

음향 홀로그래피 오차 해석 기준과 창 함수에의 적용

황의석

부장원

강연준

서울대학교 대학원

LG 전자

서울대학교 기계항공공학부

Error analysis criteria and application to window functions in acoustical holography

Eui-Seok Hwang

Jang-Won Boo

Yeon June Kang

Seoul National Univ.
Graduate School

LG Electronics

Seoul National Univ.
School of Mech. & Aerospace Eng.

ABSTRACT

Acoustical holography is one of the powerful methods in sound radiation problems. Just measuring hologram data on a plane, one can calculate whole space physical quantities such as pressure, particle velocity, and sound intensity. However, the use of finite and discrete operations introduce significant errors inevitably. This paper reviews error reduction schemes, and introduces error analysis criteria derived from modal analysis. Finally the effect of window functions is investigated by these criteria.

1. 서론

소음 제어 문제에 있어서 소음원의 위치나 음향 방사 특성 등을 알아내는 것은 매우 중요하다. 이러한 정보를 알아내기 위한 방법으로 1980년대 중반에 음향 홀로그래피 방법이 소개되었고,^(1,2) 이후의 많은 연구에서 실제적인 문제에 적용되었다. 음향 홀로그래피 방법은 음원 근처의 홀로그램 면에서 측정된 음압 정보를 가지고 음원면의 음압 분포나 입자 속도 분포를 구함으로써 소음원을 유추할 수 있을 뿐만 아니라 방사되는 음장의 인텐시티 벡터, 원거리 방사 패턴 및 총 음향 파워들을 구할 수 있다. 그러나 측정상의 제한이 존재하므로 몇 가지 형태의 오차가 발생하고 이러한 오차들은 음장 예 측에 중대한 영향을 끼친다. 이 중 주요한 오차는 공간

상의 엘리어싱(spatial aliasing), 창 함수 효과(window effect), 둘러싸기 오차(wraparound error)를 들 수 있다. 이러한 오차들을 해석하기 위해서는 적절한 기준이 필요하다. 일반적으로 예측 음압과 실제 음압의 크기 비율의 비를 그 기준으로 사용한다.⁽³⁾ 그러나 음압은 크기와 위상을 가지고 있으므로, 위상에 대한 오차도 고찰할 필요가 있다. 이 연구에서는 크기 오차와 더불어 위상 오차를 포괄 해석에 쓰이는 인자로부터 유추하여 정의하였다. 그리고 이 오차들을 이용하여 창 함수의 영향을 해석하였다.

2. 음향 홀로그래피 방법

근접 음장 홀로그래피(Nearfield Acoustic Holography, NAH)는 음원으로부터 가까운 거리만큼 떨어진 하나의 평면상의 음압 분포 또는 측정면에 수직인 방향의 속도 분포를 측정하여 음원으로부터 원거리까지 공간상의 모든 점들에서의 음향학적 변수들을 계산할 수 있게 하는 방법이다. 어떤 음원이 음장 $p(\vec{r}, t)$ 를 형성 시킨다고 할 때, 푸리에 변환한 $P(\vec{r}, f)$ 는 그린함수를 이용하여 키르히호프-헤름홀츠 적분 방정식(Kirchhoff-Helmholtz Integral Equation)으로 주어진다.⁽⁴⁾ 이 식은 그린 함수의 경계조건에 따라 1종과 2종 레일리 적분(Rayleigh Integral) 형태로 표현 된다. 음원면의 음압이나 속도를 알면 이 적분을 이용하여 임의의 공간상에서의 음압을

구할 수 있다. 또, 오일러 식에서 입자 속도벡터를 구할 수 있고, 이 둘이 결성되면 인텐시티 벡터, 원거리 방사 패턴 및 총 음향파워들을 계산할 수 있다.¹¹⁾ 두 식이 컨볼루션 적분(convolution integral)형태이므로 2 차원 푸리에 변환을 적용하면, 적분을 점셈의 형태로 바꿀 수 있다.

