

수중 음향 트랜스듀서 용 압전 소자의 모델링 기법 (Bond Graph Modeling for Piezoelectric Transducers)

문 원규 (Moon, Won-kyu)

포항공과대학교 기계공학과 (Mech. Eng. Dpt., Pohang Uni. Sci. & Tech.)
(Tel: +82-562-279-2184; Fax: +82-562-279-5899; E-mail: wkmooon@postech.ac.kr)

Abstract

A bond graph modeling approach which is equivalent to a finite element method is formulated in the case of the piezoelectric thickness vibrator. This formulation suggests a new definition of the generalized displacements for a continuous system as well as the piezoelectric thickness vibrator. The newly defined coordinates are illustrated to be easily interpreted physically and easily used in analysis of the system performance. The bond graph model offers the primary advantage of physical realizability and has a greater physical accuracy because of the use of multipoint energetic elements. While results are presented here for the thickness vibrator, the modeling method presented is general in scope and can be applied to arbitrary physical systems.

1 서론

압전 소자는 1900년대 초부터 초음파 발생기에 사용되어 왔으며, 그 후 그 응용 분야가 초음파 모터 등으로 급속히 확장되어 가고 있다 [1, 2]. 전통적으로 압전 소자는 연속체로 모델되어 왔고 주어진 경우에 대한 모델의 작성에 상당한 복잡하여서 제대로 모델을 작성하기 위해서는 상당한 시간을 투자해야 한다. 그러나 시스템 엔지니어가 한 부품의 모델 작성과 물리적 성질을 이해하는데 많은 시간을 투자한다는 것은 용이하지 않다 [2].

지금까지 초음파 발생기의 설계에 사용되었던 접근 방식은 압전 현상을 잘 아는 엔지니어가 흔히 쓰이는 모양의 압전 구동기 소자에 대한 연속체 모델을 바탕으로 동등 전기 회로 모델을 만들어 제공하고 시스템 엔지니어는 작성된 모델을 전체 시스템의 동작 거동 해석에 이용하여 그 결과를 설계에 반영하는 식이었다. 이러한 동등 전기 회로 모델 접근 방식은 시스템 설계에 상당히 유용하나 가장 중요한 부분인 압전소자에 대한 물리적인 이해를 시스템 엔지니어가 갖기 어렵다는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복할 수 있는 방법은 유한 요소법을 이용하는 것이나 이 또한 기본적으로 연속체 모델과 유한 요소법에 대한 지식이 없이는 정확한 활용이 힘들 뿐 아니라 전기 시스템을 포함한 전체 시스템 해석에는 어려움을 주는 방법이다 [4].

복잡한 시스템 설계시 동작 거동 해석과 이해에 많은 도움을 주는 bond graph는 처음 발명될 때에 불연속체로 모델 가능한 시스템에 쉽게 적용할 수 있도록 고안되었다 [3]. 그러나 bond graphs는 구조적으로 많은 정보류 쉽고 빠르게 전달될 뿐만 아니라 작성 모델의 물리적 타당성 여부를 쉽게 확인할 수 있어서, 연속체로 모델되는 시스템에도 적용할 수 있는 방법이 모색되어 왔다. 연속체 모델로부터 bond graph 모델을 이끌어 내는 방법에 대한 연구는 Masatla와 Ingram에 의하여 처음 체계적으로 연구되어졌으나 그 이론 또한 매우 난해하여 bond graph를 깊이 연구하는 사람이 아니면 사용하기 쉽지 않았다[5]. 본 논문에서 제시하고 있는 방법은 유한 요소법을 에너지 활용법으로 설명하여 bond graph를 유도하는 방법으로 유한

요소 이론을 알지 않더라도 쉽게 접근할 수 있을 뿐 아니라 전기 회로 소자의 bond graph 모델뿐만 아니라 다양한 종류의 소자들에 대한 bond graph 모델과도 쉽게 연결하여 사용할 수 있어 유용성이 크다.

본 논문에서는 압전 소자 중 흔히 사용되는 두께방향 진동자를 예로 들어 bond graph 모델 방법을 제시하고 그 성질을 살펴 본후 이의 장단점을 알아보았다.

