

아주 낮은 차단주파수를 가지는 FIR LPF 의 계산량 감소기법

° 최영하*, 성광모**

*동아방송대학 음향제작과, **서울대학교 전기공학부

Computation Reduction in Designing an FIR LPF with Very Low Cutoff Frequency

° Yeongha Choi*, Koengmo Sung**

*Dept. of Audio Production, Dong-ah Broadcasting College

**School of Electrical Engineering, Seoul National University

요약

일반적으로 매우 낮은 차단주파수를 가지는 FIR 저역통과 필터의 경우 그 과도영역의 폭이 상대적으로 매우 좁기 때문에 긴 임펄스 응답을 가지게 되며, 따라서 많은 계산량을 필요로 하게 된다. 본 논문에서는, FIR 필터의 계수를 서브샘플링(subsampling)하여 계산량의 현저한 감소를 도모하고, 그로 인하여 발생하는 주파수 영역의 이미지를 IIR 필터를 사용하여 제거하는 기법을 제안한다. IIR 필터로 인하여 발생하는 위상의 왜곡은 앞단의 FIR 필터의 계수를 조절함으로써 상쇄시킬 수 있다.

제안된 알고리즘을 채택할 경우, 동일한 성능의 일반 FIR 필터에 비하여 사용하는 메모리의 양은 거의 같으나, 계산량은 수십분의 일까지 감소시킬 수 있다.

I. 서론

일반적으로 FIR 필터는 IIR 필터에 대하여 제어가 자유로운 위상 특성 등 여러가지 장점을 가지고 있다. 그러나, FIR 필터의 해상도는 그 필터의 탭 수에 종속적인 관계를 가진다. 따라서, FIR LPF를 설계할 때에, 그 필터의 탭 수는 과도영역의 폭에 좌우되며, 차단 주파수가 매우 낮은 경우에는 과도영역 역시 매우 좁은 것이 일반적이므로 많은 탭수와 과도한 계산량이 필요하게 된다[1].

과도영역의 폭과 FIR 필터의 탭수의 관계는

$$N = \frac{A_s - 7.95}{14.36 \Delta f}$$

와 같이 나타낼 수 있다[2]. 여기에서 N 은 필터의 탭수, A_s 는 차단 영역의 감쇄(dB), Δf 는 정규화 주파수로 나타낸 과도영역의 폭이다. 이 식에 근거하여 살펴보면 예를 들어 48kHz의 샘플링 주파수를 갖는 시스템에서 100Hz 까지를 통과대역으로 잡고 200Hz에서 40dB 이상 떨어지는 FIR 필터를 설계하려면 약 1071 탭으로, 1000 탭 이상의 길이를

갖는 FIR 필터가 필요함을 알 수 있다. 이것은 실시간 구현이 매우 어려운 수준이다.

이제, 본 논문에서는 이와 같이 매우 낮은 차단주파수를 갖는 FIR LPF의 계산량을 줄이는 기법을 제안한다.

II. IFIR 필터

본 논문에서 제안하는 방법의 기초가 되는 이론으로 IFIR (interpolated FIR) 필터라는 것이 있다[3]. IFIR 필터는 긴 임펄스 응답을 갖는 FIR 필터의 계수들을 일정한 간격으로 서브샘플링하여, 그 이후에 또 하나의 FIR 필터를 인가함으로써 전체적인 임펄스 응답이 두 FIR 필터의 임펄스 응답의 혼블루션으로 나타나게 한다는 개념에 근거하고 있다. 즉, 복적하는 필터의 임펄스 응답을 서브샘플링한 필터에 또 하나의 필터를 걸어 줌으로써 앞 필터의 응답을 보간(interpolation)한다는 개념이다.

IFIR 필터의 구성은 그림 1에서와 같이 표현할 수 있으며, 여기에서 $g(n)$ 은 $h(n)$ 을 일정한 간격으로 서브샘플링한 것이며, $h(n) \cong g(n) * i(n)$ 가 되도록 $i(n)$ 을 설정한다.