3. 오차 저감 방법

유한 푸리에 변환 과정에서 발생하는 오차는 공간상의 앨리어싱(spatial aliasing), 창 함수 효과(window effect), 둘러싸기 오차(wraparound error) 등이 있다. 앨리어싱은 표본 간격이 실제 신호의 주기를 반영할 만큼 작지 않을 경우 측정된 신호에서 표본 주파수 이하의 주파수에서의 신호 성분들이 그 이상의 주파수의 신호 성분들에 의해 왜곡되어 나타나는 오차이다. 공간상의 앨리어싱은 공간 주파수 성분들의 왜곡이고 이러한 오차는 표본 간격을 조절하는 것으로 줄일 수 있다. 둘러싸기 오차는 이산화된 파수 성분 정보의 처리 과정에서 발생하는 것으로 측정점 밖의 영역에서의 음압을 무시할만하다고 가정하여 0으로 간주하여 측정 정보 영역을 늘리는 효과를 주는 제로패딩(zero padding) 방법으로 줄일 수 있다. 누설 오차는 무한한 영역을 유한한 측정값이 반복된다고 가정하기 때문에 주기의 양 끝에서 신호의 불연속이 있을 경우에 이것이 푸리에 변환 과정에서 나타나게 된다. 누설 오차를 줄이기 위해서는 주기 신호의 경계에서 연속이 되도록 측정 신호에 알맞은 창 함수를 곱하여 준다.

4. 음향 홀로그래피 오차 해석 기준

홀로그래피 이론에 의해 재구성된 음장을 해석적인 해와 비교하기 위해서는 기준이 필요하다. 음압은 크기와 위상을 갖고 있으므로 각각에 대하여 오차를 정의하여야 한다. 홀로그래피에서 일반적인 오차 기준은 음압의 크기의 비로 나타낸다. 여기서는 위상 오차와 비교하기 위해 이 둘 크기 오차(Magnitude Error)라 하고 다음과 같이 정의 하였다.

$$E_{magnitide}(\%) = \left| 1 - \frac{\sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} \tilde{P}_{m,n} \tilde{P}_{m,n}^*}{\sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} P_{m,n} P_{m,n}^*} \right| \times 100 \quad (1)$$

여기서 $P_{m,n}$ 은 실험으로 측정하거나 이론적인 계산에 의해 얻어진 음압 정보 행렬이고, $\tilde{P}_{m,n}$ 은 홀로그래피 방법으로 재구성된 음압 정보 행렬이다. * 기호는 켈레

복소수를 나타낸다. 이 오차는 음압 크기 계급의 비율 %로 나타낸 것으로 모달 해석에서 쓰이는 모달 비율 인자(Modal Scale Factor, MSF)로부터 유추되었다.

반향 음향 방사 형식이나 구조물의 모드 형상에 관심이 있다면 크기 오차는 그다지 중요하지 않다. 음장의 방사 패턴이나 형상은 주로 위상에 의해서 결정되기 때문이다. 위상 오차는 모달 확신 기준(Modal Assurance Criterion, MAC)에서 유추되었고, 작으로 정리하면 다음과 같다.

$$E_{phase}(\%) = \left| 1 - \frac{\left| \sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} \tilde{P}_{m,n} P_{m,n}^* \right|^2}{\left(\sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} \tilde{P}_{m,n} \tilde{P}_{m,n}^* \right) \left(\sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} P_{m,n} P_{m,n}^* \right)} \right| \times 100 \quad (2)$$

$P_{m,n}$, $\tilde{P}_{m,n}$ 은 앞의 정의와 같고, 이문값의 켈레복소수값과 계산된 값의 몫이 위상차를 표현한다.

