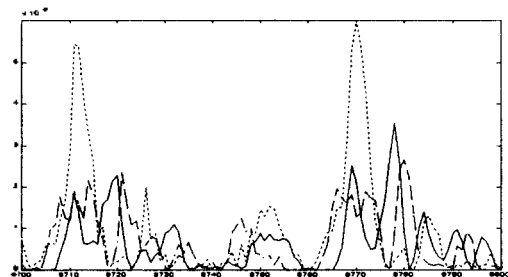


그림5 어레이 입력의 8700~8800 samples에서의
 오차전력의 비교
 최적화된 정상어레이(—),
 일반적인 정상어레이(- -),
 최적화된 회소어레이(- · -).