2 두께 방향 진동자

두께 방향 진동자는 자주 쓰이는 압전 소자의 한 사용 형태이다 [1, 2]. 압전 세라믹으로 만들어진 두께 방향 진동자는 그림 1에 보인 바와 같이 얇은 판의 두께 방향 진동 모드를 이용하는 압전 소자를 의미한다. 먼저 z 를 두께 방향의 좌표라 하고, w 를 z 방향의 변위, D_3 를 z 방향 전속 밀도, S_3 를 z 방향 normal strain, T_3 를 z 방향 normal stress라 하면 다음의 식이 성립한다.

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3, \quad (1)$$

$$E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3, \quad (2)$$

$$S_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3)$$

여기서 c_{ij}^D 는 탄성 강성 계수(elastic stiffness), h_{ik} 는 압전 계수이고, β_{mk}^S 는 impermeability constant이다.

3 Bond Graph 모델

Bond graph 모델링은 에너지 접근 방식에 기초하여 다양한 물리적인 시스템을 전기회로를 그리듯이 도식적으로 표현하는 기법으로 [3], 기본적인 구성 요소는, 전기 회로의 capacitor 또는 기계 요소의 스프링과 같은 C 소자와 기계적 질량이나 전기적 inductor에 해당하는 I 소자로 이루어지는 에너지 저장소자와, 전기적 저항이나 기계적 damper에 해당하는 R 소자, 그리고 이들을 연결시켜주는 에너지의 연결관과 같은 bond, 또, 각 소자로부터 나온 bond들의 연결 조건을 알려주는 common effort junction과 common flow junction으로 이루어진다. Bond graph에 대한 더 자세한 사항은 참고 문헌 [3]등을 참고바라다.

두께 방향 진동자의 bond graph 모델을 작성하기 위해서는 시스템에 저장된 에너지를 계산하여야 한다. 압전 소자의 위치 에너지 U 의 정의와 두께 방향 진동자의 조건, 그리고 재료 성질을 적용하여 아래의 식과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \iiint \{c_{33}^D S_3^2 - 2h_{33} S_3 D_3 + \beta_{33}^S D_3^2\} dx dy dz \quad (4)$$

본 논문에서 제시하는 두께 방향 진동자의 bond graph 모델은 다음과 같은 가정에서 부터 출발한다:

어떤 연속체의 상태는 유한개의 상태 변수들로 충분한 정확도로 표현될 수 있다.

이는 유한 요소법등 여러 근사해법의 가정이며 수학적으로도 기함수 (basis function of a function space) 벡터를 잘 선택하면 적당한 수의 상태 변수로도 원하는 정확도의 해를 얻을 수 있다는 것을 증명할 수 있다 [7, 8]. 본 논문에서 사용한 기함수들은 유한 요소법에서 사용하는 것과 같은 것으로 이에 대한 여러 수학적 증명은 잘 알려져 있다 [7, 8].

두께 방향 진동자의 bond graph 모델은 먼저 연속체 모델에서와 같이 변위 $w(z, t)$ 와 진동자의 양면에 부착되어 있는 전도체 판 중에서 기준이 되는 판에 (두께 방향의 기준 방향에서 생각하면 아래쪽 전도체 판) 존재하는 자유선자가 기준 상태로 부터 얼마나 증감하는가를 나타내는 전하량 $q(t)$ 를 기본 변수로 생각하고 시작한다. 앞서 제시한 가정을 상기하면 $w(z, t)$ 는 유한 개 변수에 대한 정보로 나타내어질 수 있어야 한다. 유한 요소법에서와 같이 Sobolev Space에서 정의 되는, 다음에 설명하는 방법으로 구성되는 basis function 들로 만들어 지는 subspace $H_n(a, b)$ 를 생각한다. 먼저 두께 방향에 서로 다른 임의의 n 개의 질점 z_i 를 아래와 같이 정의하여

$$z_i = a + \frac{b-a}{n-1}(i-1) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad , \quad (5)$$

basis function $f_i(z)$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$f_i(z) = \begin{cases} 0 & \text{if } a \leq z \leq z_{i-1} \\ \frac{n-1}{b-a}(z - z_{i-1}) & \text{if } z_{i-1} \leq z \leq z_i \\ \frac{n-1}{b-a}(z_{i+1} - z) & \text{if } z_i \leq z \leq z_{i+1} \\ 0 & \text{if } z_{i+1} \leq z \leq b \end{cases} \quad (6)$$