IFIR 필터 외에 차단 주파수가 낮은 LPF를 적은 계산량으로 구현할 수 있는 방법으로 데시메이션(decimation)을

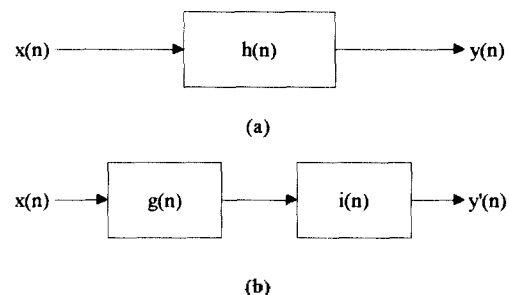


그림 1. IFIR 필터의 구성
(a) 목적하는 필터
(b) IFIR 필터로의 구현

이용한 멀티레이트(multirate)신호처리 기법이 있다[2]. 멀티레이트 신호처리 기법은 IFIR 필터나 본 논문에서 제안하는 방법에 비하여 조금 더 적은 계산량과 훨씬 적은 메모리로 구현할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 그러나, 멀티레이트 신호처리는 그 이름에서 알 수 있는 바와 같이 하나의 시스템 안에 두 가지 이상의 샘플링 주파수가 공존하게 되며, 이로 인해 현실적으로 대부분의 신호처리 칩(DSP)에서 링 버퍼(ring buffer) 등의 메모리 관리가 매우 곤란하며, 가능하다 하더라도 링 버퍼 어드레스에 소요되는 오버헤드 계산량이 너무 많은 단점이 있다. 또한, 멀티레이트 신호처리에서는 데시메이션 필터와 인터폴레이션 필터가 별도로 필요하며, 계산량 문제 때문에 이들을 통상 IIR 필터로 처리하는데, 이로 인하여 위상 왜곡이 발생하며 따라서 분기된 신호가 다시 합쳐질 때에 정확히 상쇄되지 않는 등의 문제점이 있다.

III. 제안된 기법

본 논문에서 제안하는 기법은 근본적으로 IFIR 필터와 동일하다. 그러나, 보간을 위하여 사용하는 필터를 FIR 필터가 아닌 IIR 필터를 사용함으로써 계산량의 추가적인 감소를 피하였으며, 뒷단의 IIR 필터의 역할이 임펄스 응답을 보간한다기보다는 앞단 필터 계수의 서브샘플링으로 인한 주파수 영역의 이미지를 제거한다는 개념으로 이해하는 것이 차이점이다. IIR 필터를 사용함으로써 위상 왜곡의 문제가 발생할 수 있는데, 이 위상 왜곡은 앞단 FIR 필터의 계수를 조절함으로써 추가적인 계산 없이 상쇄시킬 수 있다.

본 논문에서 제안하는 방법은 그림 1에서 살펴본 IFIR 필터와 근본적인 구조는 동일하다. 그러나, IFIR 필터에서는 $g(n)$ 과 $h(n)$ 이 모두 FIR 필터인데 반하여 제안하는 방법은 $g(n)$ 은 FIR 필터이지만, $h(n)$ 은 IIR 필터인 것이 가장 큰 차이점이다. 제안하는 방법은 FIR 필터 뒤에 IIR 필터가 따라오므로 편의상 FIIR 필터라 부르기로 하자.

FIIR 필터를 설계하는 방법을 설명하자면 다음과 같다.

먼저, 그림 2(a)와 같은 원하는 특성의 FIR 필터를 통상적인 방법으로 설계한다. 그런 다음, 그 필터의 계수를 N 샘플 간격으로 서브샘플링한다. 이로써, 필터의 실제적인(0이 아닌) 계수의 개수는 $1/N$ 로 줄어들고, 따라서 필터링에 필요한 계산량도 $1/N$ 로 줄어든다. 이러한 필터의 계수를 서브샘플링하는 것은 시간축에서 N 샘플 간격으로 존재하는 임펄스열과 곱하는 것과 같으므로 주파수 영역에서는 균등한 간격으로 N 개 존재하는 임펄스열과 컨볼루션한 것과 같게 된다. 따라서, 그림 2(b)에서 보는 바와 같이 서브