5. 창 함수의 영향 고찰

홀로그래피를 수행할 때 서로 다른 창 함수를 사용하였을 때 생기는 영향은 (1),(2)의 오차 기준을 통하여 살펴 보았다. 홀로그래피 이론에서 음장 재구성을 위해서는 홀로그램 면에서의 음압 정보를 알아야 한다. 홀로그램 면에서의 음압을 측정하기 위한 실험 방법을 그림 1에 나타내었다. 두개의 마이크로폰을 하나는 기준 마이크로 고정 시키고 나머지 하나를 움직여가면서 각각의 점에 대한 음향 파워 스펙트럼과 주파수 응답 함수를 구하였다. 측정은 반 무향실 내에서 행하였고 측정하는 마이크로는 서보 모터를 이용한 직선 운동기구(Linear Motion Guide)로 자동화 하여 구동하였다. 음원(Sound Source)은 이론적인 해가 있는 $f=1\text{kHz}$ 점 음원(Monopole)과 쌍극 음원(Dipole)을 이용하였다. 공간상의 앨리어싱 효과를 무시하기 위해 샘플링 간격을 파장의 1/10 정도가 되도록 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 영역에 샘플 점을 64×64 개로 하였다. 홀로그램 면과 음원과의 거리(z_n)를 0.01m로 하였다. 재구성하는 면과 음원과의 거리를 z 라 하면 $z=0.2\text{m}, 0.3\text{m}, 0.4\text{m}, 0.5\text{m}$ 인 경우 각각에 대하여 평면 홀로그래피 이론으로 계산한 음압 분포와 해석적으로 구해진 음압 분포를 4점에서 정의한 크기 오차(Magnitude Error)와 위상 오차(Phase Error)에 적용하여 각 창 함수의 영향을 그림 2,3에 나타내었다. 결과 그래프를 보면 (1),(2)의 오차 해석 기준이 음원으로부터 떨어진 거리와 소음원의 종류에 따른 오차의 변화를 잘

표현해 주고 있다. 그리고 위상 오차가 크기 오차와는 경향이 다를 것을 보여 주고 있다. 그림 2(a)와 그림 3(a)에서 점 음원이나 쌍극 음원이나 삼각(triangular) 창 함수의 경우 거리가 멀어지면서 크기 오차(Magnitude Error)가 감소하나 위상 오차(Phase Error)는 값은 작지만 증가함을 알 수 있다. 또 음원과 근접한 거리에서는 사각 창 함수나 카이저 베셀(Kaiser-Bessel) 창 함수를 이용하는 것이 오차가 적음을 알 수 있었다. 그러나 점 음원의 경우 카이저 베셀 창 함수는 크기 오차는 작지만 거리가 멀어질 때 위상 오차가 커지므로 위상이 중요한 경우에는 다른 창 함수를 적용해야 함을 알 수 있다. 그림 4, 5에 $z=0.2m$ 일 때 카이저 베셀 창 함수를 적용했을 때 점음원과 쌍극 음원의 재구성된 음장과 오차를 나타내었다. 그림을 통하여 오차의 정도를 확인할 수 있었다.

6. 결론

보통 해석에서 유추한 오차를 음향 홀로그래피 방법이 잘 맞는지의 기준으로 사용하였다. 위상 오차는 크기 오차와 다른 경향이 있으므로 두 오차를 모두 고려해야 한다. 이 오차들로부터 홀로그래피 방법으로 음장을 재구성할 때 소음원의 종류에 따라, 그리고 음원으로부터 거리에 따라 창 함수의 영향이 다를 것을 알 수 있었다. 이런 결과에 기반하여 창 함수를 다르게 선택함으로써 오차를 줄일 수 있다. 창 함수의 영향 뿐 아니라 다른 여러 오차의 영향을 분석하고 저감 시키는 연구에 이 오차 기준을 사용할 수 있을 것이다.

References

- (1) J. D. Maynard, E. G. Williams and Y. Lee, "Nearfield acoustic holography (NAH): I. Theory of generalized holography and the development of NAH", *J. Acoust. Soc. Am* **78**(4), 1395-1413 (1985)
- (2) W. A. Veronesi and J. D. Maynard, "Nearfield acoustic holography (NAH): II. Holography reconstruction algorithms and computer implementation", *J. Acoust. Soc. Am.* **81**(5), 1307-1322 (1987)
- (3) 김양환, 권효상, "음향 홀로그래피를 이용한 방사 음장의 선방 예측 방법에 관한 기본 이론 및 신호처리 방법", 대한 기계학회 논문집 제 16권 제 9호, pp 1654-1668, 1992
- (4) Croft, M. Hargreaves, L. Brown, "Nearfield Acoustic