그림 2은 $n = 4$ 일 때의 basis function들을 모아 주는 것으로 $f_i(z)$ 는 z 번째 질점에서 1이라는 값을 가지며 다른 질점에서는 0이라는 것을 주목할 만하다. 이렇게 정의된 basis function들로 Sobolev Space의 subspace $H_n(a, b)$ 를 아래와 같이 정의한다 [9]:

$$H_n = \{f(z) : f(z) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(z)\} \quad , \quad (7)$$

여기서 α_i 는 임의의 상수이다.

이제 앞서 제시한 가정에 따라 어떤 주어진 순간의 두께 방향 진동자의 변위는 $H_n(a, b)$ 안에 존재한다고 생각할 수 있고 이러한 한 시각의 변위들을 어떤 시간 구간에 대하여 모으면 subspace $H_n(a, b)$ 안에서 마치 공간상의 곡선과 같은 것들을 구성할 수 있는데 이를 subspace $H_n(a, b)$ 의 매개변수 곡선(parametric curves)이라 하고 이들을 모아 놓은 것을 아래와 같이 정의한다:

$$C = \{w(z, t) : w(z, t) = \sum_{i=1}^n w_i(t) f_i(z)\} \quad , \quad (8)$$

여기서 $w_i(t)$ 는 임의의 시간에 대한 함수이다. C 의 구성 원소는 각각 시간에 따른 변위를 나타낼 수 있으므로 두께 방향 진동자의 변위 $w(z, t)$ 는 C 의 한 요소일 수밖에 없다.

이제 우리는 두께 방향 진동자의 변위를 C 의 한 요소이라는 가정에서 이 요소의 성질을 살펴보자. Basis function $f_i(z)$ 는 한번 정해지면 시간에 따라 변화하지 않으므로 지배 방정식에 의하여 결정되는 것은 계수 $w_i(t)$ 들이다. 그런데

$$w_i(t) = w(z_i, t) \quad \frac{dw_i}{dt} = \left. \frac{\partial w}{\partial t} \right|_{z=z_i} \quad , \quad \forall t \in (0, \infty) \quad (9)$$

따라서 선택한 질점의 변위를 연속체 안 모든 질점의 변위를 대표하는 변수들로 생각할 수 있을 뿐 아니라, 주어진 질점의 속도도, $w_i(t)$ 를 직접 시간에 대하여 미분하여 구해지며, 모든 질점의 속도 분포도 이 주어진 질점의 속도로 부터 계산할 수 있으므로 공간의 좌표와 같이 속도 구배에 대한 대표적 변수로 취급할 수 있다. 따라서 여기서 우리는 선택된 질점의 변위들 $w_i(t)$ 와 도전판의 전하 변화량 q 를 주어진 시스템(두께방향 진동자)의 일반 좌표들이라고 정의할 수 있다. 다시 말하면 연속체를 비연속체처럼 유한개의 일반 좌표로 표현하는 것이

다. 그러므로 비연속체에 적용되는 Lagrange Equation을 적용할 수 있다.

이제 모델 작성을 위한 작업을 시작하는데 필요한 모든 준비를 마쳤으므로 첫째 단계를 시작하여 보자. 첫단계는 물성치 상태 방정식(constitutive relations)을 앞에서 정의한 변수로 표현하는 것이다. 변형률은 아래와 같이 나타내어지며

$$S_3 = \frac{\partial w}{\partial z} = \sum_{i=1}^n w_i(t) f_i'(z) \quad , \quad (10)$$

여기서

$$f_i'(z) = \begin{cases} \frac{df_i}{dz} & \text{if it exists} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad , \quad (11)$$

이며, 이로 부터 potential energy를 아래와 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left[\int_a^b c_{33}^D A_0 f_i'(z) f_j'(z) dz \right] w_i(t) w_j(t) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \left[\int_a^b h_{33} f_i'(z) dz \right] w_i(t) q(t) \\ &\quad + \frac{\beta_{33}^S (b-a)}{2A_0} \{q(t)\}^2 \quad . \end{aligned} \quad (12)$$

같은 방법으로 kinetic energy \mathcal{T} 도 아래와 같이 계산한다.

$$\mathcal{T} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{1}{2} \int_a^b \rho A_0 f_i(z) f_j(z) dz \right] \dot{w}_i(t) \dot{w}_j(t) \quad , \quad (13)$$

여기서 $\dot{w}_i = \frac{dw_i}{dt}$.