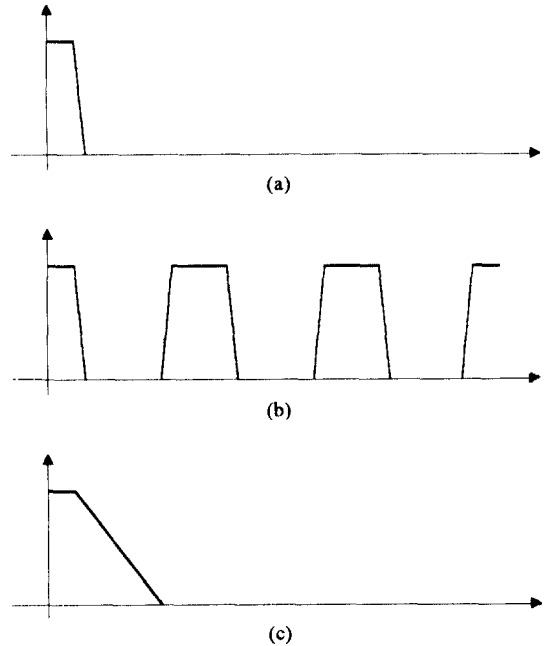


그림 2. FIR 필터의 주파수 영역 개념도

샘플링된 필터의 주파수 특성은 원래의 통과대역 외에 주파수 축에서 균등한 간격으로 N 개의 이미지가 생기게 된다.

여기에서, 원래 원하던 통과 대역을 제외한 나머지 이미지들을 제거하기 위하여 IIR 필터 $h(n)$ 을 사용한다. 즉, 그림 2(c)와 같은 특성을 갖는 IIR 필터를 설계하여 뒷단에 붙인다. 이로써, 전체적인 필터의 특성은 원래 설계했던 그림 2(a)와 같게 만들면서 FIR 필터의 계산량은 $1/N$ 로 줄일 수 있다. 물론, 뒷단의 IIR 필터만큼의 계산량이 추가되지만, 이는 FIR 필터의 계산량에 비하면 매우 적은 양이다.

뒷단에 붙인 IIR 필터로 인하여 위상 왜곡이 발생할 수 있는데, 이는 최조에 원하는 특성의 FIR 필터를 설계할 때에 그 위상왜곡을 상쇄시키는 방향으로 설계함으로써 추가적인 계산량 없이 제거할 수 있다.

IV. 실험결과

48kHz 샘플링 주파수를 갖는 디지털 시스템에서 100Hz의 차단주파수를 가지며, 200Hz에서 40dB 이상 떨어지는 FIIR 필터를 설계하여 보았다. 시론에서 잠시 언급한 바와 같이, 이러한 특성을 갖는 FIR 필터를 설계하기 위해서는 약 1000 탭 정도의 필터 길이가 필요하다.

그림 3(a)에 이 필터의 주파수 특성을 나타내었다. 차단 주파수가 샘플링 주파수에 비하여 너무 낮아 자세한 모습이 보이지 않으므로 그림 4에 이 필터의 500Hz 이하에서의 주파수 특성을 위상특성과 함께 나타내었다. 그리고, 그

림 5(a)는 이 필터의 임펄스 응답이며, 필터 길이는 1000 탭이다.

그림 5(b)는 설계된 필터의 임펄스 응답을 100 샘플 간격으로 서브 샘플링한 결과이다. 이로써, 서브샘플링된 필터의 주파수 응답은 그림 3(b)와 같이 100 개의 이미지가 나타나게 된다. 그림 3(b)를 500Hz 이하에서만 다시 그려 보면 그림 6(a)와 같다. 여기에 그림 6(b)와 같은 특성을 갖는 IIR 필터를 설계하여 서브샘플링된 FIR 필터의 뒷단에 붙이면 된다. 설계된 IIR 필터는 6 차의 butterworth 필터이다.

