

## 확산음장에 관한 고찰

강현주\*, 이정권\*\*, 김현실\*, 김재승\*, 김상렬\*

\*한국기계연구원 구조시스템연구부 음향연구그룹

\*\*한국과학기술원 기계공학과

### Reconsideration on the Diffuse Sound Field

Hyun-Ju Kang\*, Jeong-Guon Ih\*\*, Hyun-Sil Kim\*, Jae-Seung Kim\*, Sang-Ryul Kim\*

\*KIMM, Acoustic Lab.

\*\*Dept. of Mech. Eng., KAIST

#### 요약문

본 논문에서는 실음향학의 기본가정이 되고 있는 확산음장 이론에 대한 타당성을 고찰하였으며, 실의 경계면에서 입사에너지의 각도 분포를 입사 및 반사파의 간섭효과를 고려한 해석적 방법으로 구한 결과와 수치해석적 방법인 Ray tracing 기법을 이용한 결과와 비교하였다. 비교 결과는 경계면에서의 입사각에 대한 에너지 분포는 확산음장 이론에 의한 균일 분포가 아니라 Gaussian 분포와 유사한 경향을 보여 주었다.

#### ABSTRACT

In this paper, the validity for the application of the diffuse sound field theory to the real sound field, especially on the bounding surfaces of the rooms, was reconsidered. The analytical result for directivity pattern on the bounding surfaces of the room was compared with the result of numerical simulations using ray tracing technique. Comparison results show that the

distribution of the incident sound energy vs incident angles is approximated to Gaussian distribution, not to the uniform distribution.

#### 1. 서론

실내의 음향학적 특성을 결정할 때 보통 실내의 음장을 확산음장(diffuse sound field)으로 가정한다. 실내의 평균 음압레벨 등을 경계면이 아닌 위치를 대상으로 결정할 때에는 이 가정은 큰 오차 없이 사용할 수 있다.

그러나 차음 및 흡음계수 등은 통상적으로 실 경계면의 음향학적 양(음압, 혹은 에너지)이 아닌 실 중심위치에서의 음향학적 양으로 결정되고 있다. 그렇지만 실내 경계면에서의 음압은 실내의 공간 평균 음압과는 상당한 차이가 발생할 수 있다는 것은 이론적으로나 실험적으로 잘 알려진 사실이다. 이러한 사실은 실내의 경계면에서는 완전한 확산음장이 이루어지지 않고 있다는 것을 나타내고 있다. 따라서 실내의 경계면에 대한 음향학적인 양들을 계산하는 흡·차음 문제등은 확산음장의 조건에 민감하기 때문에 상당한 오차를 발생할 소지

를 안고 있다.

본 논문에서는 실 경계면에서 입사각에 따른 입사에너지 분포에 대하여 이론적 해석을 수행하고 이를 수치해석 결과[1]와 비교하였다.

## 2. 확산음장

### 2.1 확산음장의 정의

실음향학(room acoustics)문제에 대한 가장 기본이 되고 있는 Sabine[2] 모델이 주요한 가정은 Fig. 1과 같은 격실에서 음 에너지밀도,  $W$ 가 내부용적  $V_1$ 에서는 위치에 따른 변화가 없다고 가정하는 것이다. 여기서 가상 내부용적  $V_1 = L_1^3$ 이며, 가상치수  $L_1$ 은  $\lambda < L_1 < L$ 과 같은 관계를 갖고 있다. 여기서  $L$ 은 실제 치수,  $\lambda$ 은 음파의 파장을 의미한다.

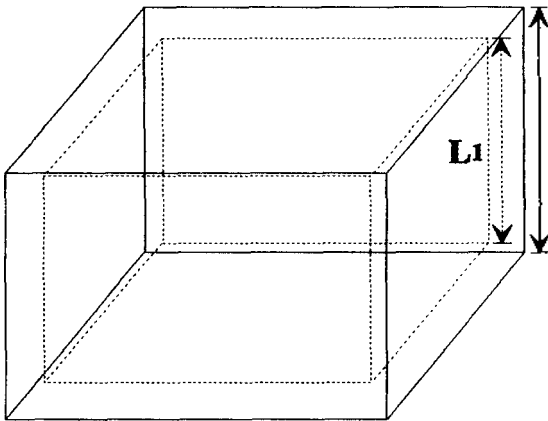


Fig. 1 Sabin's room model

이러한 가정을 기반으로 광학등에서 사용되는 확산장 이론이 실음향학에 도입되었다. 엄밀한 의미로 확산음장의 정의[3]는 “실내의 임의의 위치에 입사하는 음은 모든 방향으로 동일한 음의 강도(sound intensity)와 랜덤 위상을 갖는 음장”이라고 표현되며, 가장 단순한 척도로서 실내의 음압이 모든 위치에서 동일한 경우라고 말할 수 있다. 실