위에서 계산한 에너지들을 이용하여 Lagrangian $L = \mathcal{T} - U$ 을 계산할 수 있고 이로 부터 일반화된 momentum 변수 p_i 을 아래와 같이 정의한다.

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{w}_i} \quad , \quad (14)$$

이제 두께 방향 진동자의 지배 방정식을 얻기 위하여 Lagrange's equation을 적용하면

$$\ddot{w}_i(t) = [m_{ij}]^{-1} \bar{p} \quad (15)$$

$$\bar{p} = -[k_{ij}] \bar{w}(t) + \bar{h}q + \bar{F} \quad (16)$$

$$e = \frac{\partial U}{\partial q} = -\bar{h}^T \bar{w} + \frac{q}{C_{eq}} \quad (17)$$

여기서 F_i 는 질점 $z = z_i$ 에 작용되는 동등 외력이고

$$m_{ij} = \int_a^b \rho A_0 f_i(z) f_j(z) dz, \quad (18)$$

$$k_{ij} = \int_a^b c_{33}^D A_0 f_i'(z) f_j'(z) dz, \quad (19)$$

$$h_i = \int_a^b h_{33} f_i'(z) dz, \quad (20)$$

$$C_{eq} = \frac{A_0}{\beta_{33}^S (b-a)}, \quad (21)$$

이고 e 는 마막 전극판($z = a$)으로 부터 뒷전극판($z = b$)까지의 전압 감소이다.

이제 앞서 행한 계산으로부터 bond graph를 그리는 방법을 도출하여 보자. 이를 위해서는 먼저 bond graph 모델의 동력 변수(power variable)를 결정해야 한다. 이를 알아 보는 방법은 각 에너지를 시간에 대하여 미분하는 것이다. 먼저 운동에너지 \mathcal{T} 를 시간에 대하여 미분하여 n 개의 port를 가진 l element와 그의 연결 bond, 그리고 중

요 변수들에 대한 정보를 얻고, 위치에너지(potential energy) \mathcal{U} 를 시간에 대하여 미분하여 $(n+1)$ 개의 port를 가진 C element와 그의 bond, 상태 변수에 대한 정보를 얻는다.

$$\frac{d\mathcal{T}}{dt} \dots \dot{\bar{w}}^T [m_{ij}] \ddot{\bar{w}} = \sum_{i=1}^n \dot{p}_i \dot{w}_i \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}}{dt} &= \dot{\bar{w}}^T [k_{ij}] \ddot{\bar{w}} - \dot{\bar{h}}^T \dot{\bar{w}} \dot{q} - \dot{\bar{h}}^T \dot{\bar{w}} \dot{q} \frac{q}{C_{eq}} \dot{q} \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n k_{ij} w_j - h_i \right] \dot{w}_i - \left[\sum_{j=1}^n h_j w_j - \frac{q}{C_{eq}} \right] \dot{q} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 우리는 I element와 고유 동력 변수들(associated power variable)이 \dot{p}_i 와 w_i 이라는 것을 알 수 있고 $(n+1)$ 개의 port를 가진 C element의 동력 변수(power variable)는 점선에 작용하는 동등 외력과 \dot{w}_i 이라는 사실을 쉽게 알 수 있다. 이는 C element와 I element의 port들은 같은 흐름 변수(flow variable) \dot{w}_i 를 공유한다는 의미이고 따라서 연결 요소(junction element)는 동 흐름 접합점(common flow junction)을 사용해야 한다. 이러한 고찰을 통해서 두께 방향 진동자의 bond graph는 그림 3에 나타낸 바와 같이 된다.