이렇게 하여 얻어진 FIIR 필터의 최종적인 주파수 응답은 그림 7에 보인 바와 같다. 이를 원래 의도하였던 필터의 특성인 그림 4와 비교하여 보면 필터의 특성은 조금도 열화되지 않았음을 볼 수 있다. 위상 특성 역시 그룹 딜레이(group delay)가 전체적으로 약간 커졌을 뿐, 통과대역 내에서는 FIR 필터 특유의 선형 위상관계가 유지되고 있음을 알 수 있다.

마지막으로, 각 방법을 사용했을 때의 계산량과 필요한 메모리의 양을 비교해 보면 표 1과 같다. 표에서 보는 바와 같이 제안된 FIR 필터의 경우 기존의 IFIR 필터에 비하여 계산량의 감소가 현저할 뿐 아니라 메모리 소요량도 IFIR 필터에 비하면 상당히 감소하였다. 일반적인 FIR 필터와 비교하면 메모리 소요량이 1% 정도 늘었으나, 계산량이 약 50 분의 1로 줄어 들었음을 알 수 있다.

멀티레이트 신호처리의 경우는 설계하는 방법에 따라 계산량이나 메모리 소요량이 매우 유동적이라 정확히 비교하기는 어려우나, 일반적으로 계산량은 FIR 쪽이 약 30% 정도 더 많고 메모리 소요량 역시 FIIR 쪽이 수십배 정도