내의 음장을 확산음장으로 가정하면 실내의 고유 모드에 의한 정재파의 영향 및 위상차이, 음의 사각지대(shadow zone)의 영향 등을 무시할 수 있기 때문에 수식화에 아주 편리하다.

또한 이때의 음장은 평면파(freely propagating plane wave)의 합으로서 표현가능하며, 음 에너지 밀도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W = \frac{1}{2\rho c^2} \sum_q |p_q|^2 = \frac{|p|^2}{\rho c^2} \quad (1)$$

여기서  $\rho$ ,  $c$ 는 각각 음의 밀도 및 속도,  $p_q$ 는 각 평면파를 나타내며,  $|p|^2$ 은 시간 평균 제곱음압을 의미한다. 음 에너지 밀도  $W$ 가 각 진행방향,  $\vec{e}$ 에 대한 분포를 보기 위해서 지향 에너지 밀도(directional energy density)  $D(\vec{e})$ 는 다음과 같이 정의[4]된다.

$$D(\vec{e}) = W/\Delta\Omega \quad (2)$$

여기서  $\Delta\Omega$ 는 입체각(solid angle)을 나타낸다. 따라서 완전한 확산음장 이라면  $D(\vec{e})$ 는 진행방향,  $\vec{e}$ 에 독립이며  $D(\vec{e}) = W/4\pi$ 가 된다. 이 조건은 입사에너지가 입사각에 대한 균일분포(uniform distribution)를 의미한다.

### 2.2 확산음장에 대한 척도

완전한 확산음장은 실제로 구현하기 어려운 이상적인 음장이기 때문에 수학적 모델로 사용하기에는 편리하지만 실제음장과는 상당한 차이가 있게된다. 따라서 어떤 음장을 확산음장으로 가정하기 위한 전제조건으로서 다음과 같은 기준을 두고 이를 어느 정도 만족할 때 확산음장으로 간주한다.

Schroeder 주파수[5],  $f_{sh}$  : 저주파수에서 음장의 주파수 응답은 실의 고유모드에 기인하여 특정위

치에서 peak들이 발생하게 된다. 그러나 주파수가 증가할수록 모드의 수는 급격히 증가하게 되고 각 모드의 peak들은 서로 겹쳐(modal overlap)지게 되어서 각 모드의 특성들은 의미가 없어지고, 통계학적인 양으로 실내의 주파수 응답 특성을 표현할 수 있게 된다. 이때의 주파수를 Schroeder 주파수,  $f_{sh}$ (혹은 Schroeder cut off frequency)라고 불리우며 잔향실등에서 확산음장으로 가정이 가능한 하한 주파수가 된다. Schroeder가 제안한 계산식은  $f_{sh} = 2000 (T_{60}/Vol.)$ 이며, 예로서  $Vol. = 250 \text{ m}^3$ ,  $T_{60} = 5 \text{ sec}$ 이면  $f_{sh} = 282 \text{ Hz}$ 가 된다.

### 2.3 흡음계수 및 투과계수의 정의

실음향학과 관련된 문제들 중 실내의 경계면을 대상으로 음향학적 물리량을 정의하는 것들이 있다. 대표적인 것으로서 흡·차음계수를 들 수 있다.

Fig. 2에서 보이는 것처럼 경계면의 미소면적  $dS$ 에 대하여 입체각  $d\Omega$ 로부터 음이 입사할 때, 경계면,  $dS$ 에 의한 손실 파워는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dP_d}{dS} &= c \int \int_{\Omega} \alpha(\theta, \phi) D(\theta, \phi) \cos \theta d\Omega \\ &= \frac{c}{4} \alpha_r W \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\alpha(\theta, \phi)$ ,  $\alpha_r$ 은 각각 경사 입사 및 랜덤입사 흡음계수를 나타내며,  $D(\theta, \phi) = D(\vec{e})$ 를 의미한다. 만일 완전한 확산음장, 즉  $D(\vec{e}) = W/4\pi$  이면 랜덤입사 흡음계수는

$$\alpha_r = \frac{1}{\pi} \int \int_{\Omega} \alpha(\theta, \phi) \cos \theta d\Omega \quad (4)$$

이 된다.