3.1 2 질점 Bond Graph 모델

두께 방향 진동자는 많은 경우 여러 가지 소자와 어우러져 사용되므로 주위의 다양한 소자들과 함께 모델되어 전체가 하나의 시스템으로 그 특성을 파악하여야 하는 경우가 흔히 생긴다. 그런 경우에 쓰일 수 있는 간단한 모델로서 두께 방향 진동자의 2 질점 bond graph 모델을 생각할 수 있다.

2 질점 bond graph 모델은 일반적인 모델인, 앞서 제시한 모델에 $n=2$ 는 조건을 부여하여 간단하게 얻을 수 있고 상태 방정식은 식 (15), (16), (17)을 $n=2$ 인 경우에 대하여 적용하면 바로 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 상태 방정식을 행렬식으로 다시 쓰면 아래와 같이 두가지 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\rho A(b-a)}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{Bmatrix} \\ + \frac{c_{33}^D A}{b-a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \\ h_{33} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} q + \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho A(b-a)}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{Bmatrix} \\ + \frac{c_{33}^E A}{b-a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} = \\ \frac{h_{33} A}{\beta_{33}^S d} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} e + \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $c_{33}^E = c_{33}^D \cdot \frac{(h_{33})^2}{\beta_{33}^S}$ 이고 식 (25)는 식 (17)을 이용하여 식 (24)으로부터 쉽게 계산할 수 있다. 여기서 주목할 만한 것은 전기적 변수를 전하량 q 로 하느냐 전압 e 로 하느냐에 따라서 강성 행렬이 달라지는 것을 쉽게 알 수 있다는 것이다. 이는 전기적 조건에 따라서 기계적 특성 즉 고유 진동수가 달라진다는 것을 보여 주는 것이다.

여태까지 압전 transducer는 동등 전기 회로로 다루어져왔기 때문에 식 (24)에 $q=0$ 라는 조건을 적용한후 구해진 고유진동수를 anti-resonance frequency라 하고 식 (25)에 $e=0$ 을 적용하여 구해

낸 고유진동수를 resonance frequency라 하여 왔다. 이 명칭은 동등 전기 회로를 이용하여 해석할 때는 유용할 수 있겠지만 어떠한 물리적인 성질에 대한 정보를 제공할 수 없는 명칭이다. 물리적으로 본다면 anti-resonance frequency는 open-circuit resonance frequency이고 resonance frequency는 short-circuit resonance frequency이다.

그런데 이러한 물리적인 의미를 bond graph 모델을 보면 쉽게 파악할 수 있다. 그림 4에서 보면 두께 방향 진동자의 bond graph 모델을 세개의 연결된 bond를 가지고 있다. 두개의 bond는 기계적 경계조건에 의하여 결정되는 것이고 나머지 하나는 전기적 조건에 의하여 결정되는 것이다. 앞서 언급한 두개의 resonance는 이 bond graph 모델을 잠시만 살펴보면 그 의미를 알 수 있다.

먼저 우리는 C element가 기계적 변수뿐만 아니라 전기적 변수에 의해서도 영향을 받는다는 사실로부터 기계적 성질이 전기적 조건에 의하여 영향을 받을 수 있다는 것을 쉽게 유추할 수 있다. 그런 후 두께 두 가지 극단의 전기적 조건을 생각할 수 있는데 그 하나가 short circuit 조건이고 다른 하나는 open circuit 조건이다. 따라서 이 두 가지 극단적인 전기적 조건에 따른 기계적 고유진동수가 다른 것을 짐작할 수 있고 그의 물리적 의미도 쉽게 알 수 있다.

또 관성을 나타내는 I element가 기계적 변수에만 의존하는 것을 쉽게 알 수 있으므로 이로부터 resonance가 전기적 조건보다는 기계적인 성질에 의하여 더 많이 좌우된다는 것을 눈치챌 수 있다. 실제로 전기적인 영향을 무시하고 계산을 하더라도 15% 미만의 오차만이 존재한다.