Holography : From Background Theory to Modern Developments", *Math.Science* **19**, 11-21, (1994)

- (5) 부장원, "음향 홀로그래피를 이용한 음원 탐지와 정상상태 음장 가시화에 관한 연구", 서울대학교 기계설계학과 1997 석사학위논문

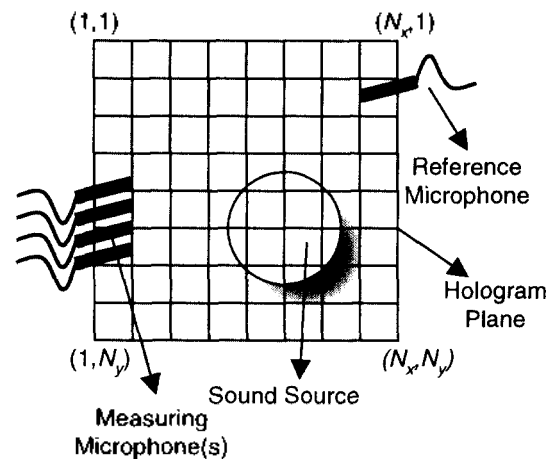


그림 1 평면 홀로그래피 실험 방법

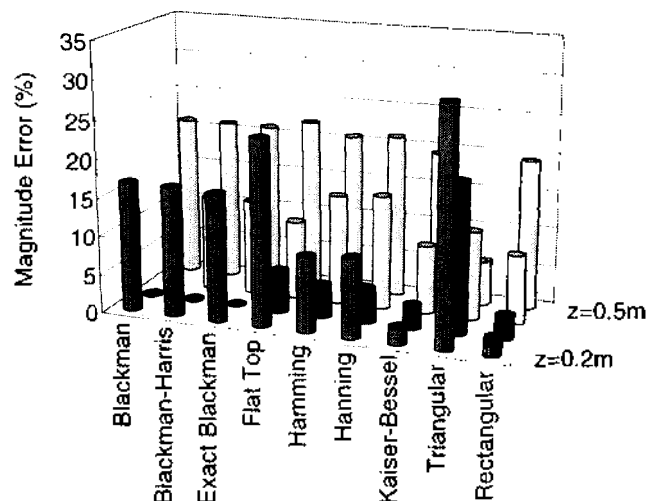


그림 2(a) 점 음원 크기 오차

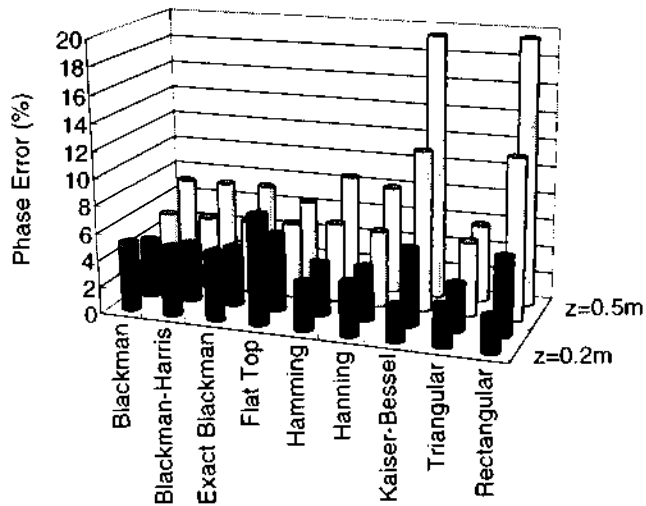


그림 2 (b) 점 음원 위상 오차

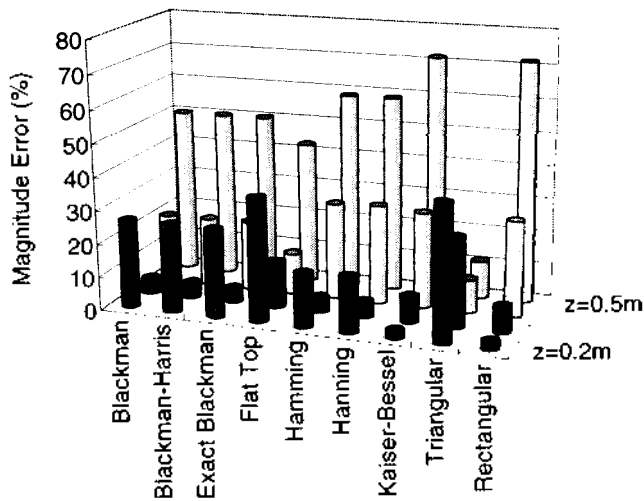


그림 3 (a) 쌍극 음원 크기 오차

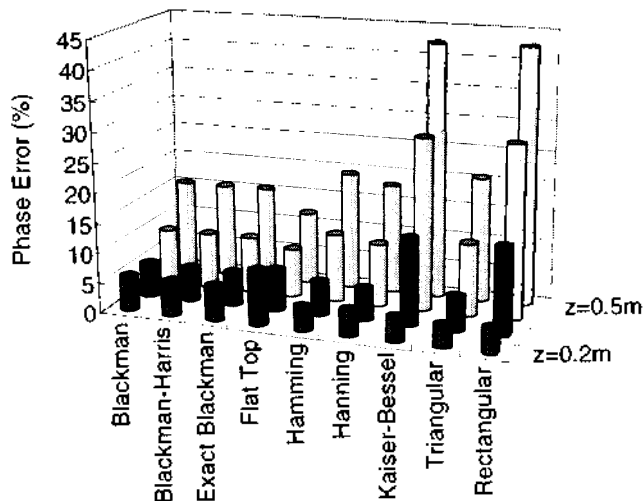