표 1. 각 방법에 대한 계산량 및 소요 메모리량 비교

방 법	FIR	IFIR	FIIR
계산량	1000	545	23
탭버퍼의 크기	1000	1535	1013

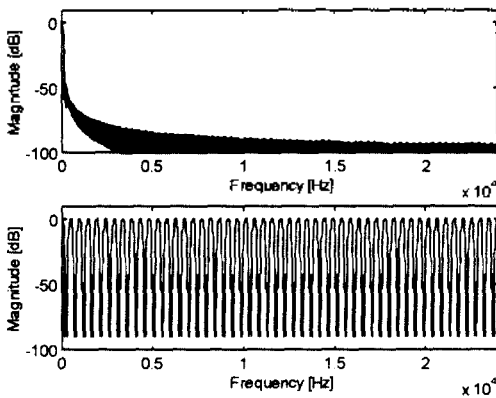


그림 3. 설계된 FIR 필터의 주파수 특성
(a) 원하는 필터의 주파수 특성
(b) 계수를 서브샘플링한 필터의 주파수 특성

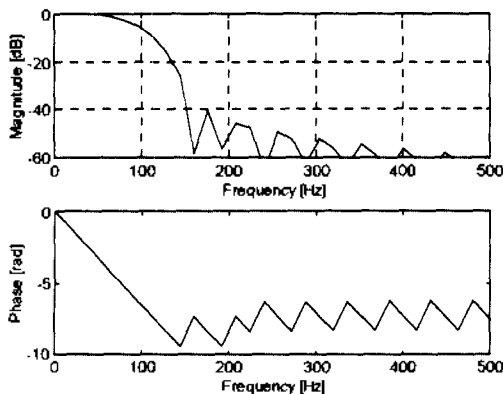


그림 4. 그림 3의 확대도
(a) 진폭 특성
(b) 위상 특성

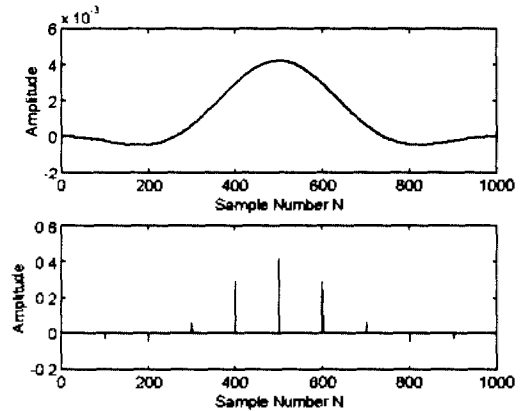


그림 5. 설계된 FIR 필터의 임펄스 응답
(a) 원하는 필터의 임펄스 응답
(b) 계수를 서브샘플링한 필터의 임펄스 응답

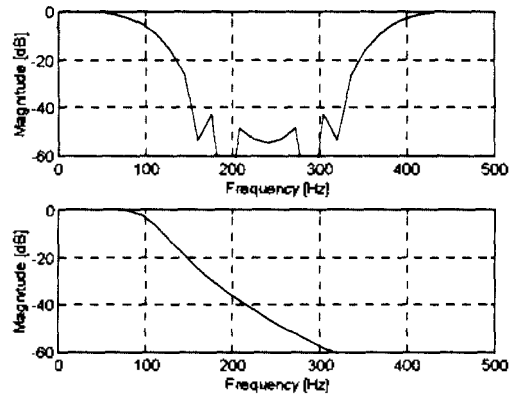


그림 6. FIIR 필터 구성 요소의 주파수 응답
(a) FIR 필터의 주파수 응답
(b) IIR 필터의 주파수 응답

더 많다. 그러나, 앞에서도 언급한 바와 같이 실제 하드웨어 구현에 있어서 멀티레이트 신호처리 기법은 샘플링 주파수가 다른 두개 이상의 링 버퍼를 유지하기가 매우 곤란할 뿐만 아니라, 데시메이션 및 인터플레이션에서 위상보정이 불가능한 IIR 필터를 사용해야 하므로 FIIR 필터처럼 선형위상을 유지하기가 매우 어렵다.

V. 결론

기존의 FIR 필터는 여러 가지 좋은 특성을 가지고 있음에도 불구하고 차단 주파수가 매우 낮은 LFP를 설계할 경우 과도 대역의 폭이 매우 좁아져서 엄청난 양의 계산을 필요로 하는 문제점이 있었다. 이러한 경우, 계산량의 현저한 감소를 피할 수 있는 IFIR 필터가 고안되었으나, 본 논문에서는 IFIR 필터에 비하여 계산량을 훨씬 더 줄일 수 있는 FIIR 필터 기법을 제안하였다.

FIIR 필터는 본문에서 언급한 48kHz 샘플링 시스템에서 100Hz의 차단 주파수를 갖는 LPF의 경우에 대하여 계산량이 기존의 FIR 필터에 비하여 약 1/50, IFIR 필터에 비하여 약 1/23로 감소 하였으며, 메모리 사용량은 FIR 필터에 비하면 약 1% 증가하였고 IFIR 필터에 비하면 약 30% 줄어 들었다.

본 논문에서 제안한 FIIR 필터는 선형 위상이 필요한 매우 낮은 차단 주파수를 갖는 저역통과 필터의 설계에 매우 유용하게 사용될 수 있으며, 본 알고리즘을 응용하면

주파수 대역에 따라 서로 다른 해상도를 갖는 FIR 필터를 설계할 수도 있다.

참고문헌

- [1] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, *Digital Signal Processing*, Prentice Hall, 1975.
- [2] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice Hall, 1993.
- [3] Neuvo, Y., Dong, C.-Y., and Mitra, S. K., "Interpolated Finite Impulse Response Filters," *IEEE Tran. on ASSP*, Vol. ASSP-32, pp.563-570, June 1984.

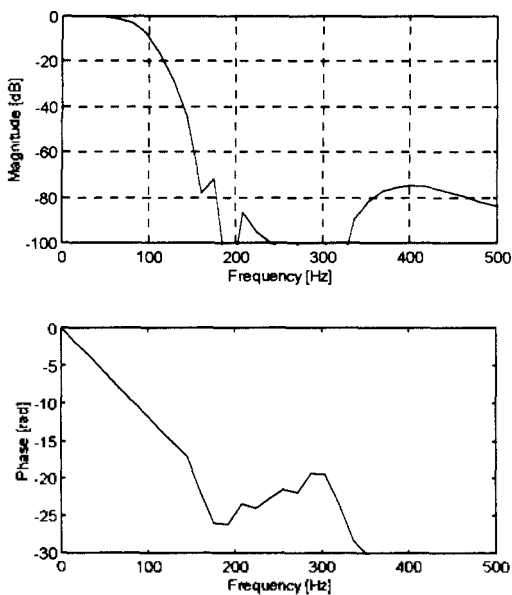


그림 7. 설계된 FIIR 필터의 주파수 응답
(a) 진폭 특성
(b) 위상 특성