마찬가지로 투과계수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\int \int \tau(\vec{e}) D(\vec{e}) \vec{e} \cdot \vec{n} d\Omega}{\int \int D(\vec{e}) \vec{e} \cdot \vec{n} d\Omega} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tau(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi} \end{aligned} \quad (5)$$

(5)식의 두 번째식도 완전 확산음장이란 가정하에 서만 성립함을 알 수 있다.

따라서 경계면을 대상으로 정의되는 흡·차음계수에서는 입사각에 따른 에너지 분포 즉  $D(\vec{e})$ 는 대단히 중요한 매개변수가 된다.

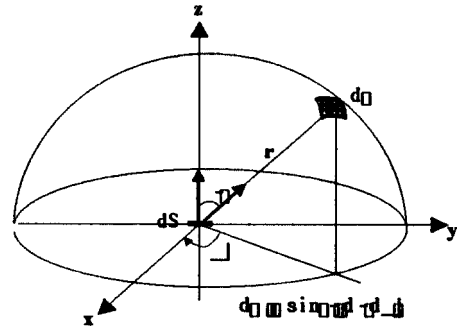


Fig. 2 Definition of the solid angle

### 3. 입사각의 에너지 분포

음의 거동은 음의 파장과 대상물의 크기의 비에 따라 매우 다른 특성을 보이므로 실내의 음의 거동을 해석적으로 구하기 위해서는 각 주파수 영역에 따라 다른 해석방법이 요구된다. 일반적으로 말하면  $\lambda \approx L$ 에서는 파동모델(wave approach)이 유효하며 앞에서 소개한 Schroeder 주파수 이상에는 통계학적인 방법으로서 기하음향학적 모델인 음선 모델(ray tracing technique) 혹은 통계적 에너지 해석법등이 유용하다.

#### 3.1 사각형 격실의 고유진동 모드

사각형 격실에 대한 파동방정식은 다음식으로 주어진다.

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (6)$$

또한 벽을 강체로 가정하면 경계조건은 다음식으로 주어진다.

$$v_n = \frac{j}{\omega \rho} \nabla p = 0 \text{ at bounding surfaces} \quad (7)$$

(6) 및 (7)식에 대한 해는 다음식과 같다.

$$p_{n_x, n_y, n_z} = C \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \\ = \frac{C}{8} \sum \exp[j(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z)] \quad (8)$$

여기서 파수 및 고유진동수의 관계는 다음과 같다.

$$k = [k_x^2 + k_y^2 + k_z^2]^{1/2} \\ = \pi \left[ \left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$f_n = \frac{c}{2} \left[ \left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

(9)식 혹은 (10)식은 일종의 벡터형식으로서 이 개념을 이용하여 특정 주파수,  $f$ 에서의 공진모드수를 계산할 수 있다. Maa[6]의 연구 결과에 의하면 공진모드수  $N$ 은 다음과 같다.

$$N = \frac{4\pi V f^3}{3c^3} + \frac{\pi S f^2}{4c^2} + \frac{L f}{8c} \quad (11)$$

또한 모달 밀도는

$$n(f) = \frac{4\pi V f^2}{c^3} \left(1 + \frac{S c}{8V f} + \frac{L c^2}{8\pi V f^2}\right) \quad (12)$$

여기서  $V$ 는 실용적,  $S$ 는 실의 전체 표면적, 또한  $L$ 은 모서리의 전체길이를 의미한다. 또한 (11)식으로부터 입사각에 대한 모달 밀도[6]는 다음식으로 주어진다.

$$n(\theta) \cong \frac{4\pi V f^3}{3c^3} \cos \theta \quad (13)$$

한편  $f > f_{sh}$  이상인 영역에서는 에너지 밀도는 다음식과 같이 근사화 할 수 있다.