그림 3 (b) 쌍극 음원 위상 오차

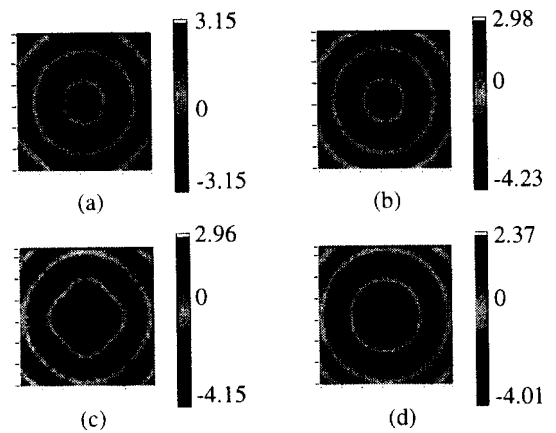


그림 4 점 음원의 음압 분포 ($z=0.2$ m, Kaiser-Bessel window) (a) NAH Real, (b) Analytical Real, (c) NAH Imaginary, (d) Analytical Imaginary. 크기 오차와 위상 오차는 각각 2.202%, 2.670%이다.

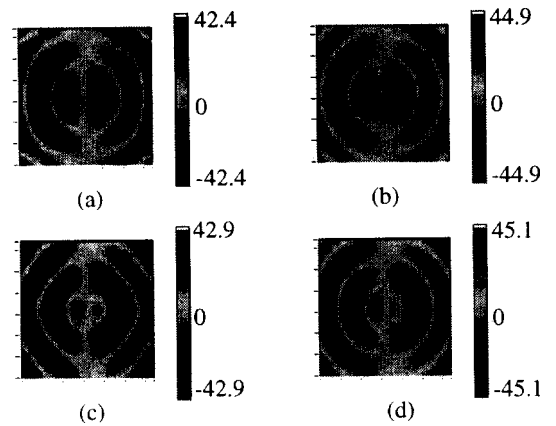


그림 5 쌍극 음원의 음압 분포 ($z=0.2$ m, Kaiser-Bessel window) (a) NAH Real, (b) Analytical Real, (c) NAH Imaginary, (d) Analytical Imaginary. 크기 오차와 위상 오차는 각각 2.331%, 4.081%이다.