이상에서 살펴본 바와 같이 bond graph 모델은 여러 물리적인 성질에 대한 정보를 그림으로 빠르게 전달할 수 있을 뿐 아니라 다른 소자의 bond graph 모델과도 쉽게 연결하여 사용할 수 있다. 더불어 동적 성질과 정적인 성질을 동시에 나타낼 수 있어 동등 전기 회로 모델과 차이를 보인다.

3.2 수치적 정확성

여기서 전개한 bond graph 모델은 앞서 언급한 대로 유한 요소법을 이용한 것과 같은 자배 상태 방정식을 제공하므로 전체 질점수를 늘리면 연속체 모델의 해에 가까워진다는 것은 이론적뿐 아니라 실제 계산을 통해서도 증명된 바 있다. 따라서 여기서 제시한 bond graph 모델의 정확성에 대하여 재삼 증명할 필요는 없다.

4 Bond Graph 모델의 장단점

동등 전기 회로 모델은 너무도 잘 알려진 방법이고 현재까지 많은 트랜스듀서 엔지니어가 실제 설계에 사용되어온 도구이다. 그러나 bond graph 모델은 그 방법이 장안된 자 오래 되지 않았을 뿐 아니라 압전 에 대한 모델은 본 논문에서 새로이 제시하는 것이므로 bond graph 모델의 기능을 동등 전기 회로 모델의 그것에 준하여 판단하여 그 장단점을 알아 보고자 한다.

동등 전기 회로 모델은 여러 명백한 이점을 주는 반면 일반적인 전기 회로 요소가 아닌 정해 불명의 회로 요소를 포함되어 있는 경우에는 복잡한 시스템의 한 부분으로서의 역할을 이해하여 전체 시스템 작동에 예측하는데 크게 도움을 주지 못한다. 압전 소자의 전기 회로 모델은 비정상적인 전기 회로 요소를 포함하고 있다[1, 2]. 따라서 이 모델로부터는 압전 소자의 가장 중요한 성질 중에 하나라고 할 수 있는, 앞서 언급한, resonance와 anti-resonance의 존재를 쉽게 눈치챌 수 없다. 더군다나 이들의 물리적 의미를 동등 회로로부터 직접 계산하는 것이 불가능하다. 앞서 기술한 바와 같이 bond graph model은 이러한 전기-기계적 연결 현상을 쉽게 나타내줄 뿐 아니라 이의 성격도 나타내므로 현상의 이해에 있어서는 bond graph 모델이 동등 전기 회로 모델보다 더 유용하다 할 수 있다.

동등 전기 회로 모델의 모하나의 문제점은 정적인 응답 특성에 대한 오류이다. 동등 전기 회로 모델은 압전 소자의 기전 특성을 전기 변압기 모델로 보았기 때문에 전기적 단말에 일정한 전압을 부가하여도 기계적 단말에는 어떠한 전압도 전류도 발생할 수 없다. 그러나 압전 소자에 일정한 전압을 부가하면 기계적 변위가 생긴다는 것은 명백한 일이다. 이러한 오류가 발생하는 이유는 전기-기계적 상호작용 현상을 물리적 특성이 다른 잘못된 변환기로 표현했기 때문이다.

앞서 서술한 대로 bond graph 모델은 동적 응답뿐만 아니라 정적 응답 특성도 정확한 경향을 알아 보기 쉽게 보여준다. 그것은 bond

graph가 여러 에너지 변환의 성질을 정확하게 나타낼 수 있기 때문이다.

본 논문에서 제기한 압전 소자의 bond graph 모델은 계산을 행할 때에도 편리함을 제공한다. Bond graph 모델의 경우는 단순히 총 질점수만을 늘려가면 조금더 정확한 해를 얻을 수 있어서 계산 상 편리성이 있고 다양한 경계 조건에 대해서도 동일한 방법을 적용할 수 있다.

Bond graph 모델도 매우 큰 단점이 있다. 전기회로는 대학 입학 이전에 그 기초를 습득할 만큼 많은 사람들에게 널리 알려지고 쓰이고 있으나 bond graph의 저변이 그렇게 넓지 않아서 이를 사용하려면 bond graph에 대하여 새로이 배워야 하는 경우가 대부분이다. 물론 bond graph를 배운다는 것은 물리적 현상과 이의 모델링을 배우는 것이므로 의미가 없는 것은 아니지만 이미 전기회로에 익숙한 사람들에게는 다르게 느껴질 수 있다.