$$W = \frac{\pi \rho Q_o^2}{4V k} \left(1 + \frac{S c}{8V f} + \frac{L c^2}{8\pi V f^2}\right) \quad (14)$$

(14)식으로부터 다음과 같은 관계를 알 수 있다.

$$W \propto n(f) \text{ or } W \propto n(\theta) \quad (15)$$

3.2 반사파의 간섭 효과를 고려한 경계면에서의 지향 에너지 밀도(directional energy density)

(1)식 및 (2)식으로부터 지향 에너지 밀도는 다음식 처럼 근사화된다.

$$D(\vec{e}) = W/4\pi = \text{const.} \times \overline{p^2}$$

또한 음압  $\overline{p^2}$ 을 다음과 같이 구분하면

$$\overline{p^2} = \text{const.} \times DP(\theta)$$

결국 지향 에너지 밀도는 다음과 같은 관계를 갖게된다.

$$D(\vec{e}) \propto DP(\theta) \quad (16)$$

여기서  $DP(\theta)$ 는 입사각에 따라 변화하는 음압으

로서 방향패턴(directionality pattern)을 의미하며 이  $DP(\theta)$ 를 입체각에 대해서 적분하면 방향인자(directionality factor)를 구할 수 있다.

격실의 경계면에서 입사 및 반사에 의한 간섭 효과[7]는 image source 개념을 이용하면 계산이 가능하다.

계산의 편의를 위해서 1 차원 평면파가 Fig. 3에 보이는 것처럼 입사한다면 그 위치에서의 입사 및 반사파는 다음 식 처럼 쓸 수 있다.

$$p_i = e^{j\omega t} e^{-jkx \cos \theta}, \quad p_r = e^{j\omega t} e^{+jkx \cos \theta}$$

여기서의 음압은 다음과 같으며

$$p = p_i + p_r = e^{j\omega t} (e^{-jkx \cos \theta} + e^{+jkx \cos \theta})$$

시간평균 제곱 음압은

$$|p|^2 = 4 \cos(2kx \cos \theta)^2$$

이 되고 결국  $DP(\theta)$ 는

$$DP(\theta) = \cos(2kx \cos \theta)^2 \quad (17)$$

(17)식에 대한 결과가 Fig. 4에 나타나 있다. Fig. 6에서 알 수 있는 것은 Helmholtz 수  $kx = 0.1$  혹은 0.2 에서만 확산음장의 조건인 균일 분포(즉 1)과 비슷하다. 즉 경계면에서 조금만 멀어지면 간섭 효과 때문에 균일 분포의 조건은 만족하지 않음을 보여주고 있다.

두 번째로 입사에너지가 (15)식과 같은 경향을 보인다고 가정하면 입사 및 반사파는 다음식으로 쓸 수 있다.

$$p_i = A_1 e^{j\omega t} e^{-jkx \cos \theta}, \quad p_r = A_2 e^{j\omega t} e^{+jkx \cos \theta}$$

단,  $A_1 = \cos \theta$ ,  $A_2 = \cos(\pi - \theta)$

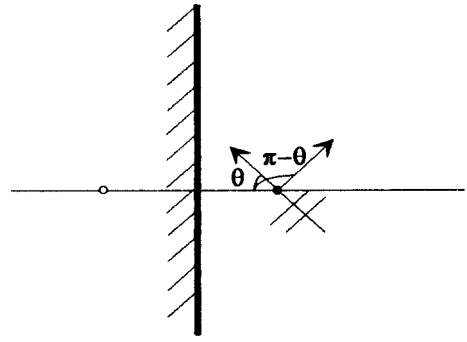


Fig. 3 A plane wave model

비슷한 방법으로  $DP(\theta)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$DP(\theta) = \cos^2 \theta \sin(kx \cos \theta)^2 \quad (18)$$

(18)식에 대한 결과가 Fig. 5에 나타나 있다. Fig. 5에서 알 수 있는 것은 입사에너지 분포가 입사각에 따라서 특정 분포를 보이고 있다. 즉 수직입사