5 결론

본 논문에서는 두께 방향 진동자의 bond graph 모델을 새롭게 제시하였으며 이의 특성을 이론적으로 고찰하였다. 새로 개발한 모델링 방법은 유한 요소법과 수학적으로 같은 것이어서 수치적 타당성을 쉽게 보장 받을 수 있는 방법이며 또 한편으로는 유한 요소법을 물리적 원리만으로 새롭게 설명한 것이다. 제시된 bond graph 모델은, 지금까지 그 기능의 관점에서 트랜스듀서 설계에 많이 사용되어 왔던 동등 전기회로 모델과 비교할 때, 기능상 그를 대체할 수 있을 뿐 아니라, 더불어 압전 소자의 성질을 쉽고 빠르게 이해하게 하여서 트랜스듀서 설계 및 해석에 더 유용하다는 것을 알 수 있었다.

여기서 제시한 압전 두께 방향 진동자의 bond graph 모델 작성 방법은 압전 두께 방향 진동자의 모델에만 국한되지 않고 거의 모든 선형 고체 구조물의 bond graph 모델 작성에 응용될 수 있다.

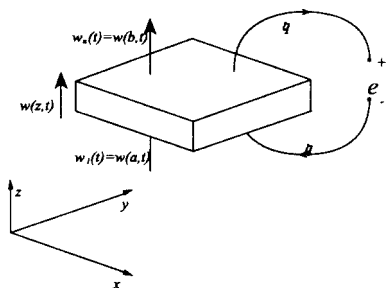


그림 1: Thickness Vibrator

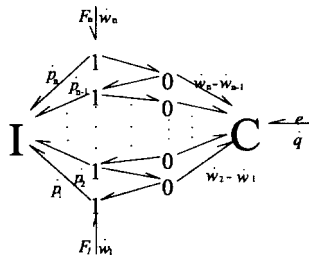


그림 3: n -node bond graph model of the thickness vibrator

참조 서적

- [1] Mason, W. P., *Physical Acoustics : Volume I* (Academic Press, New York, 1964).
- [2] Wilson, Oscar Bryan, *An Introduction to the Theory and Design of Sonar Transducers* (U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1985).
- [3] Karnopp, D. C., Margolis, D. L., and Rosenberg, R. C., *System Dynamics : A Unified Approach* (John Wiley and Sons, New York, 1990).
- [4] Allik, H. and Huges, T., "Finite Element Methods for Piezoelectric Vibration," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, pp151-157, vol. 2, 1970.
- [5] Ingram, M. E., and Masada, G. Y. "The Extended Bond Graph Notation," *Trans. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp113 - 117, vol. 113, Mar. 1991.
- [6] Don Berlincourt, "Ultrasonic Crystals and Ceramics", *Chapter 2 of Piezoelectric Crystals and Ceramics* (Plenum Press, New York, 1971).
- [7] Oden, J. T., *Applied Functional Analysis* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1979).
- [8] Marti, J. T., *Introduction to Sobolev Spaces and Finite Element Solution of Elliptic boundary Value Problems* (Academic Press, London, 1986).
- [9] Hughes, T., *The Finite Element Method* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987).

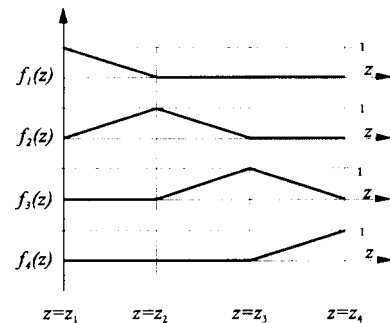


그림 2: Shape functions for 4-node bond graph model

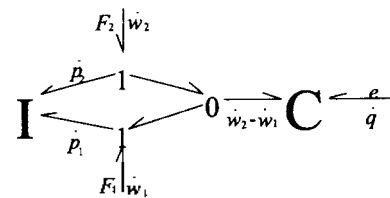


그림 4: Two node bond graph model of the thickness vibrator