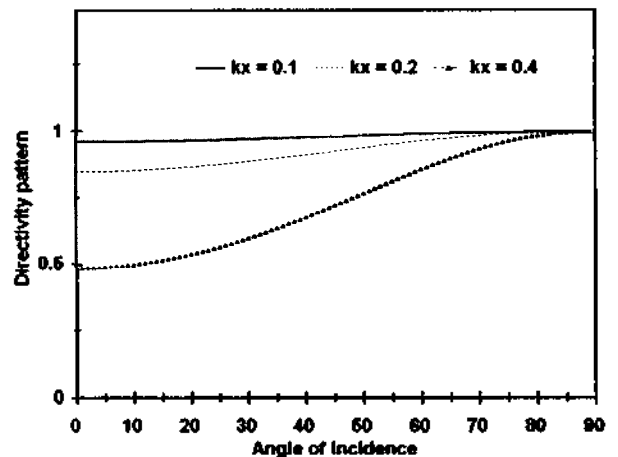


Fig. 4 Directivity pattern from eq. (17)

의 확률이 가장 높고 수평입사의 확률은 거의 없음을 보이고 있다. 또한 이 그림에서는 비교를 위하여 본 저자등[1]이 음선추적법(ray tracing)을 이용하여 구한 입사에너지 분포로서 (19)식으로 표현되는 Gauss 분포도 같이 보이고 있다.

$$G(\theta) = \exp(-\beta \theta^2) \quad (19)$$

여기서  $\beta$ 는 실의 형태에 따른 매개변수로서 1과 2사이의 값이다. 두 경우는 유사한 경향을 보이고 있다.

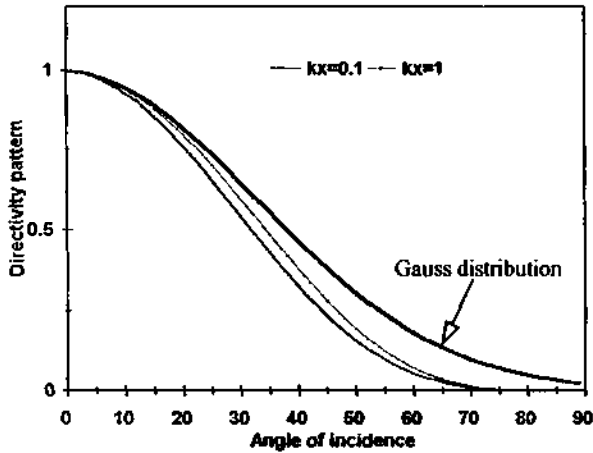


Fig. 5 Comparison of the analytical and the numerical results.

#### 4. 고찰 및 결론

입사에너지 분포 계산결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

실제 잔향실의 경계면에서 완전한 확산음장 조건은 충족되지 않는 것으로 보인다. 따라서 경계면을 대상으로 하는 랜덤 입사 흡음 혹은 차음계수에 관한 식은 수정될 필요가 있는 것으로 생각된다. 한 예로서 (5)식에 주어진 차음계수의 식은 다음과 같이 수정될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\int \int \tau(\vec{e}) D(\vec{e}) \vec{e} \cdot \vec{n} d\Omega}{\int \int D(\vec{e}) \vec{e} \cdot \vec{n} d\Omega} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} DP(\theta) \tau(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} DP(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi} \end{aligned} \quad (20)$$

#### 참 고 문 헌

[1] 강현주, 이정권, 김현실, 김재승, 김상렬, "잔향실 경계면에서 입사각에 따른 음에너지 분포", 한국소

음진동공학회 '97 추계학술대회, p279-285, 1997.

[2] W.C. Sabine, *Collected Papers on Acoustics*, ch. 1, Peninsular Publishing, 1993

[3] Heinrich Kuttruff, "Room Acoustics", ch. 2, Applied Science Publishers LTD, 1973

[4] A.D. Pierce, *Acoustics*, ch. 6, Published by the Acoustical Society of America, 1994

[5] M.R. Schroeder and K.H. Kuttruff, "On Frequency Response Curves in Rooms. Comparison of Experimental, Theoretical, and Monte Carlo Results for the Average Frequency Spacing between Maxima", *J. Acoust. Soc. Am.* Vol. 34(1), Jan. 1962.

[6] D.Y. Maa, "Normal Mode Distribution According to Frequency Spectrum and Direction in a Rectangular Room", *Soviet Physics-Acoust.* Vol. 4, 168-173, 1958.

[7] Richard V. Waterhouse "Interference Patterns in Reverberant Sound Fields", *J. Acoust. Soc. Am.* Vol. 27(2), March 1955.